



Control Predictivo basado en Modelos (MPC)

Prof. Cesar de Prada

Dpto. Ingenieria de Sistemas y Automática

Universidad de Valladolid, España

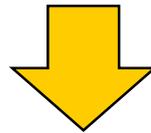
e-mail: prada@autom.uva.es

web:<http://www.isa.cie.uva.es>



Tendencias en la industria

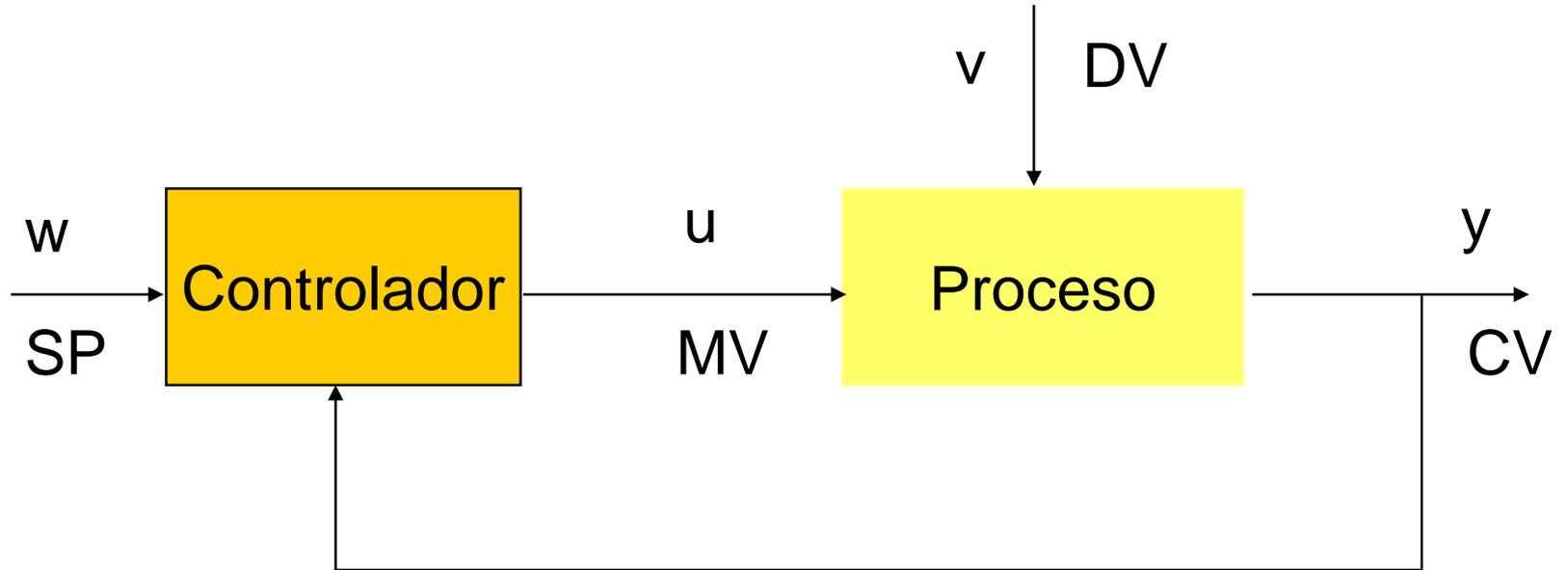
- ✓ Exigencias crecientes de optimización de costos, mejor calidad, productividad, seguridad, respeto al medio ambiente, funcionamiento de las plantas en un amplio rango de condiciones de operación,...



- ✓ Requiere una mejora de los sistemas de control para cumplir especificaciones.
- ✓ Necesidad de racionalizar las decisiones de nivel superior con significado económico y de integrar todas las decisiones a diversos niveles.



El lazo de control





El regulador PID

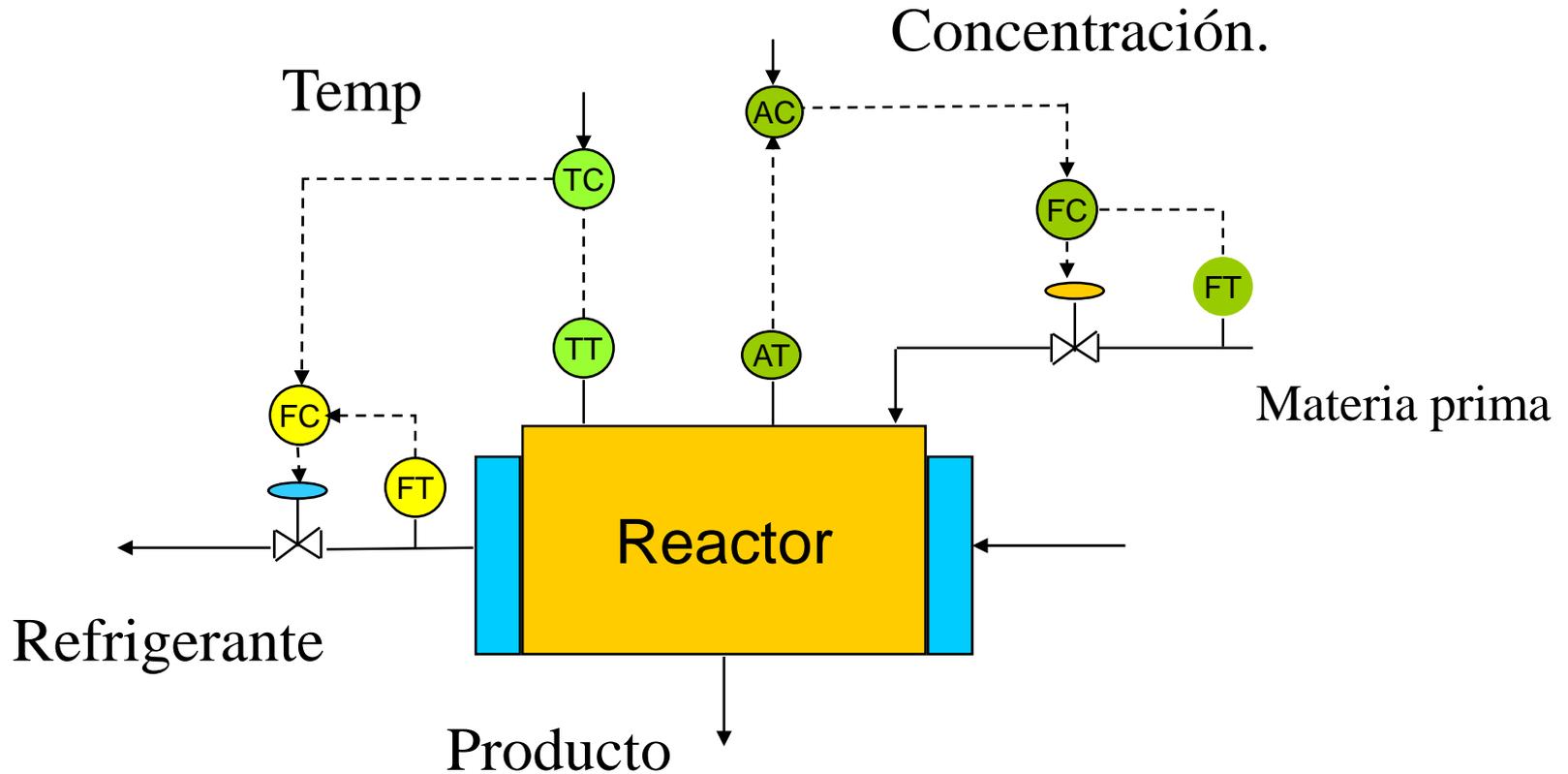
$$e(t) = w(t) - y(t)$$

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(\tau) d\tau + T_d \frac{de}{dt} \right)$$

- ✓ **regulador basado en señal**, no incorpora conocimiento explícito del proceso
- ✓ 3 parámetros de sintonía K_p , T_i , T_d
- ✓ diversas modificaciones



Regulación automática convencional



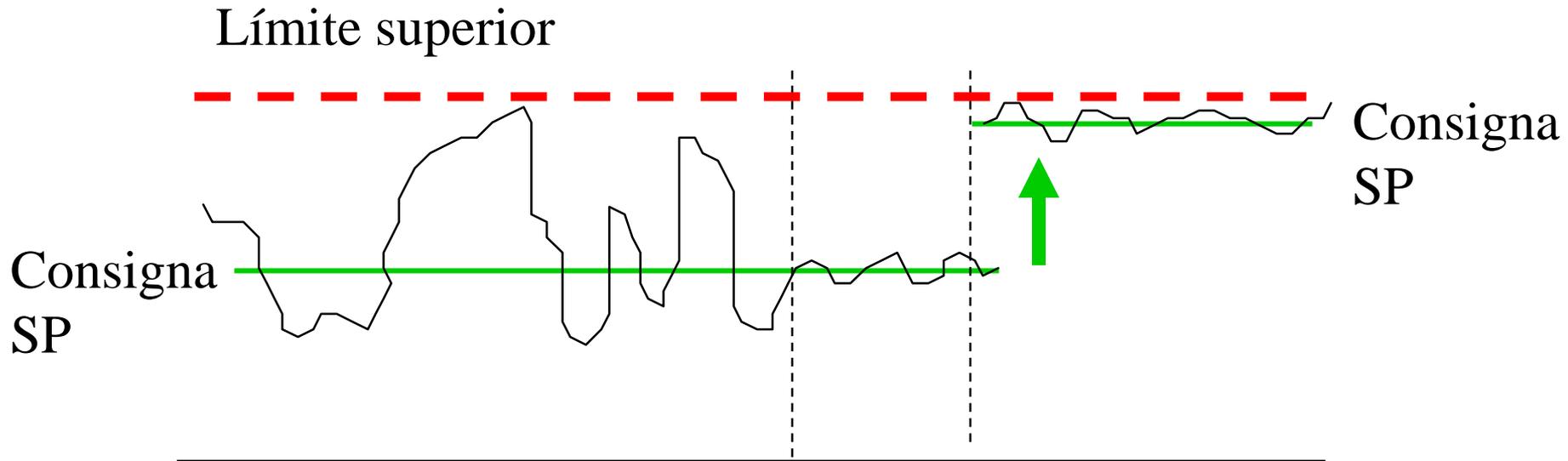


Problemas de control

- ✓ En la industria de procesos, los reguladores PID solucionan bien la mayoría de los problemas de control monovariable (caudal, presión,...)
- ✓ Sin embargo pueden no tener un buen comportamiento en lazos de dinámica difícil (retardos, fase no mínima, etc.)
- ✓ La calidad del control influye en el rendimiento económico
- ✓ En sistemas más complejos con interacción entre variables, (control de una unidad de proceso,...) la interacción entre lazos puede empeorar seriamente el control.



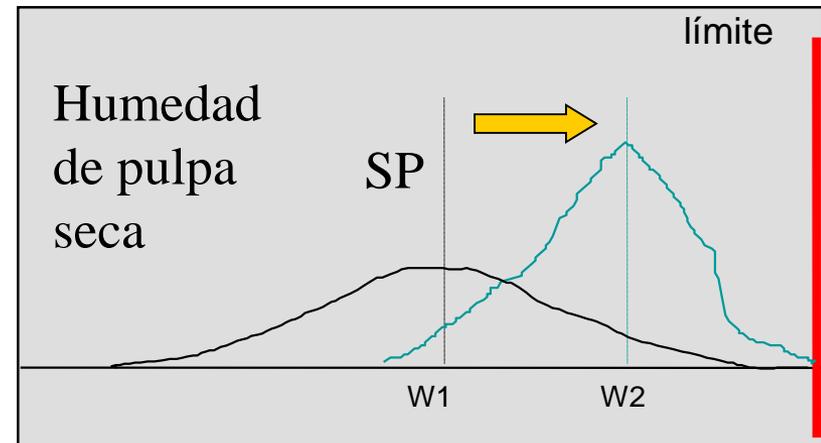
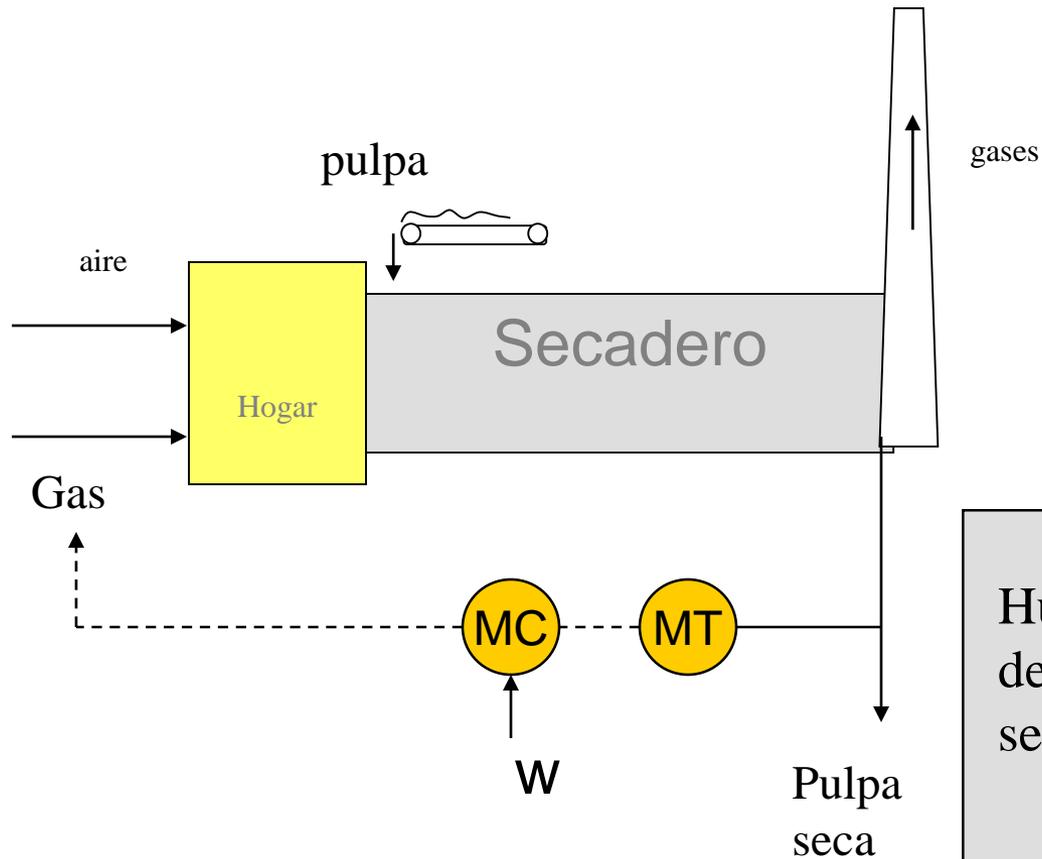
Control y optimización



- La reducción de varianza permite mover la referencia y respetar los límites de la variable.
- La mejora del control permite la optimización.

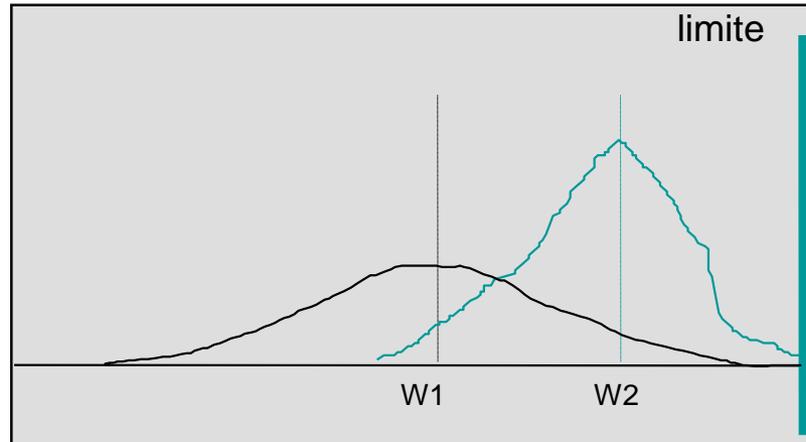


Un mejor control permite la optimización del punto de trabajo





Control y Optimización

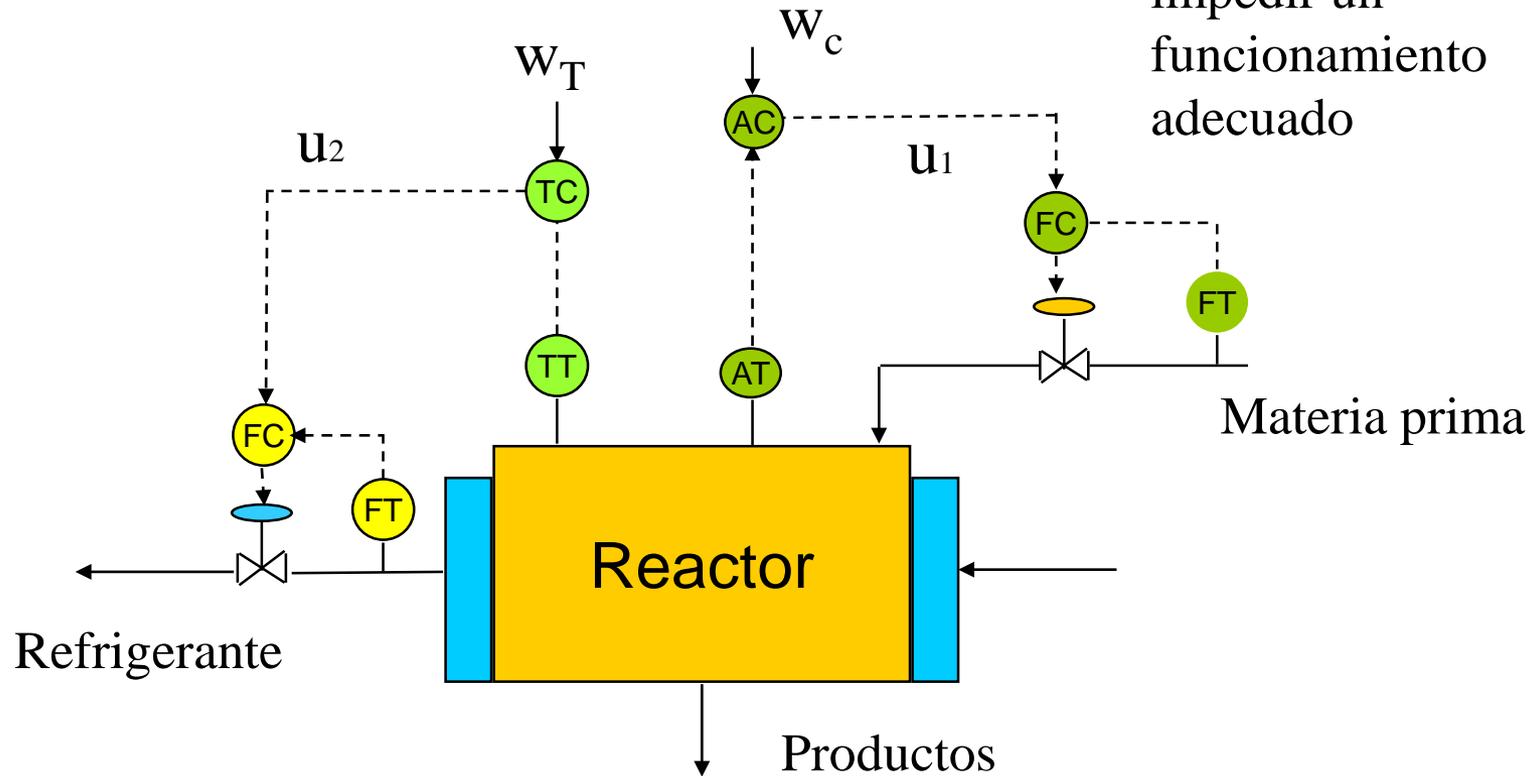


- ✓ minimizar varianza permite mover la consigna mas cerca de los límites de operación óptimos
 - necesidad de un mejor control
 - operar cerca de las restricciones



Reactor: Interacción

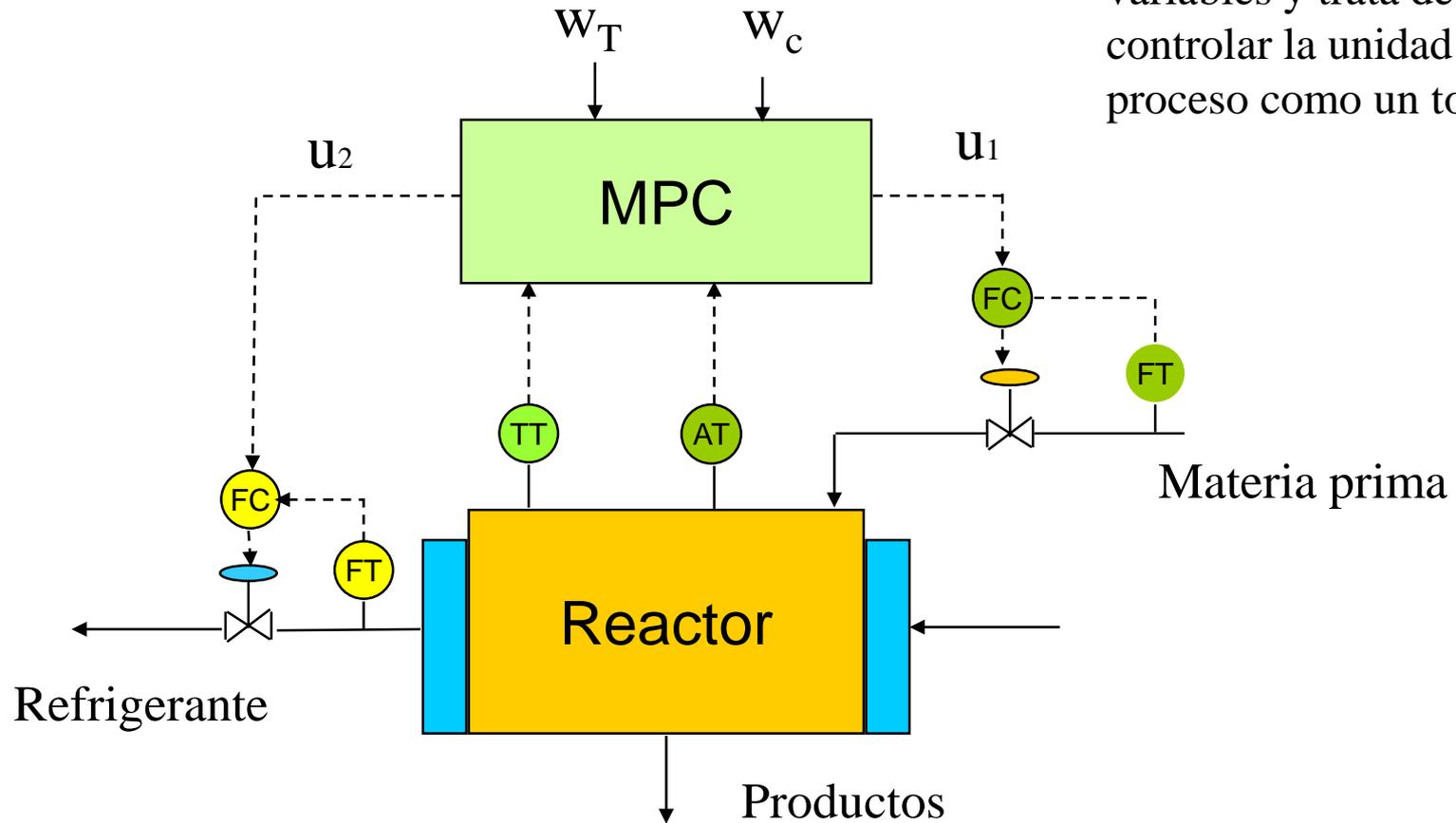
La interacción entre los lazos puede impedir un funcionamiento adecuado





Interacción

El control multivariable tiene en cuenta la interacción entre las variables y trata de controlar la unidad de proceso como un todo



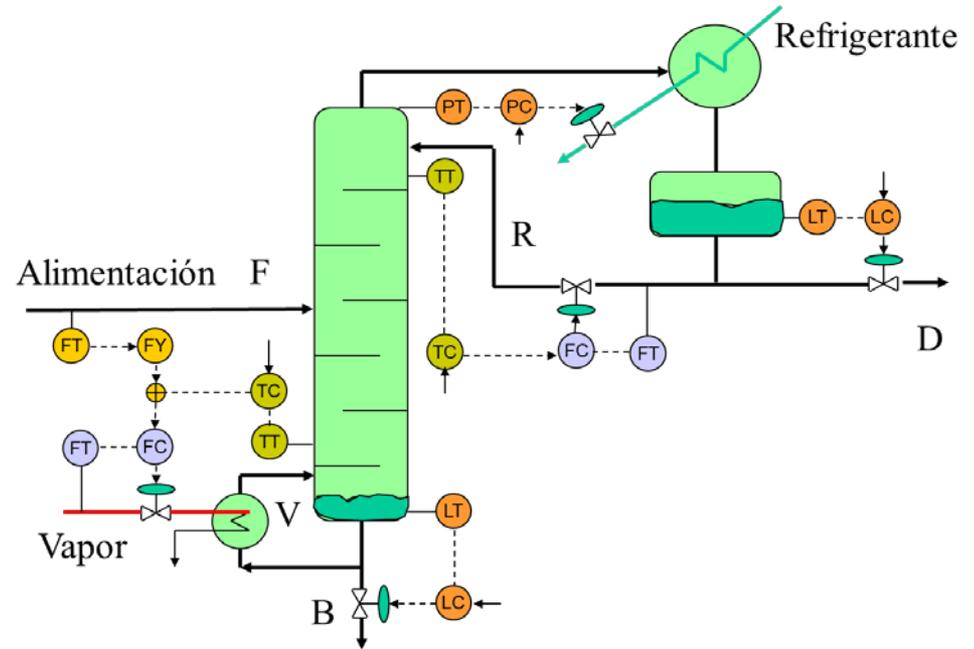


Procesos multivariables (MIMO)



En procesos multivariables la interacción crea problemas de control. Además cuando hay restricciones en las variables, perturbaciones, etc. las llamadas estructuras de control no siempre dan buenos resultados y son difíciles de mantener.

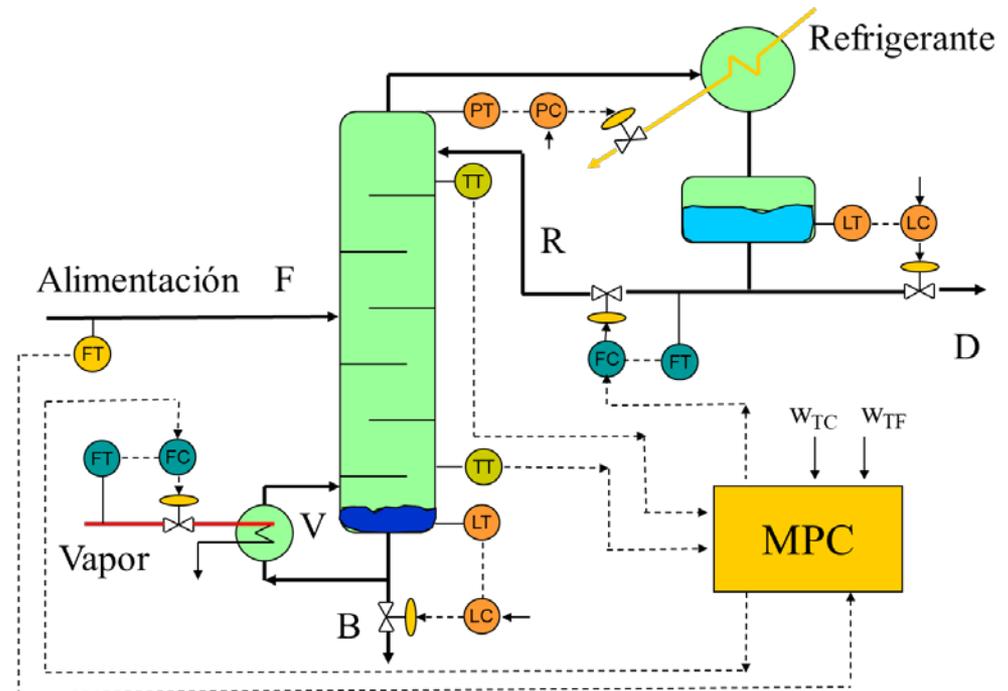
En consecuencia, a menudo la unidad se regula manualmente por un operario.





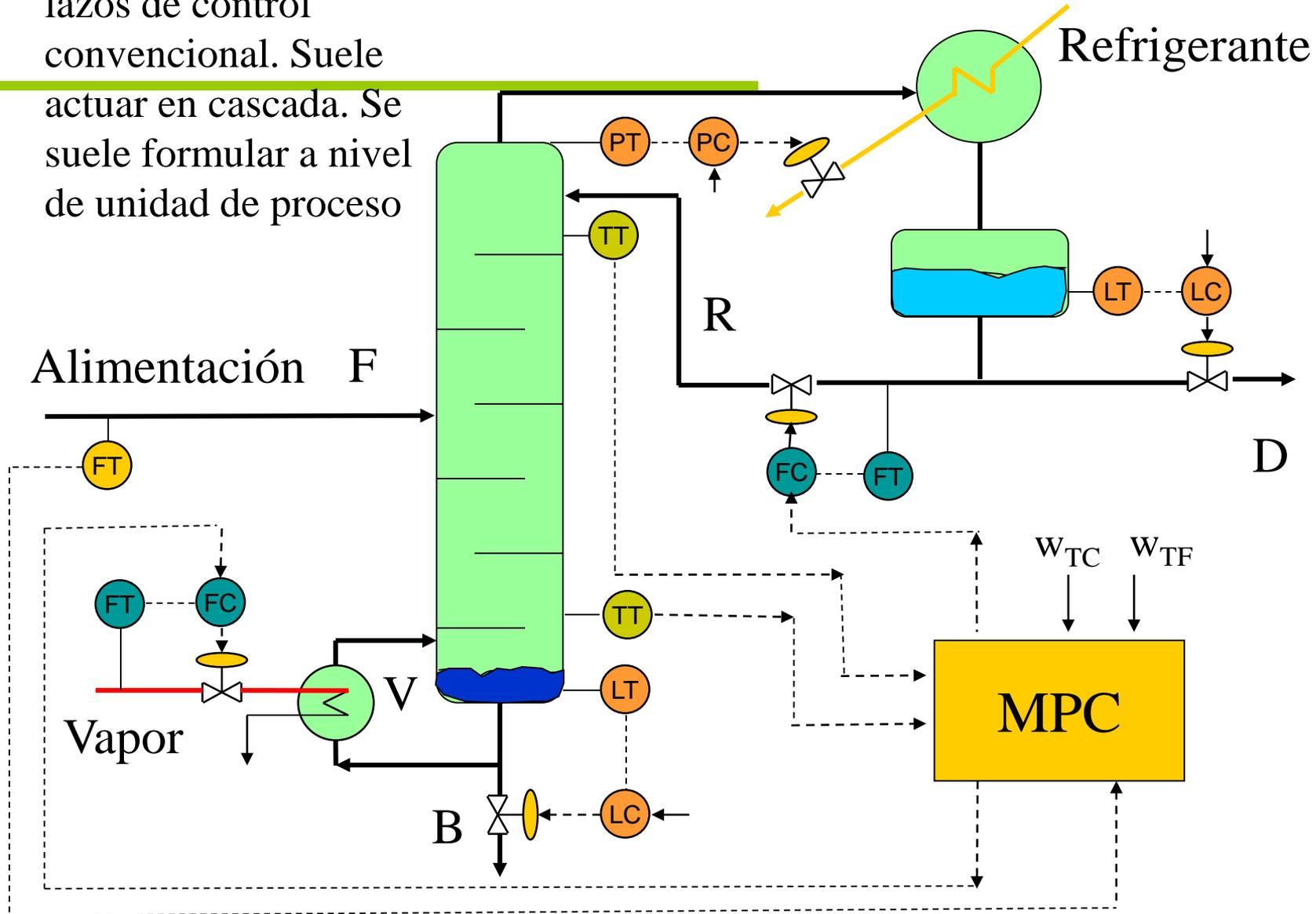
Control Multivariable

El control multivariable, y en particular el MPC, tiene en cuenta la interacción entre las variables, sus restricciones, las perturbaciones, etc. y permite realizar un control eficiente de forma automática, abriendo las puertas a la optimización de su punto de operación.



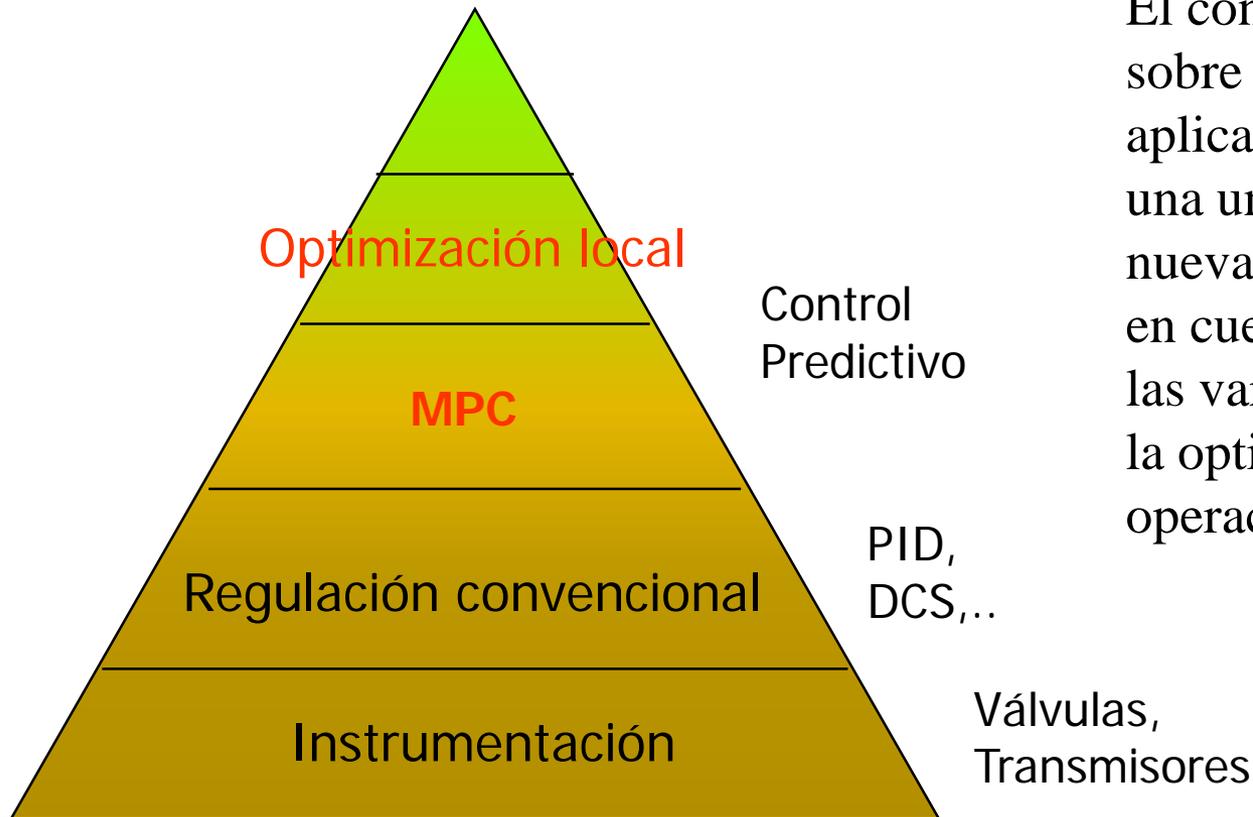


Puede coexistir con lazos de control convencional. Suele actuar en cascada. Se suele formular a nivel de unidad de proceso





Pirámide de control



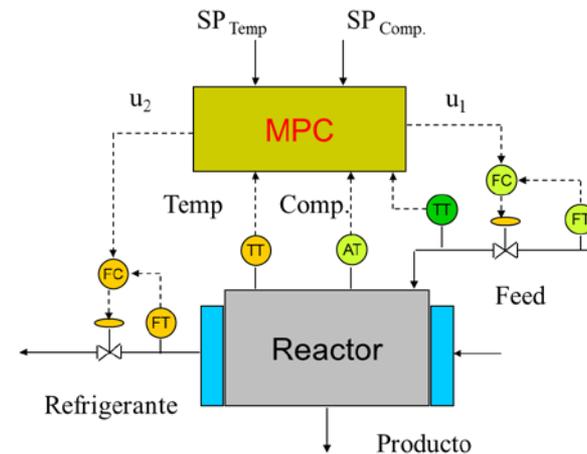
El control avanzado opera sobre el control convencional, aplicado al funcionamiento de una unidad de proceso y añade nuevas funcionalidades teniendo en cuenta la interacción entre las variables, las restricciones y la optimización continua de su operación.



JERARQUIA DE CONTROL



Para poder abordar problemas de un nivel, los niveles inferiores han de funcionar correctamente

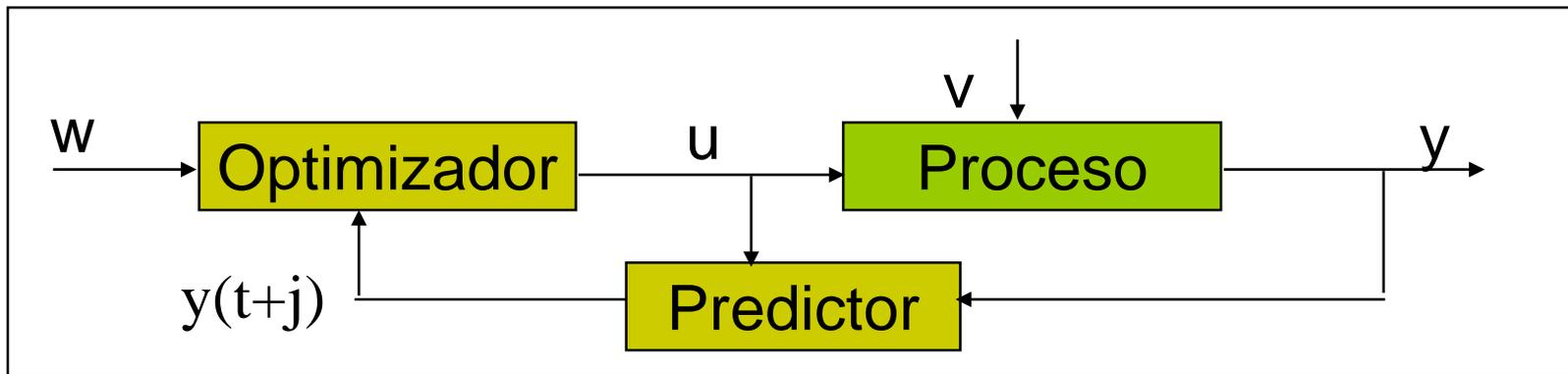


En particular, la optimización económica exige que el nivel de control funcione adecuadamente



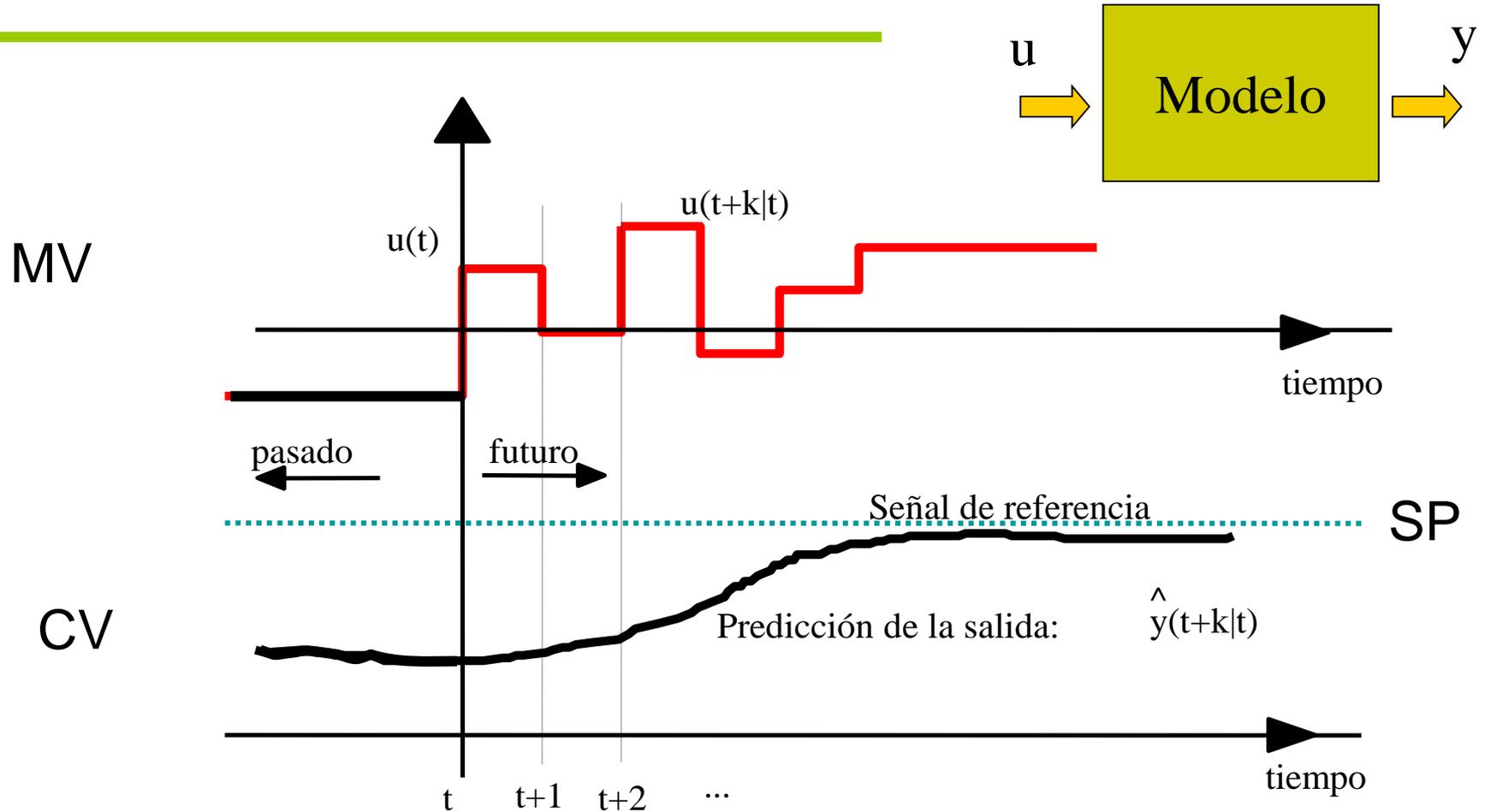
Control Predictivo MPC

- estrategia de control basada en el uso explícito de un modelo del proceso para predecir el comportamiento futuro de la variable controlada sobre un horizonte temporal
- es factible por los cambios tecnológicos en computadores, técnicas de modelado, métodos numéricos,...
- Diversos algoritmos: DMC, GPC,



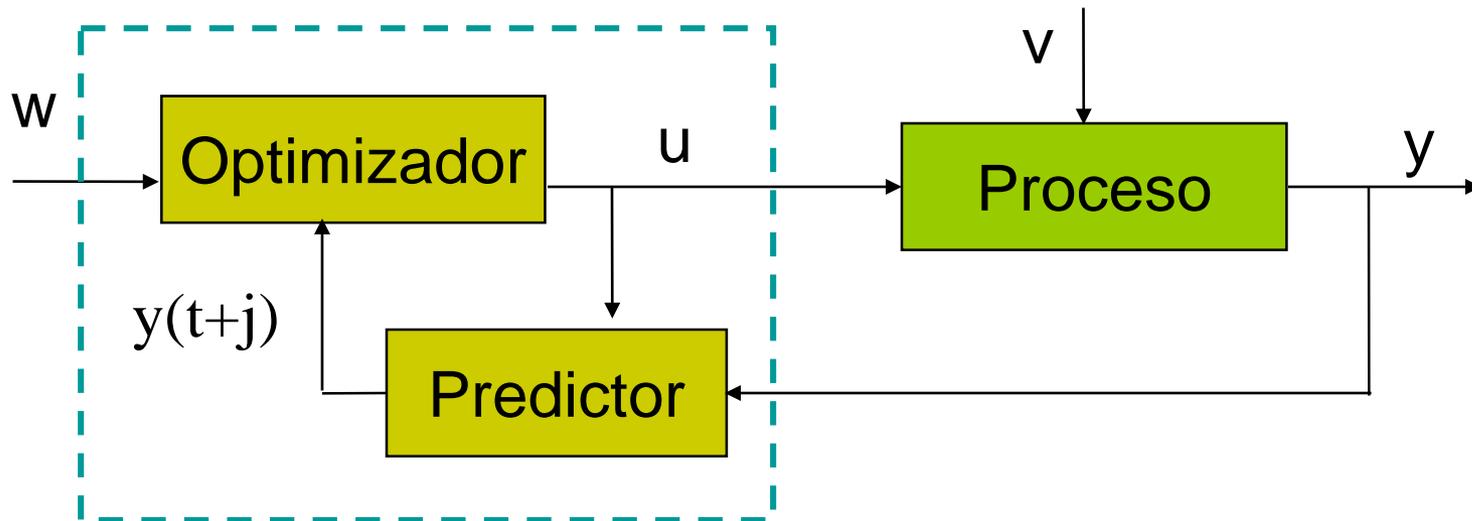


Control Predictivo





MPC, Optimización

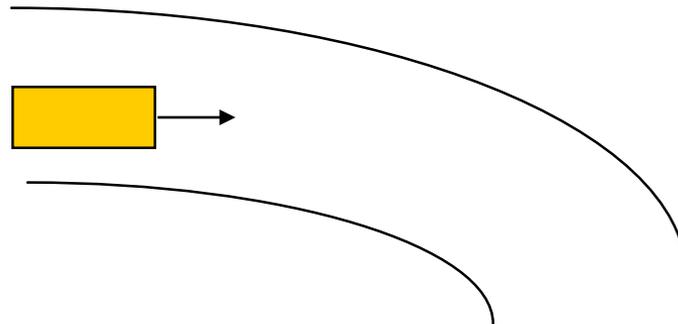
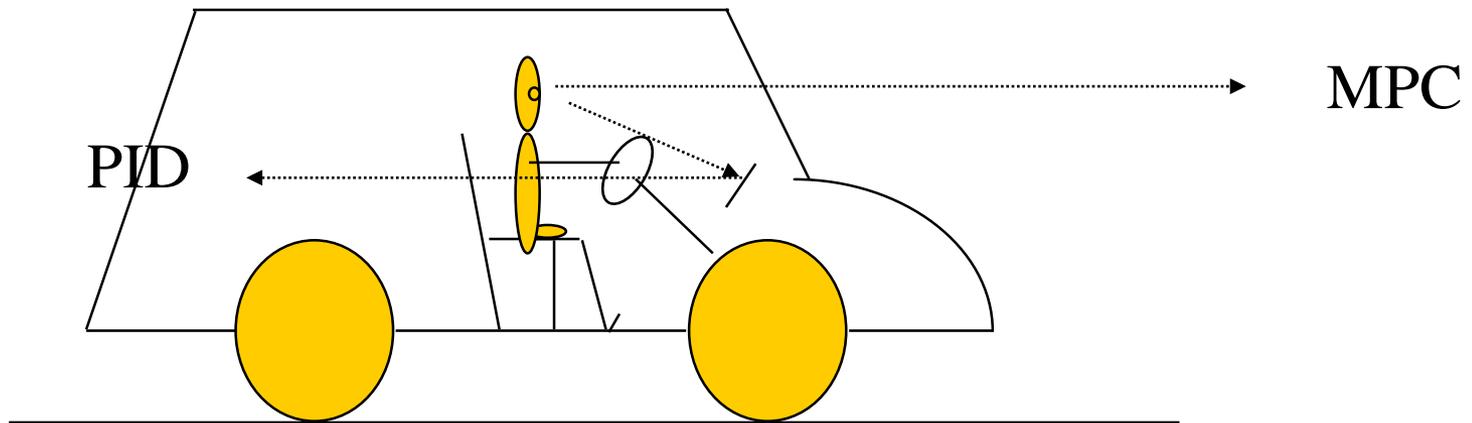


$$\min_{u(t), u(t+1), \dots} J = \sum_{j=N1}^{N2} [\hat{y}(t+j) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=0}^{Nu-1} [\beta \Delta u(t+j)]^2$$

$y(t+j)$ están relacionados con $u(t), u(t+1) \dots$ a través de las ecuaciones de predicción calculadas con el modelo del proceso



Control predictivo





Características del MPC

- ◆ Maneja problemas de control multivariable con distinto número de CV y MV
- ◆ Compensa perturbaciones medibles
- ◆ Permite trabajar con procesos de dinámica compleja: retardos, respuesta inversa,
- ◆ Permite trabajar con restricciones en las variables manipuladas o controladas
- ◆ Fácil de entender
- ◆ Abre las puertas a la optimización económica del proceso



Diseño de controladores

...pero necesita un modelo dinámico

Sin Modelo

Análisis
del proceso

Sintonía
del
controlador

Con Modelo

Modelado
Identificación

Especificar
control

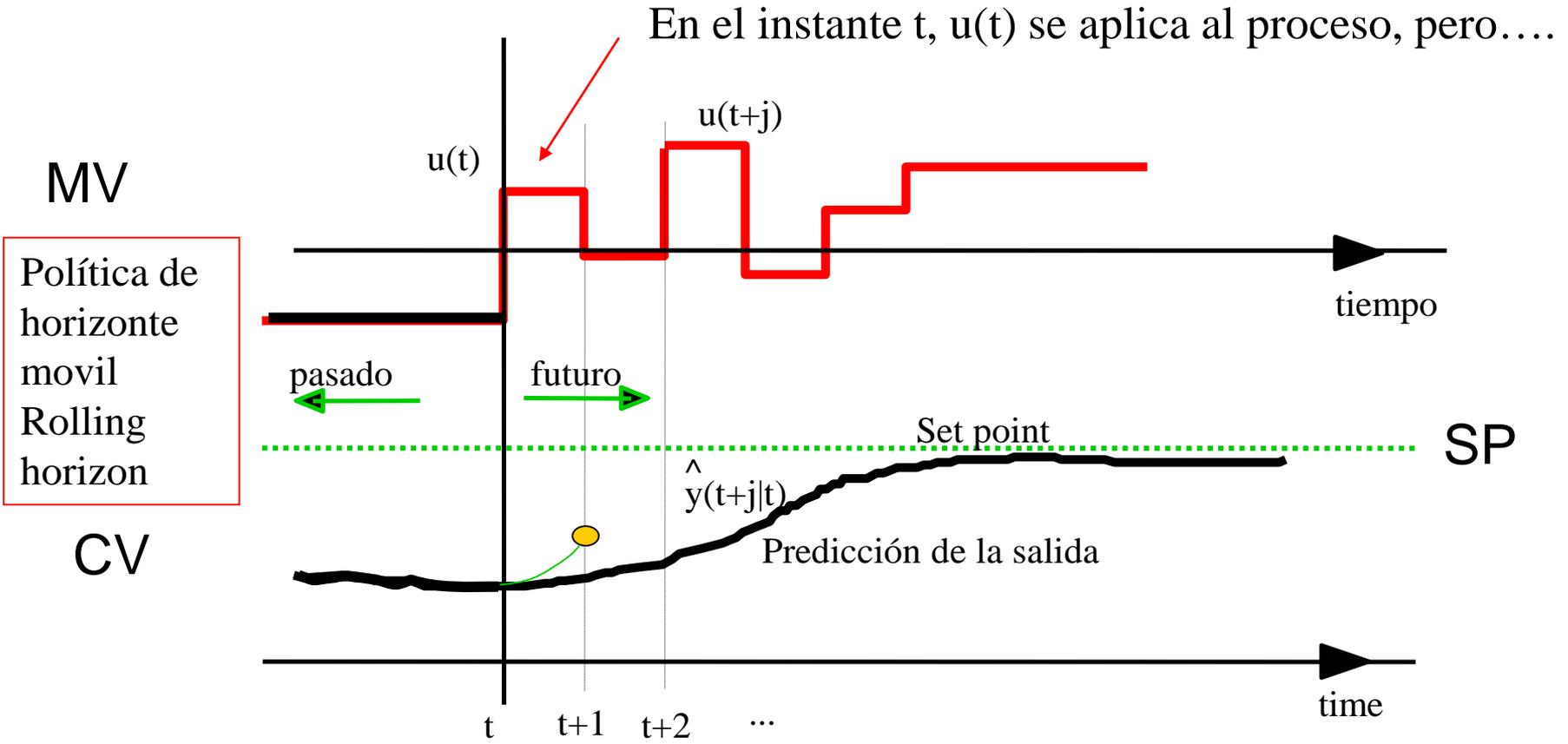


Principales elementos

- Modelo interno usado para efectuar predicciones del comportamiento futuro
- Señal de Referencia
- Estructuración de la ley de control
- Cálculo de las señales de control que proporcionan un mejor escenario futuro
- Estrategia de horizonte móvil



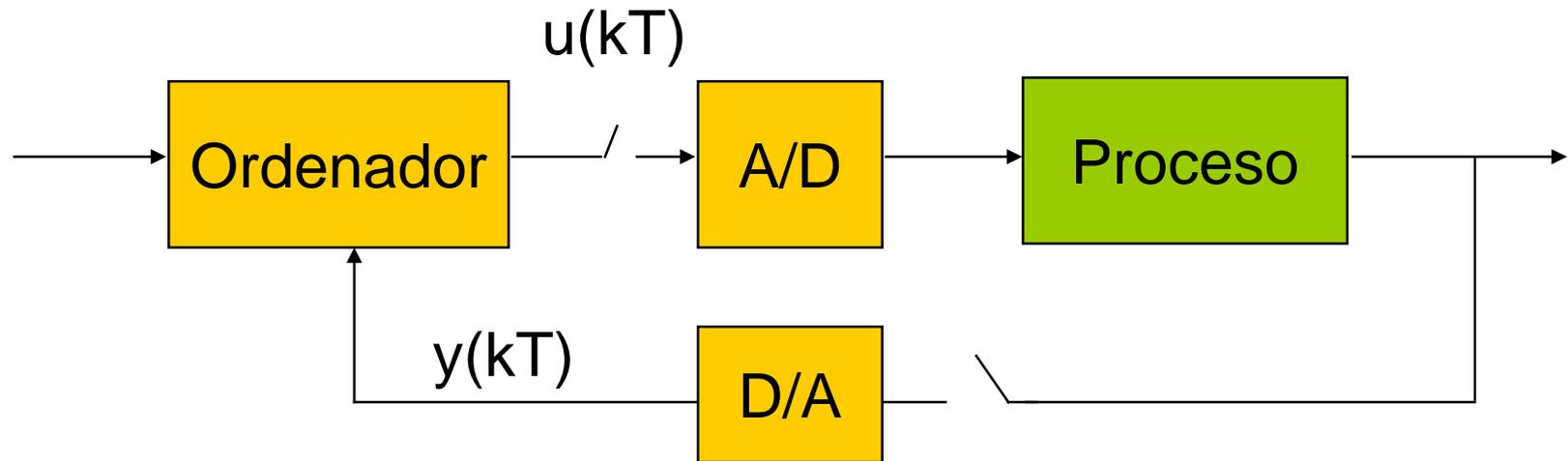
Implementación: Horizonte movil



...en el siguiente period de muestreo en $t + 1$, todo el proceso se repite incorporando la nueva información disponible



Modelos discretos



- modelos discretos
- la salida en $t = kT$ depende de las entradas y salidas en instantes de tiempo $(k-j)T$ anteriores



Modelos Lineales

- ✓ la salida actual depende linealmente de las entradas y salidas en instantes de tiempo anteriores

$$y(t) = -a_1 y(t-1) - \dots - a_n y(t-n) + b_1 u(t-1) + \dots + b_m u(t-m)$$

las variables u e y son perturbaciones sobre un punto de operación en que se ha obtenido el modelo

$$y(t) = Y - Y_0$$

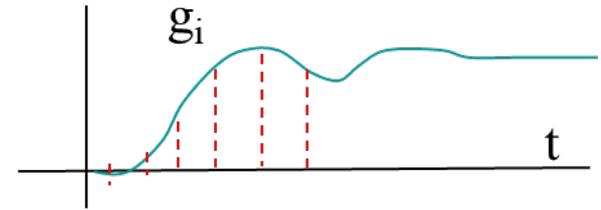
$$u(t) = U - U_0$$

$t = kT$ tiempo discreto
 T periodo de muestreo



Modelo respuesta salto

$$y(t) = \sum_{j=1}^{\infty} g_j \Delta u(t - j)$$

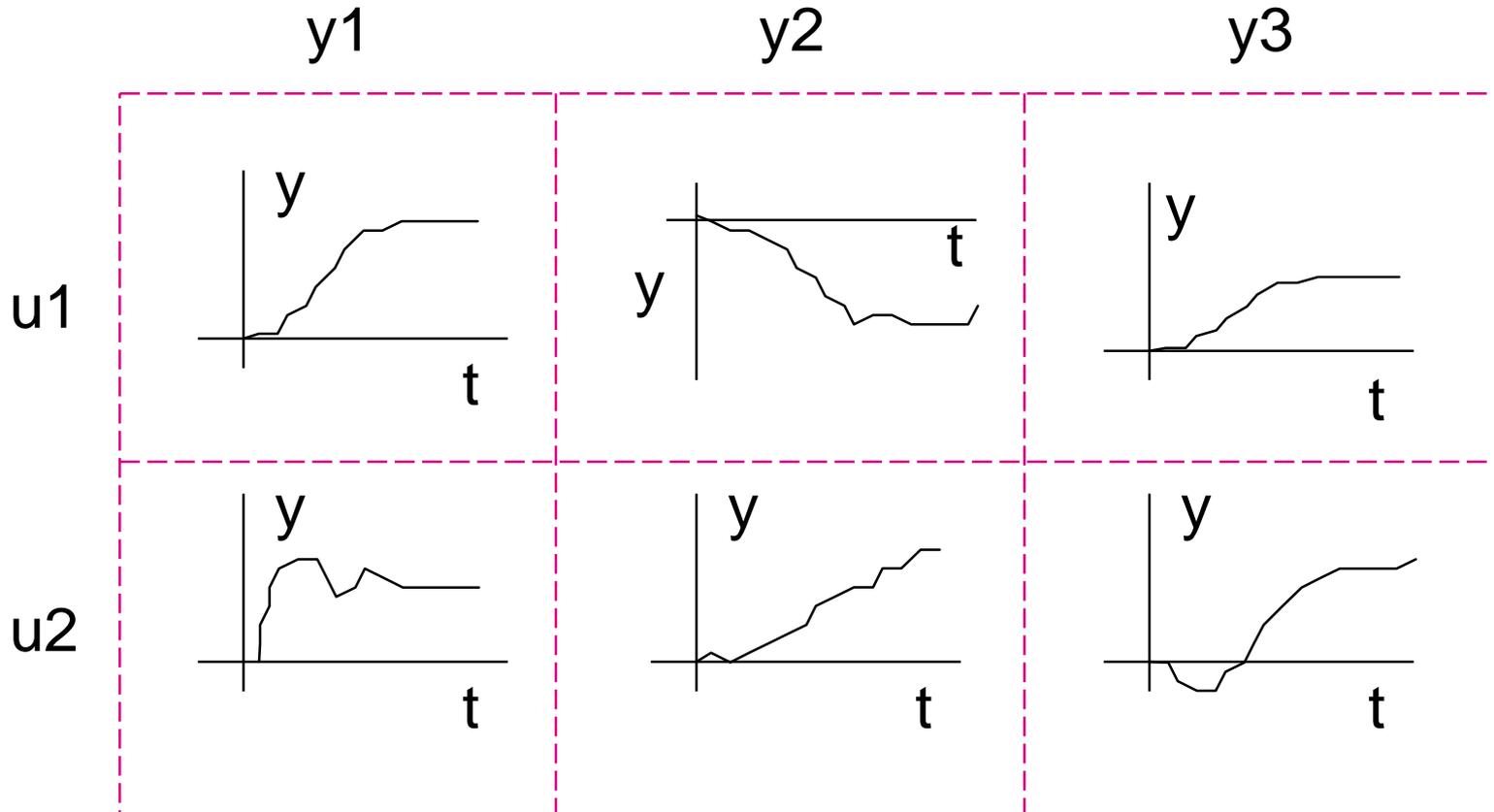


- No requiere conocer la estructura del modelo
- Puede describir dinámicas no usuales
- Predicción simple y poco sensible a errores

- Limitado a sistemas estables
- Contiene muchos parámetros



Matriz Dinámica



respuesta salto entre cada par entrada/salida

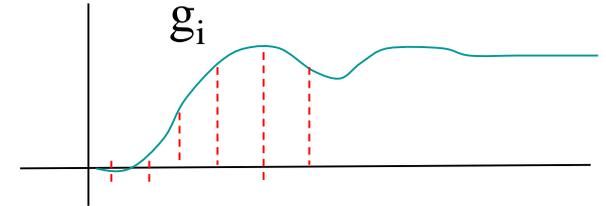


DMC Dynamic Matrix Control

$$\Delta z(t) = z(t) - z(t-1)$$

Modelo: respuesta salto + perturbación

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i) + n(t)$$



Predicciones:

$$y(t+j) = \sum_{i=1}^j g_i \Delta u(t+j-i) + \sum_{i=j+1}^{\infty} g_i \Delta u(t+j-i) + n(t+j)$$

Modelo de perturbación:

$$n(t+j) = n(t) = y_p(t) - \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i)$$

Predicciones:

$$\hat{y}(t+j) = \sum_{i=1}^j g_i \Delta u(t+j-i) + \sum_{i=j+1}^{\infty} g_i \Delta u(t+j-i) + y_p(t) - \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i)$$



DMC, Dynamic Matrix Control

$$\hat{y}(t+j) = \sum_{i=1}^j g_i \Delta u(t+j-i) + \sum_{i=j+1}^{\infty} g_i \Delta u(t+j-i) + y_p(t) - \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i)$$

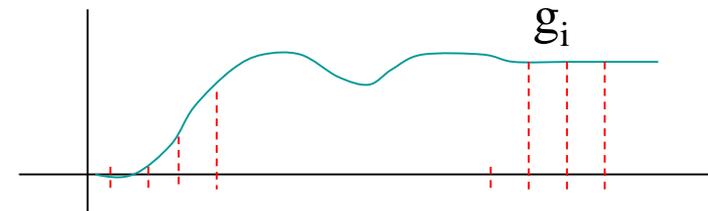
$$p_j = y_p(t) + \sum_{i=j+1}^{\infty} g_i \Delta u(t+j-i) - \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i) =$$

$$= y_p(t) + g_{j+1} \Delta u(t-1) + g_{j+2} \Delta u(t-2) + \dots - g_1 \Delta u(t-1) - g_2 \Delta u(t-2) - \dots$$

$$p_j = y_p(t) + \sum_{i=1}^{\infty} (g_{j+i} - g_i) \Delta u(t-i)$$

In asymptotically stable systems:

$$g_{j+i} - g_i \cong 0, i > N, j = N1, \dots, N2$$



$$p_j = y_p(t) + \sum_{i=1}^N (g_{j+i} - g_i) \Delta u(t-i)$$

Free response of the system
at time t



DMC, Dynamic Matrix Control

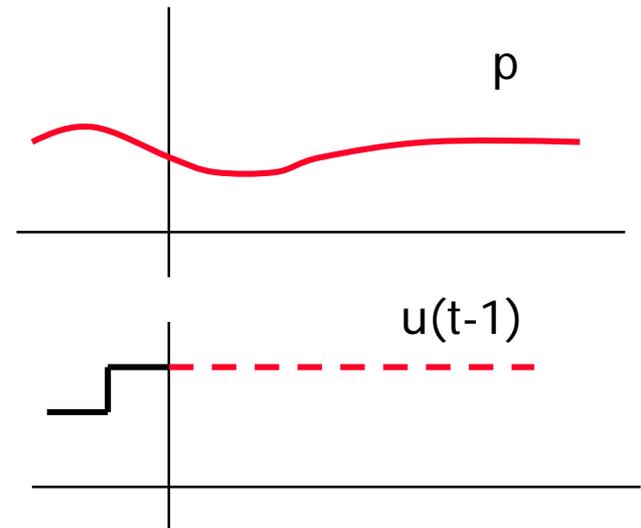
Predicciones: $\hat{y}(t+j) = \sum_{i=1}^j g_i \Delta u(t+j-i) + p_j$ Respuesta forzada + libre

$$\hat{y}(t+j) = G_j(q^{-1})\Delta u(t+j) + p_j$$

$$G_j(q^{-1}) = g_1 q^{-1} + \dots + g_j q^{-j}$$

$$p_j = y_p(t) + \sum_{i=1}^N (g_{j+i} - g_i) \Delta u(t-i)$$

p respuesta libre

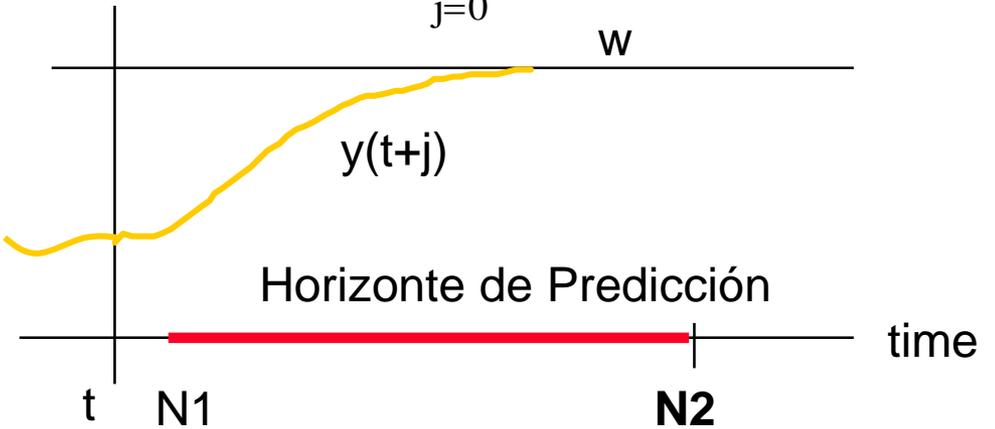




DMC, elección óptima de u

$$\text{Min : } J = \sum_{j=N1}^{N2} [\hat{y}(t+j) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=0}^{Nu-1} [\beta \Delta u(t+j)]^2$$

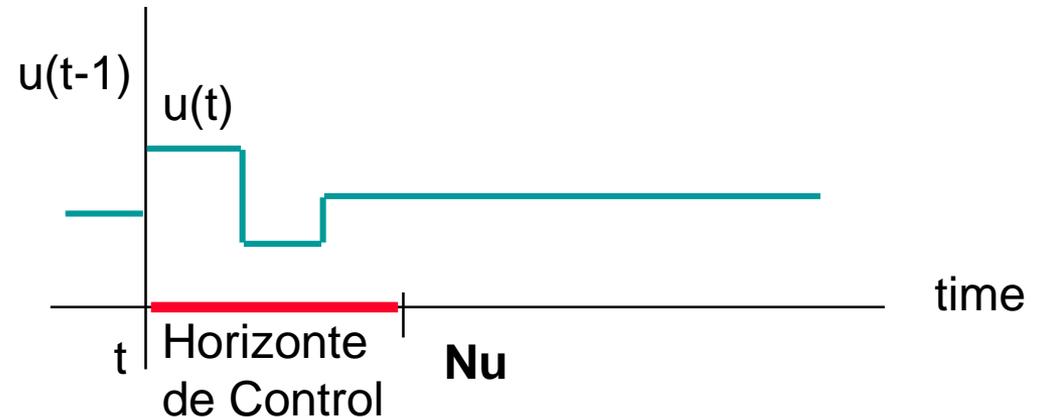
$$\hat{y}(t+j) = G_j(q^{-1})\Delta u(t+j) + p_j$$



Estructura del control:

$$\Delta u(t+j) = 0 \quad j \geq Nu$$

Nu control horizon





DMC

$$\min_{\Delta u(t), \Delta u(t+1), \dots} J = \sum_{j=N1}^{N2} [\hat{y}(t+j) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=0}^{Nu-1} [\beta \Delta u(t+j)]^2$$
$$\hat{y}(t+j) = G_j(q^{-1})\Delta u(t+j) + p_j$$

Puede formularse en forma matricial:

$$\Delta \mathbf{u}(t)' = [\Delta u(t), \Delta u(t+1), \dots, \Delta u(t+Nu-1)]$$
$$\mathbf{e}_0' = [w(t+N1) - p_{N1}, w(t+N1+1) - p_{N1+1}, \dots, w(t+N2) - p_{N2}]$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} g_{N1} & \dots & g_1 & 0 & \dots & 0 \\ g_{N1+1} & \dots & g_2 & g_1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{N2} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & g_{N2-Nu+1} \end{bmatrix}$$

$$J = \Delta \mathbf{u}'(t) [\mathbf{G}'\mathbf{G} + \beta \mathbf{I}] \Delta \mathbf{u}(t) - 2\mathbf{e}_0' \mathbf{G} \Delta \mathbf{u}(t) + \mathbf{e}_0' \mathbf{e}_0$$



DMC

$$J = \Delta \mathbf{u}'(t) [\mathbf{G}'\mathbf{G} + \beta \mathbf{I}] \Delta \mathbf{u}(t) - 2 \mathbf{e}_0' \mathbf{G} \Delta \mathbf{u}(t) + \mathbf{e}_0' \mathbf{e}_0$$

Si no hay restricciones:

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta \mathbf{u}} = \mathbf{0}$$

$$2[\mathbf{G}'\mathbf{G} + \beta \mathbf{I}] \Delta \mathbf{u} - 2\mathbf{G}'\mathbf{e}_0 = \mathbf{0}$$

$$\Delta \mathbf{u}(t) = [\mathbf{G}'\mathbf{G} + \beta \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{G}'\mathbf{e}_0$$

$$\Delta \mathbf{u}(t) = [\mathbf{G}'\mathbf{G} + \beta \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{G}'(\mathbf{w} - \mathbf{p}_j)$$

Acción Integral

Sintonía: Horizontes, β

Compensación de retardos

Sistemas estables en lazo abierto



DMC offset



DMC predicciones: $\hat{y}(t + j) = G_j(q^{-1})\Delta u(t + j) + p_j$

En estado estacionario: $\hat{y} = p_{ss}$

y como
$$p_j = y_p(t) + \sum_{i=1}^N (g_{j+i} - g_i)\Delta u(t - i) \Rightarrow p_{ss} = y_p$$
$$\Rightarrow \hat{y} = y_p$$

Las predicciones del estado estacionario son no sesgadas y, si la optimización lleva las predicciones del modelo a w , entonces la salida del proceso y_p será igual a la referencia w , proporcionando error estacionario nulo



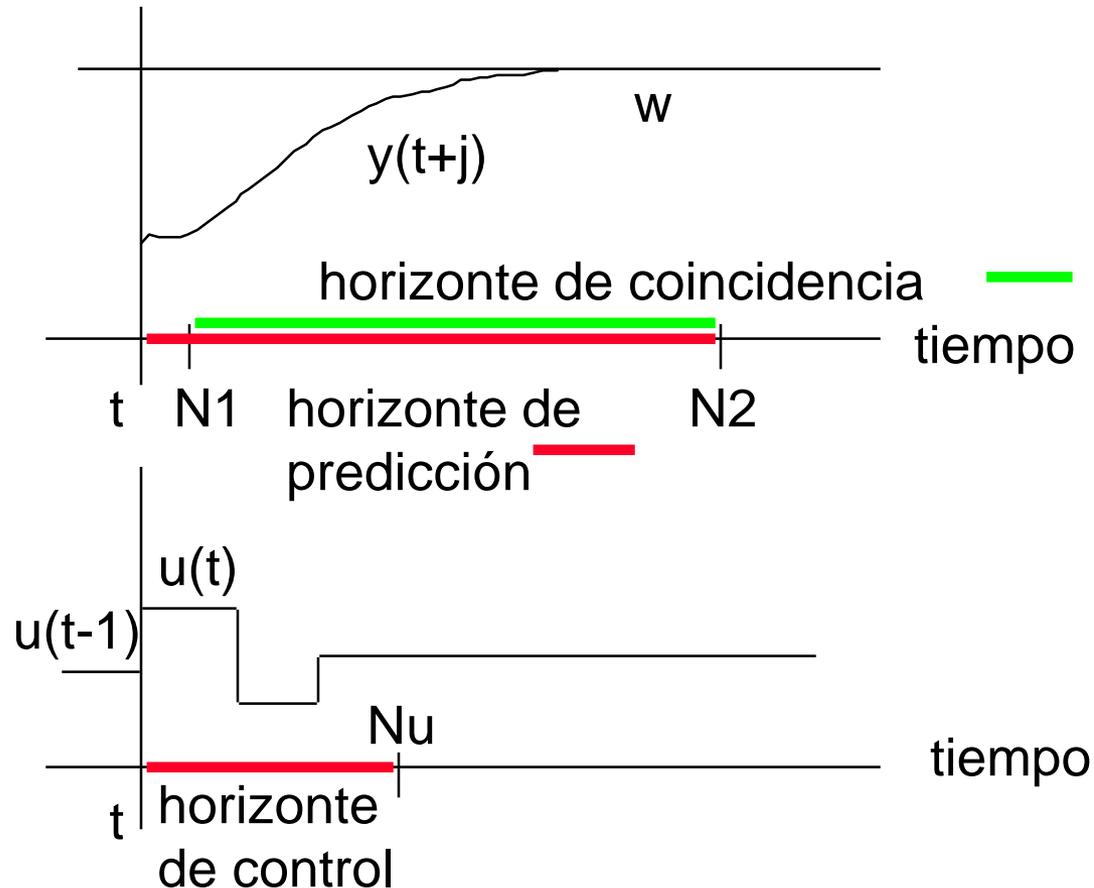
Parámetros DMC



$$\min_{\Delta u(t+j)} J = \sum_{j=N1}^{N2} [\hat{y}(t+j) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=0}^{Nu-1} [\beta \Delta u(t+j)]^2$$

β Factor de peso
Move supression factor

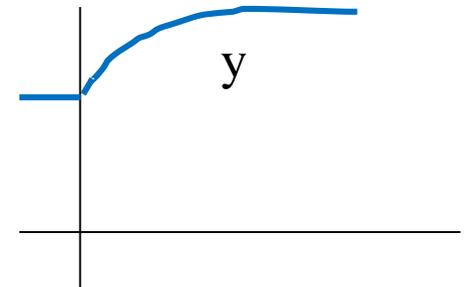
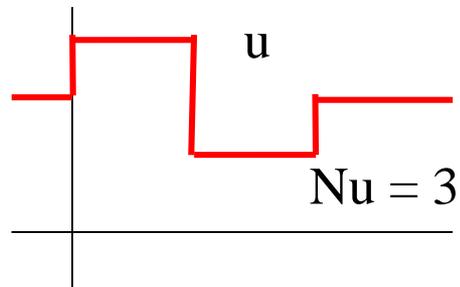
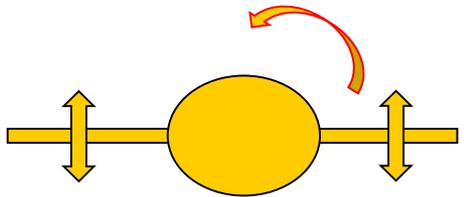
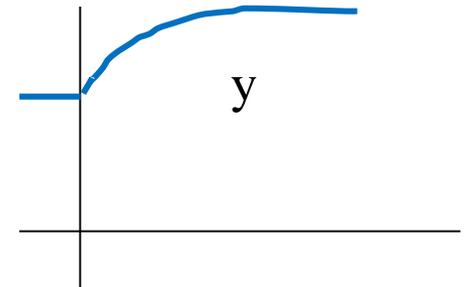
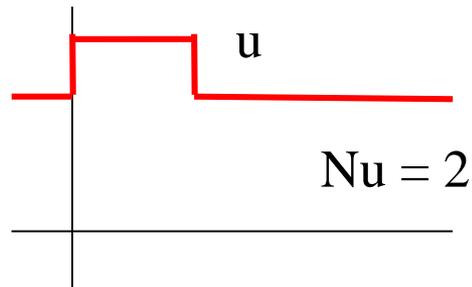
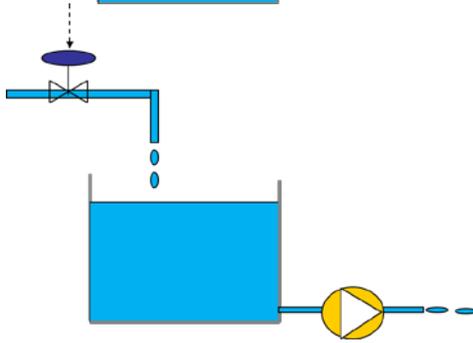
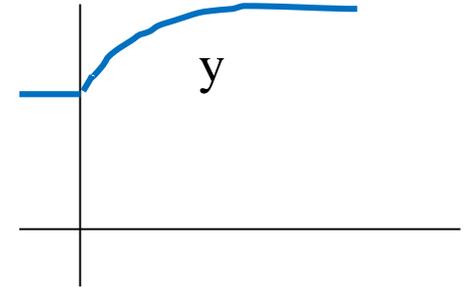
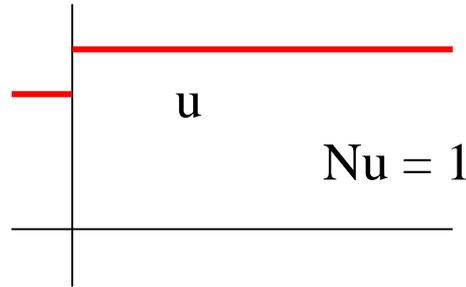
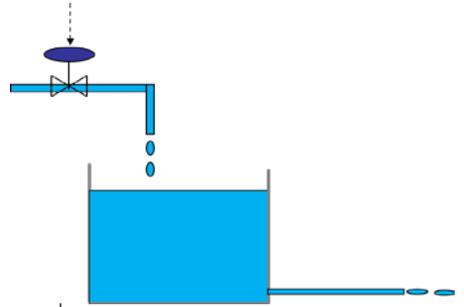
Δu control moves





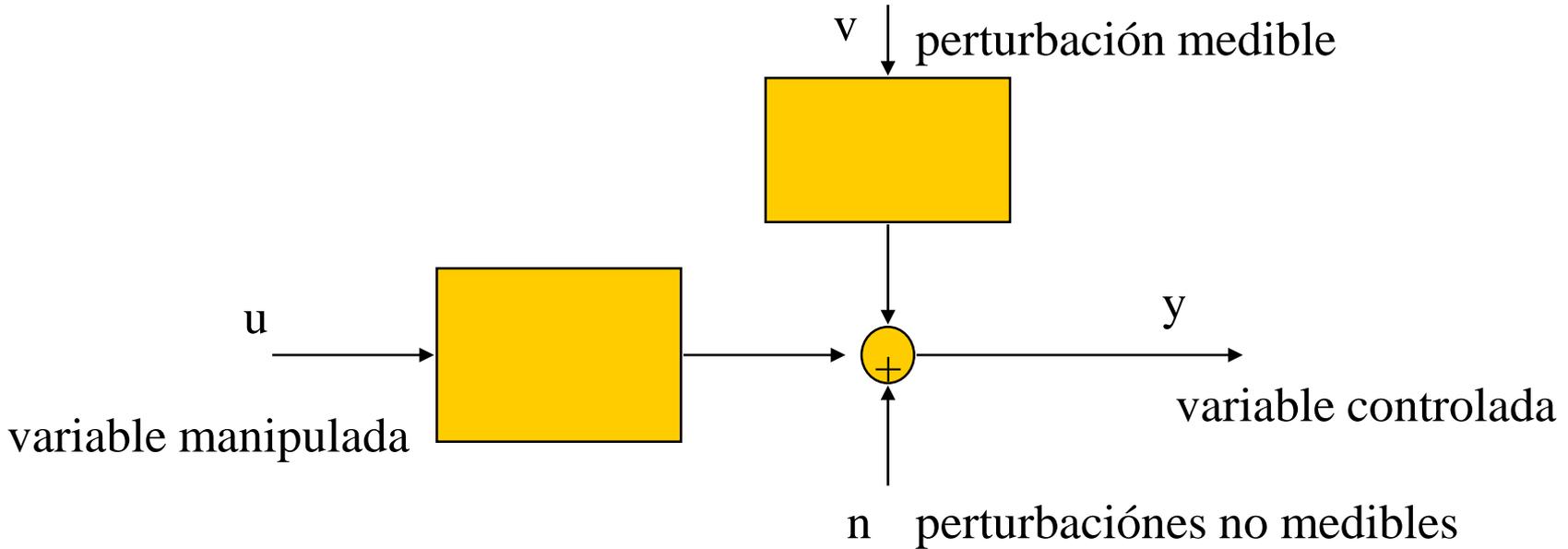
Mínimo Nu

$Nu \geq$ número de integradores





Perturbaciones medibles



Modelo DMC:
$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i) + \sum_{i=1}^{\infty} d_i \Delta v(t-i) + n(t)$$



Predicciones (DMC) con perturbaciones conocidas

Predicción: Separar términos que dependen del futuro y del pasado

$$y(t+j) = \sum_{i=1}^j g_i \Delta u(t+j-i) + \sum_{i=j+1}^{\infty} g_i \Delta u(t+j-i) + \\ + \sum_{i=1}^j d_i \Delta v(t+j-i) + \sum_{i=j+1}^{\infty} d_i \Delta v(t+j-i) + n(t+j)$$

Hipótesis: $n(t+j) = n(t) = y_p(t) - \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i) - \sum_{i=1}^{\infty} d_i \Delta v(t-i)$

$$\hat{y}(t+j) = \sum_{i=1}^j g_i \Delta u(t+j-i) + \sum_{i=j+1}^{\infty} g_i \Delta u(t+j-i) + \\ + \sum_{i=1}^j d_i \Delta v(t+j-i) + \sum_{i=j+1}^{\infty} d_i \Delta v(t+j-i) + y_p(t) - \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i) - \sum_{i=1}^{\infty} d_i \Delta v(t-i)$$



DMC: Respuesta libre

$$p_j = y_p(t) + \sum_{i=j+1}^{\infty} g_i \Delta u(t+j-i) - \sum_{i=1}^{\infty} g_i \Delta u(t-i) + \\ + \sum_{i=j+1}^{\infty} d_i \Delta v(t+j-i) - \sum_{i=1}^{\infty} d_i \Delta v(t-i) + \sum_{i=1}^j d_i \Delta v(t+j-i)$$

esto es

$$p_j = y_p(t) + \sum_{i=1}^{\infty} (g_{j+i} - g_i) \Delta u(t-i) + \sum_{i=1}^{\infty} (d_{j+i} - d_i) \Delta v(t-i) + \sum_{i=1}^j d_i \Delta v(t+j-i)$$

En procesos estables: $g_{j+i} - g_i \cong 0$ $d_{j+i} - d_i \cong 0$ $i > N$, $j = N1, \dots, N2$

$$p_j = y_p(t) + \sum_{i=1}^N (g_{j+i} - g_i) \Delta u(t-i) + \sum_{i=1}^N (d_{j+i} - d_i) \Delta v(t-i) + \sum_{i=1}^j d_i \Delta v(t+j-i)$$

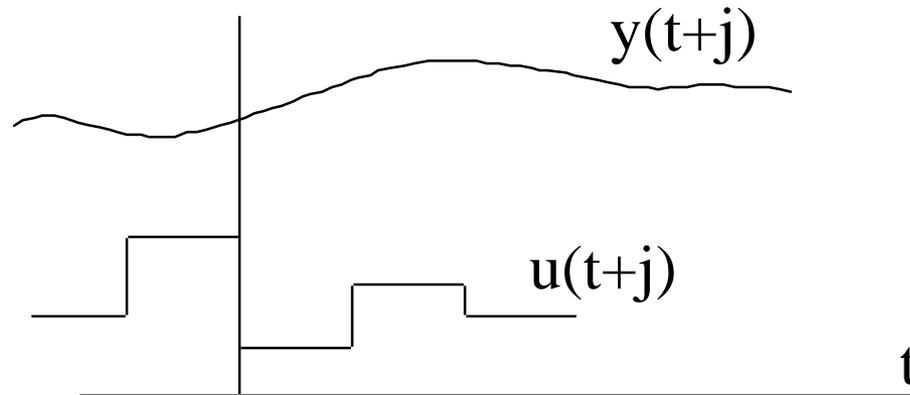
se necesita una hipótesis sobre la evolución futura de v , usualmente $v(t+j) = v(t) +$ horizonte móvil



Corrección feedforward automática

Respuesta forzada: $G_j(q^{-1})\Delta u(t+j)$

Respuesta libre: $p_j = \hat{y}_f(t+j)$



$$\hat{y}(t+j) = G_j(q^{-1})\Delta u(t+j) + p_j$$

Formalmente la misma expresión.

El efecto de la perturbación está incluido en la respuesta libre

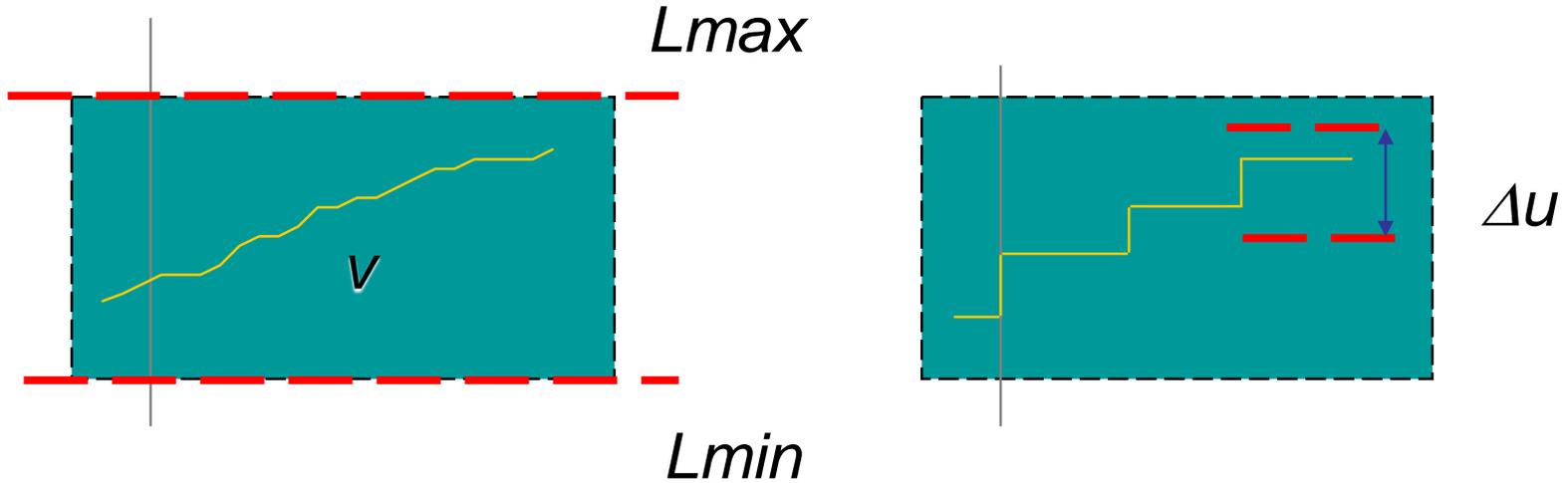


Restricciones

- ✓ Las restricciones en los valores que pueden tomar las variables aparecen de forma natural en la formulación de los problemas de control:
 - Limitaciones físicas de las variables
 - Límites de seguridad
 - Requisitos de calidad, etc.



Restricciones



Rango de las señales de control

$$U_m \leq u(t + j) \leq U_M$$

Velocidad de cambio de u :

$$D_m \leq \Delta u(t + j) \leq D_M$$

Rango de las variables controladas:

$$L_m \leq \hat{y}(t + j) \leq L_M$$

Deben ser añadidas a la formulación del problema de optimización



DMC con restricciones

$$\min_{\Delta u} J = \sum_{j=N1}^{N2} [\hat{y}(t+j) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=0}^{Nu-1} [\beta \Delta u(t+j)]^2$$

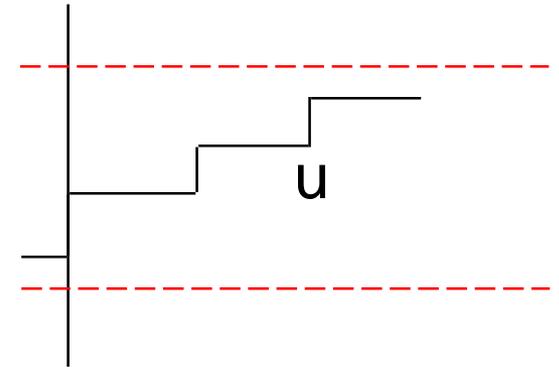
$$D_m \leq \Delta u(t+j) \leq D_M$$

$$U_m \leq u(t-1) + \sum_{i=0}^j \Delta u(t+i) \leq U_M$$

$$j = 0, \dots, Nu$$

$$L_m \leq \hat{y}(t+j) = \sum_{k=1}^j g_k \Delta u(t-k+j) + p(t+j) \leq L_M$$

$$j = 1, \dots, N2$$



Programación cuadrática QP



QP

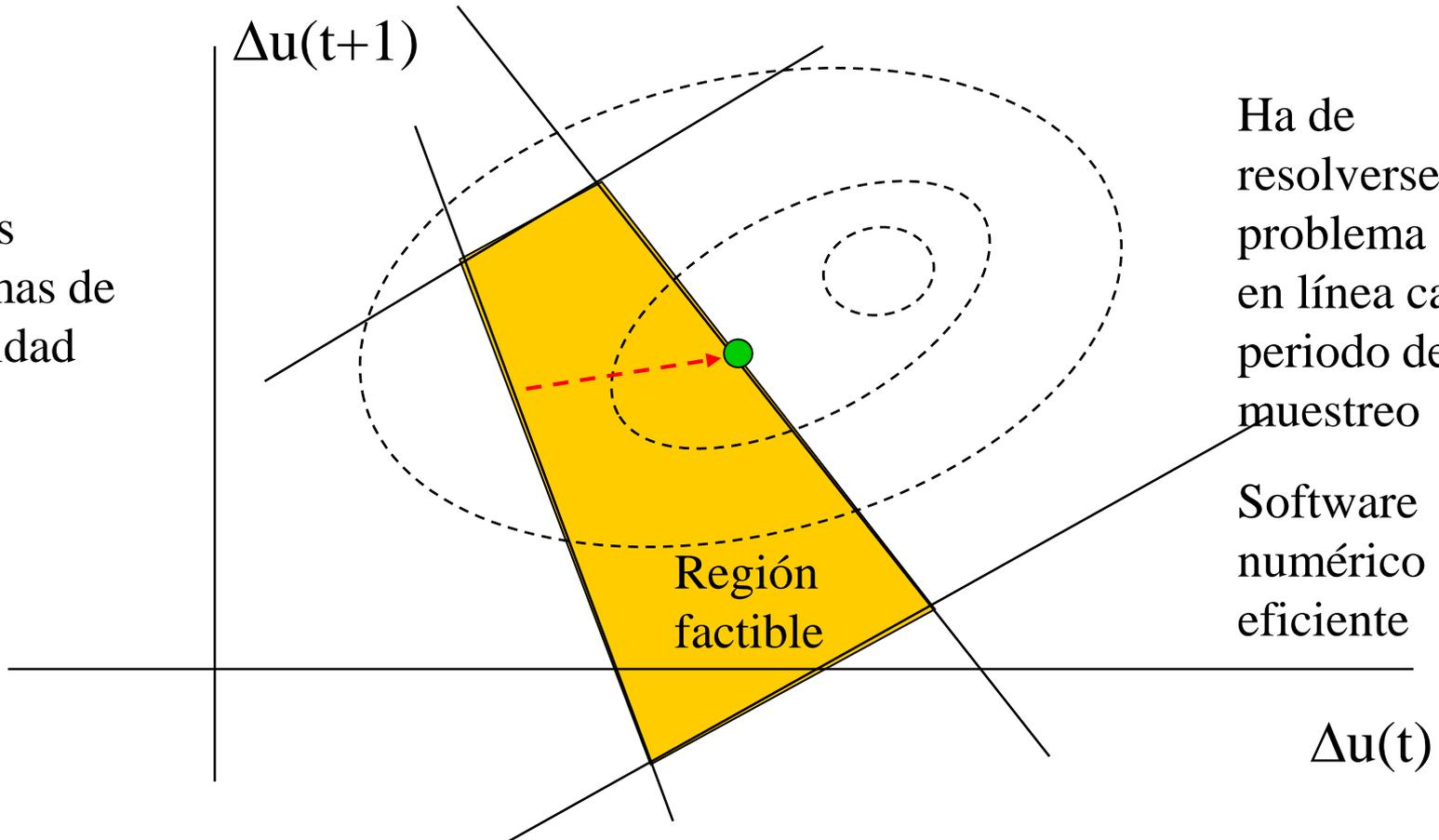


$$\min_x \mathbf{c} \cdot \mathbf{x} + \frac{1}{2} \mathbf{x}' \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{x}$$

$$\mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$$

$$\mathbf{x} \geq 0$$

Posibles
problemas de
factibilidad



Ha de
resolverse un
problema QP
en línea cada
periodo de
muestreo

Software
numérico
eficiente

$\Delta u(t)$

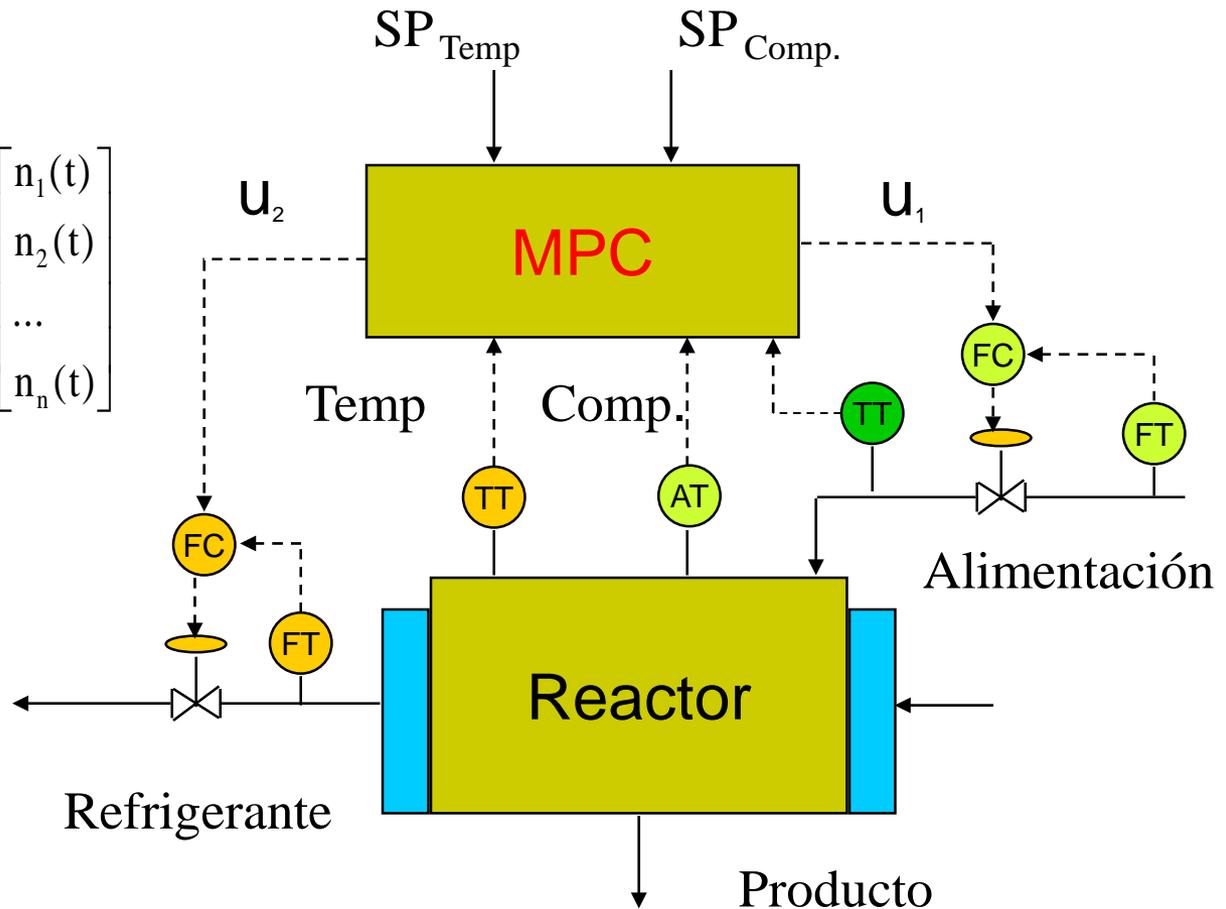


Formulación Multivariable



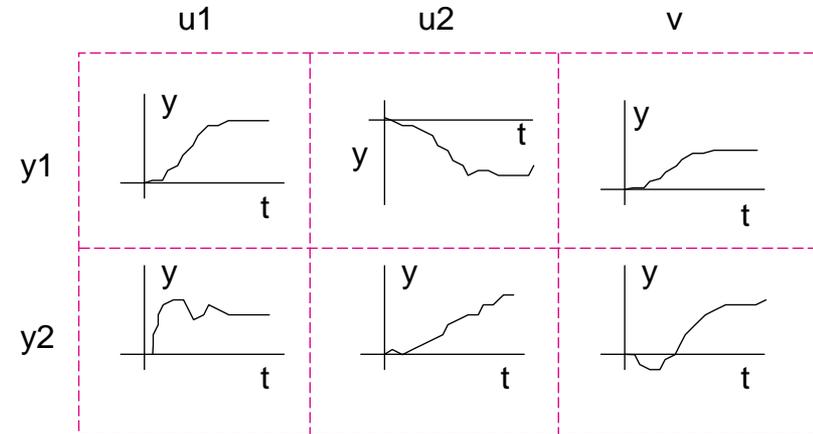
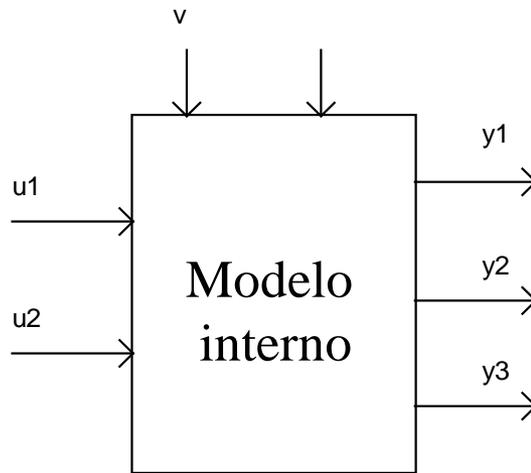
$$\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \dots \\ y_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1m} \\ M_{21} & M_{22} & \dots & M_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{n1} & M_{n2} & \dots & M_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \dots \\ u_m(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1(t) \\ n_2(t) \\ \dots \\ n_n(t) \end{bmatrix}$$

Se necesita un modelo que relacione las variables controladas con las manipuladas y perturbaciones medibles





DMC Multivariable



Matriz dinámica

$$y_1(t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_{i11} \Delta u_1(t-i) + \sum_{i=1}^{\infty} g_{i12} \Delta u_2(t-i) + \sum_{i=1}^{\infty} g_{i13} \Delta v(t-i) + n_1(t)$$

$$y_2(t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_{i21} \Delta u_1(t-i) + \sum_{i=1}^{\infty} g_{i22} \Delta u_2(t-i) + \sum_{i=1}^{\infty} g_{i23} \Delta v(t-i) + n_2(t)$$

$$y_3(t) = \sum_{i=1}^{\infty} g_{i31} \Delta u_1(t-i) + \sum_{i=1}^{\infty} g_{i32} \Delta u_2(t-i) + \sum_{i=1}^{\infty} g_{i33} \Delta v(t-i) + n_3(t)$$



DMC Multivariable



Predicciones:

$$\hat{y}_1(t+j) = \sum_{i=1}^j g_{i11} \Delta u_1(t-i+j) + \sum_{i=1}^j g_{i12} \Delta u_2(t-i+j) + p_1(t+j)$$

$$\hat{y}_2(t+j) = \sum_{i=1}^j g_{i21} \Delta u_1(t-i+j) + \sum_{i=1}^j g_{i22} \Delta u_2(t-i+j) + p_2(t+j)$$

Min funcion
de costo:

$$\hat{y}_3(t+j) = \sum_{i=1}^j g_{i31} \Delta u_1(t-i+j) + \sum_{i=1}^j g_{i32} \Delta u_2(t-i+j) + p_3(t+j)$$

$$\begin{aligned} \min_{\Delta u} J = & \sum_{j=N1}^{N2} \gamma_1 [\hat{y}_1(t+j) - w_1(t+j)]^2 + \sum_{j=N1}^{N2} \gamma_2 [\hat{y}_2(t+j) - w_2(t+j)]^2 + \\ & + \sum_{j=N1}^{N2} \gamma_3 [\hat{y}_3(t+j) - w_3(t+j)]^2 + \sum_{j=0}^{Nu_1-1} [\beta_1 \Delta u_1(t+j)]^2 + \sum_{j=0}^{Nu_2-1} [\beta_2 \Delta u_2(t+j)]^2 \end{aligned}$$

γ Equal concern errors , factores de peso (y normalización)

Con restricciones lineales: problema QP



MPC Multivariable



$$\min_{\Delta u_k(t+j)} J = \min_{\Delta u_k(t+j)} \sum_{k=1}^N \sum_{j=N1_k}^{N2_k} \gamma_k \left(\hat{y}_k(t+j) - w_k(t+j) \right)^2 + \sum_{K=1}^M \sum_{j=0}^{Nu_k-1} \beta_k \left(\Delta u_k(t+j) \right)^2$$

con:
$$\hat{y}_k(t+j) = \sum_{s=1}^n \sum_{i=1}^j g_{iks} \Delta u_s(t+j-i) + p_k(t+j)$$

$$Dm_k < \Delta u_k(t+j) < DM_k$$

$$Um_k < u_k(t+j) < UM_k$$

$$Lm_k < y_k(t+j) < LM_k$$

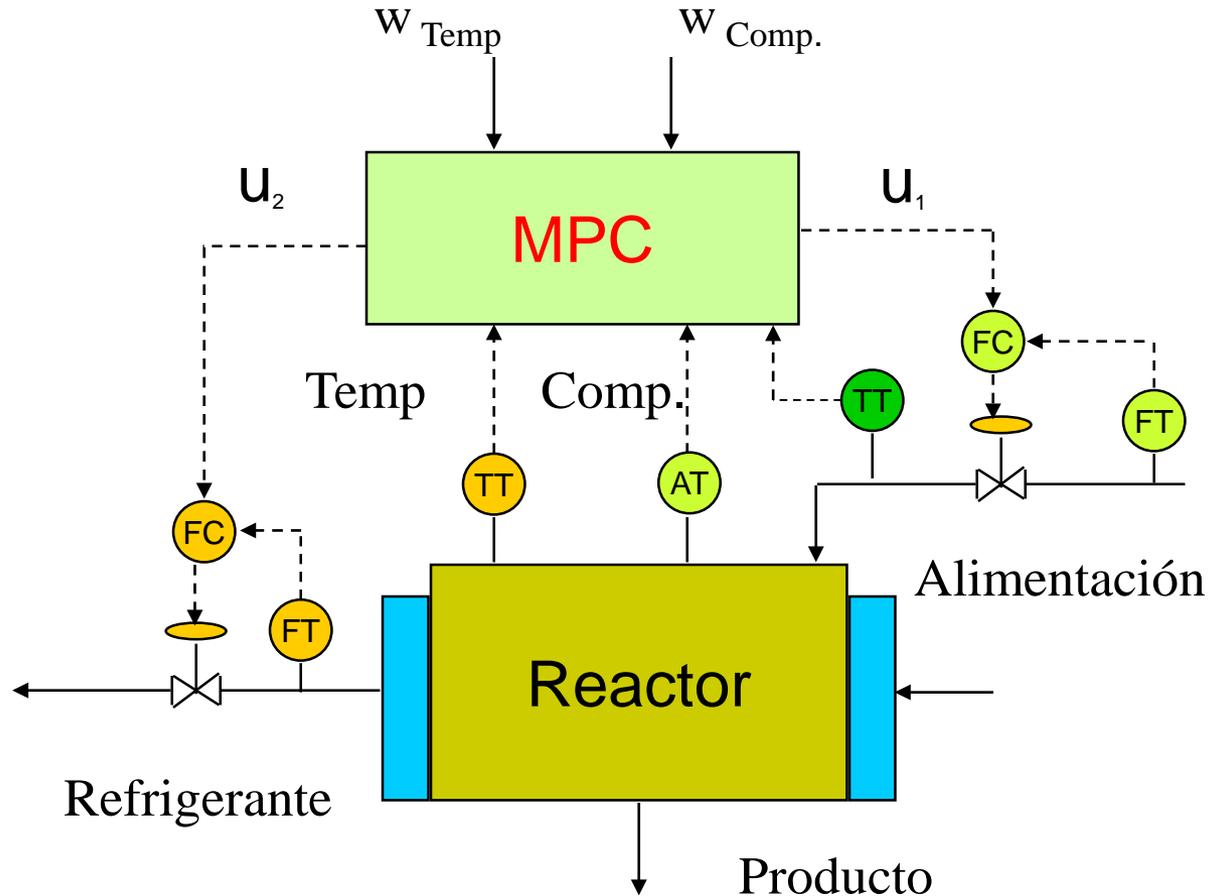
Resuelto como un problema de Programación cuadrática cada periodo de muestreo



Optimización Económica

¿Cual es el mejor punto de trabajo?

¿Como ajustar las referencias w_{Temp} , w_{Comp} a ese punto?





Optimización Económica

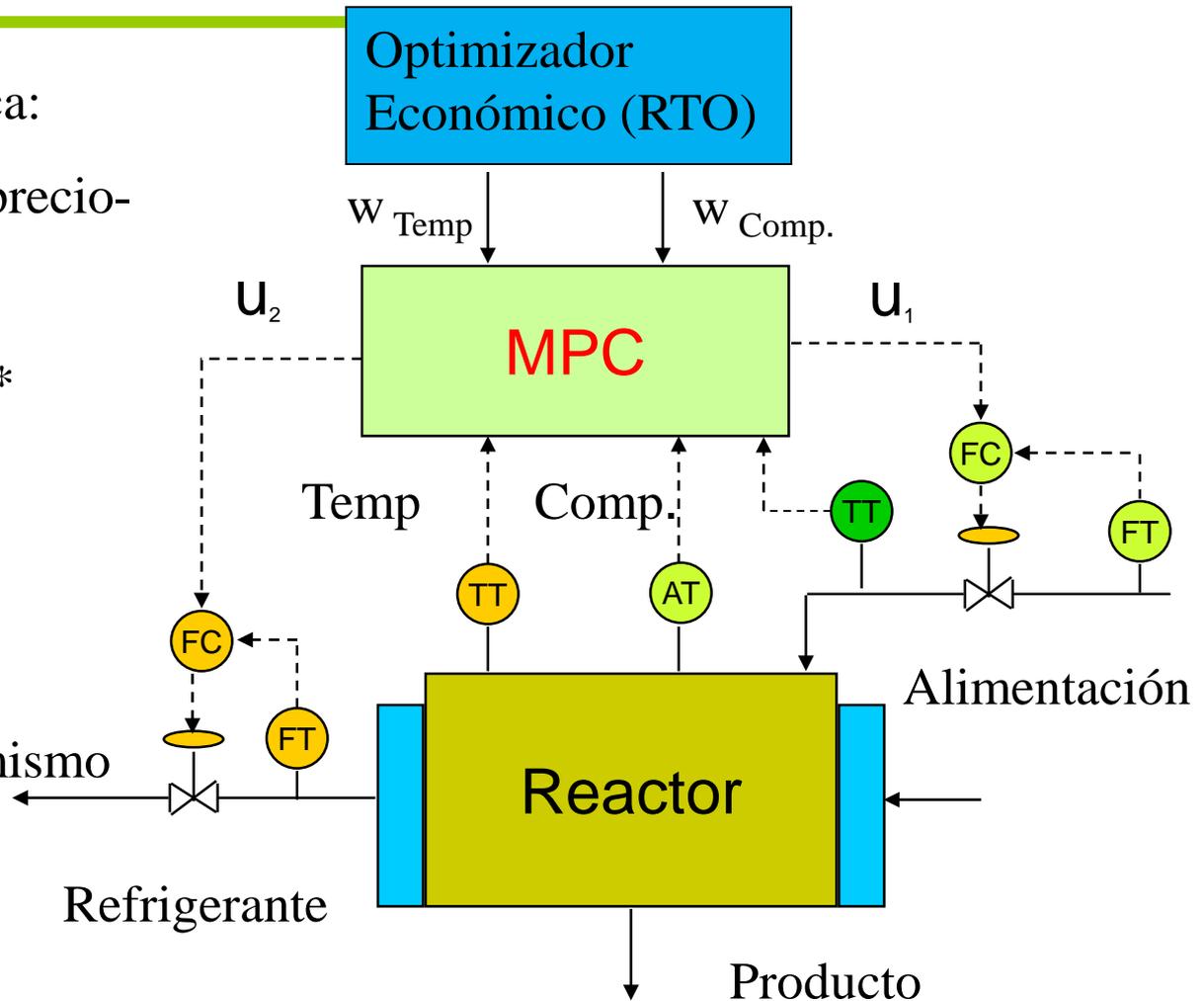


Función de costo económica:

$(\text{Producto} * \text{concentración} * \text{precio} -$
 $- \text{materia prima} * \text{precio} -$
 $- \text{Flujo refrigerante} * \text{precio}) *$
tiempo

Max Beneficio

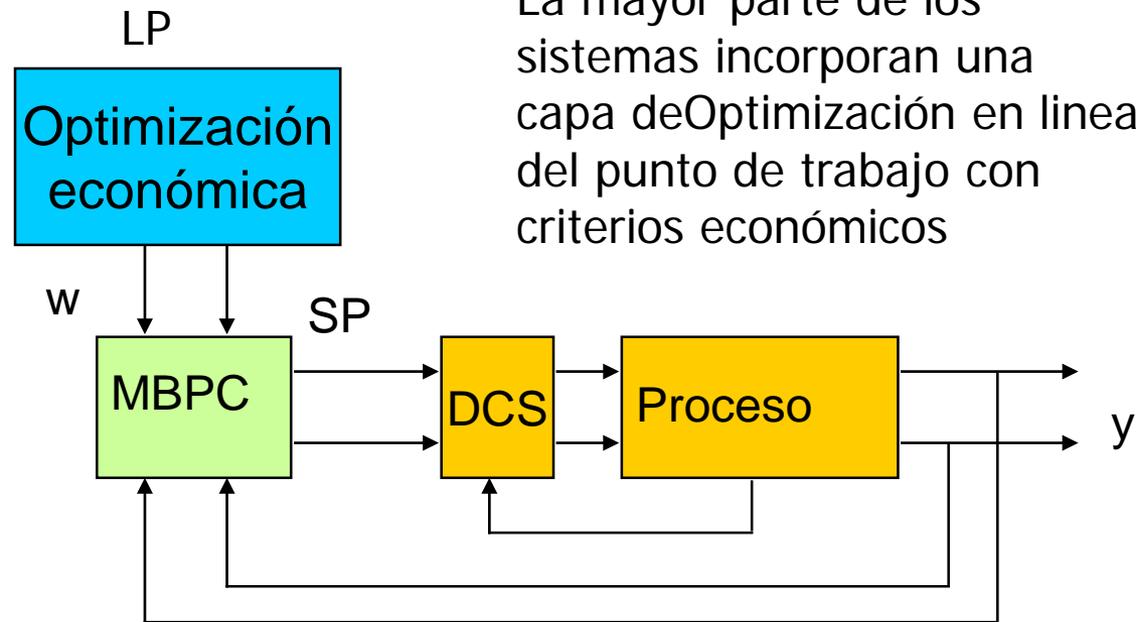
Con las restricciones y el mismo
modelo que el MPC





Optimización de consignas

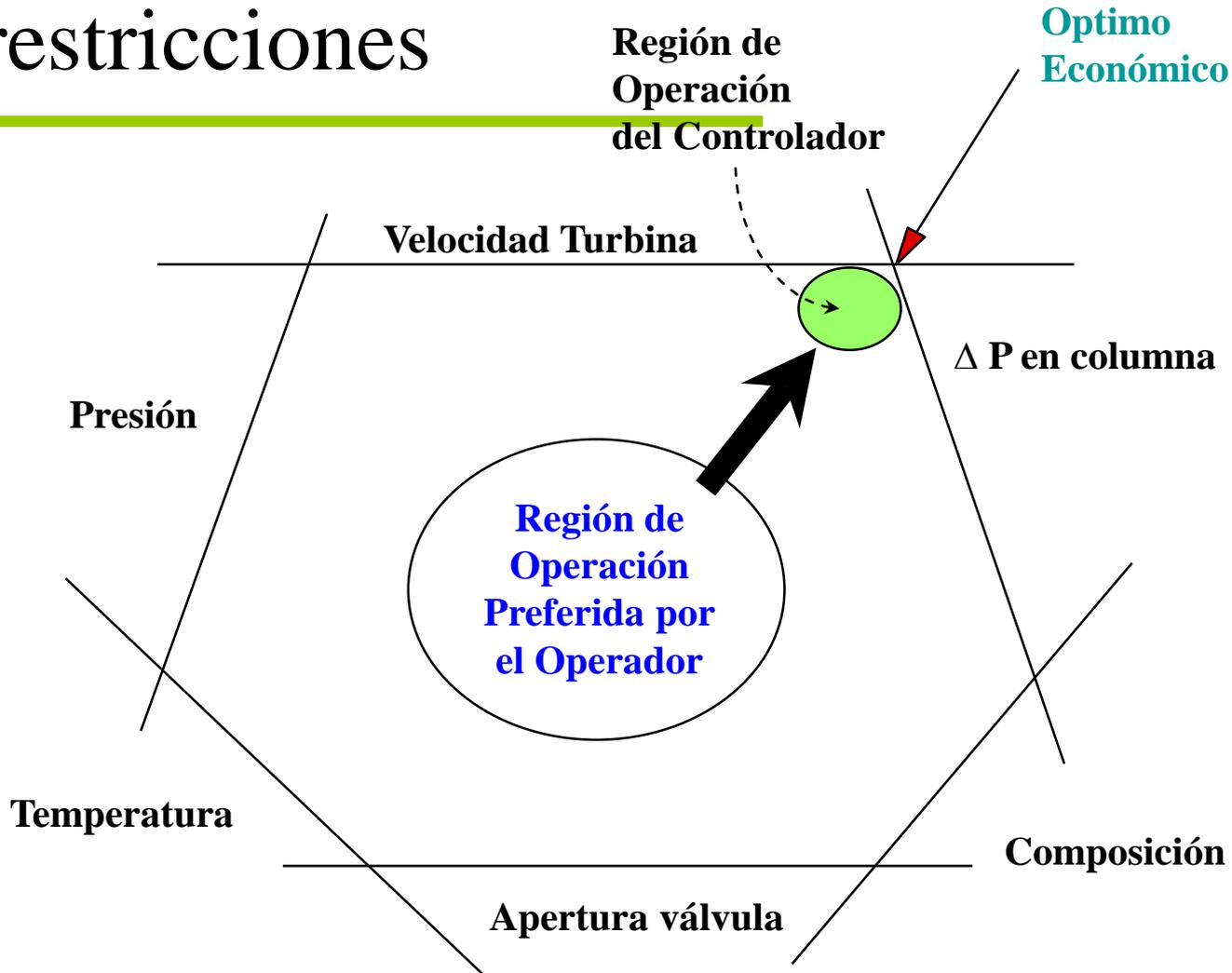
Tendencia:
Combinar las
dos capas en un
solo MPC
donde el
criterio es
directamente
económico



La mayor parte de los sistemas incorporan una capa de Optimización en línea del punto de trabajo con criterios económicos



Optimización con restricciones





Reguladores predictivos comerciales



- ✓ DMC Plus (Aspec Tech.)
- ✓ Process Perfecter (Pavillion Tech.)
- ✓ 3dMPC (ABB)
- ✓ Profit RMPC (Honeywell)
- ✓ Delta V Predict (Emerson)
- ✓ Pavillion8 (Rockwell)
- ✓ SMOC (Yokogawa)
- ✓ ...



Aceptación industrial

S.J. Qin, T.A. Badgwell / Control Engineering Practice 11 (2003) 733–764

745

Table 6
Summary of linear MPC applications by areas (estimates based on vendor survey; estimates do not include applications by companies who have licensed vendor technology)^a

Area	Aspen Technology	Honeywell Hi-Spec	Adersa ^b	Invensys	SGS ^c	Total
Refining	1200	480	280	25		1985
Petrochemicals	450	80	—	20		550
Chemicals	100	20	3	21		144
Pulp and paper	18	50	—	—		68
Air & Gas	—	10	—	—		10
Utility	—	10	—	4		14
Mining/Metallurgy	8	6	7	16		37
Food Processing	—	—	41	10		51
Polymer	17	—	—	—		17
Furnaces	—	—	42	3		45
Aerospace/Defense	—	—	13	—		13
Automotive	—	—	7	—		7
Unclassified	40	40	1045	26	450	1601
Total	1833	696	1438	125	450	4542
First App.	DMC:1985 IDCOM-M:1987 OPC:1987	PCT:1984 RMPCT:1991	IDCOM:1973 HIECON:1986	1984	1985	
Largest App.	603 × 283	225 × 85	—	31 × 12	—	



HITO

Controlador Multivariable HITO

Archivo Configuración Simulación Ayuda

Var. Controladas	Límite inferior de operación	Estado	Consigna	Valor de campo	Límite superior de operación
conc prod B	6.7	reg	7.2	7.2828	8.3
temp reactor	57	reg	60	58.563	72
conc prod. A	0	lim	0.000000	0.79721	1

Var. Manipuladas	Decremento máximo de operación	Límite inferior de operación	Estado	Señal de control calculada	Valor de campo	Límite superior de operación	Increm máx ope
flujo ent prod. A	-2	18	auto	26.582	26.582	34	
flujo refrigerante	-2	10	auto	26.234	26.234	35	

Perturbaciones	Estado	Valor de campo
conc. ent prod. A	ok	8

Variable Manipulada flujo refrigerante

Configuración Leyenda

37.5

7.5

1 horas 36 min

Variable Manipulada flujo ent prod. A

Configuración Leyenda

35.6

16.4

1 horas 36 min

Variable Controlada conc prod B

Configuración Ver Leyenda

8.46

6.54

1 horas 36 min

Variable Controlada temp reactor

Configuración Ver Leyenda

73.5

55.5

1 horas 36 min

Función de Coste Económico

Configuración

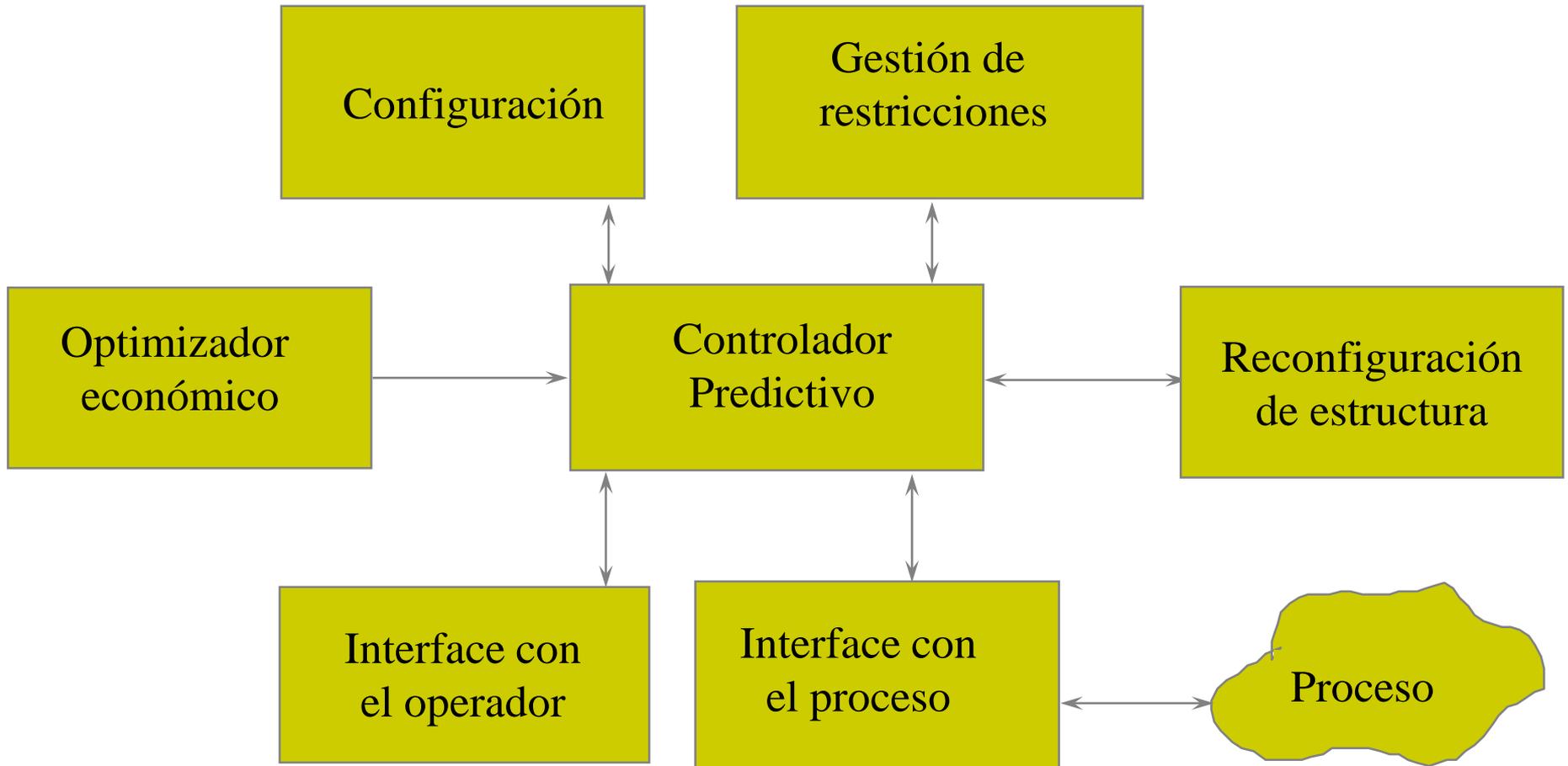
-750000

-1500000

1 horas



HITO módulos funcionales





MPC en espacio de estados



$$\min_{\Delta u(t+j)} J = \sum_{j=N_1}^{N_2} [\hat{y}(t+j) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=0}^{N_u-1} [\beta \Delta u(t+j)]^2 \quad \text{Función de coste}$$

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t)$$

Process model

$$y(t) = Cx(t)$$

$$U_m \leq u(t+j) \leq U_M \quad \Rightarrow \quad U_m \leq u(t-1) + \sum_{k=0}^j \Delta u(t+k) \leq U_M \quad j = 0, \dots, N_u - 1$$

$$D_m \leq \Delta u(t+j) \leq D_M \quad j = 0, \dots, N_u - 1 \quad \Delta u(t+j) = 0 \quad j \geq N_u$$

$$L_m \leq \hat{y}(t+j) \leq L_M \quad j = N_1, \dots, N_2$$

Para calcular J es necesario calcular las predicciones de la salida $y(t+j)$



Cálculo de las predicciones



$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$x(t+2) = Ax(t+1) + Bu(t+1) = A^2x(t) + ABu(t) + Bu(t+1)$$

$$x(t+3) = Ax(t+2) + Bu(t+2) = A^3x(t) + A^2Bu(t) + ABu(t+1) + Bu(t+2)$$

....

$$x(t+j) = A^jx(t) + \sum_{k=1}^j A^{j-k}Bu(t+k-1)$$

$$y(t+j) = CA^jx(t) + \sum_{k=1}^j CA^{j-k}Bu(t+k-1)$$

Pero el estado $x(t)$ puede no ser medible



Estimador (u observador) de estados



$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

Como el estado $x(t)$ puede no ser medible, se necesita un estimador de estados

$$\hat{x}(t) = A\hat{x}(t-1) + Bu(t-1) + L[y_p(t) - C(A\hat{x}(t-1) + Bu(t-1))]$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad y_p \text{ representa la salida medida del proceso}$$

Las predicciones de la salida se calculan reemplazando el estado en t por su estimación $\hat{x}(t)$:

$$\hat{y}(t+j) = CA^j \hat{x}(t) + \sum_{k=1}^j CA^{j-k} Bu(t+k-1)$$

$$\text{In steady state: } \hat{y}(t+j) = CA^j \hat{x} + \sum_{k=1}^j CA^{j-k} Bu = CA^j \hat{x} + C(I + A + \dots + A^{j-1})Bu$$



Diseño del observador de estado (en forma de filtro)



$$x(t) = Ax(t-1) + Bu(t-1)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

Estimar los estados $x(t)$ con información hasta $(t-1)$ mas $y(t)$

$$\hat{x}(t|t-1) = A\hat{x}(t-1) + Bu(t-1) \quad \text{Predictor}$$

$$\hat{x}(t) = \hat{x}(t|t-1) + L[y(t) - C\hat{x}(t|t-1)] \quad \text{Corrector}$$

$$e(t) = \hat{x}(t) - x(t) \quad \text{Error de estimación}$$

$$e(t) = Ae(t-1) + L[y(t) - C(A\hat{x}(t-1) + Bu(t-1))]$$

Model output is given by: $y(t) = Cx(t) = CAx(t-1) + CBu(t-1)$

$$e(t) = Ae(t-1) + L[CAx(t-1) - CA\hat{x}(t-1)] = Ae(t-1) + LCAe(t-1)$$

$$e(t) = (A + LCA)e(t-1) \quad \text{Evolución temporal del error de estimación}$$

L puede escogerse de modo que los autovalores de $(A + LCA)$ sean estables y proporcione la adecuada velocidad de convergencia a cero del error de estimación



Error estacionario del MPC



Esta formulación (MPC + Observador) no garantiza que, en estado estacionario, la salida del proceso y_p sea igual a la referencia w (aún con w factible)

El motivo es que el observador en estado estacionario verifica:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u + \mathbf{L}[y_p - \mathbf{C}(\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u)]$$

Pero esto **no** implica que $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u$

$$y_p = \mathbf{C}(\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}u) \quad \text{El modelo no es perfecto!}$$

Por ello, las predicciones de la salida serán en general diferentes del valor real de la salida del proceso.

$$\hat{y}(t + j) = \mathbf{C}\mathbf{A}^j\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{C}(\mathbf{I} + \mathbf{A} + \dots + \mathbf{A}^{j-1})\mathbf{B}u \neq y_p$$

Y el controlador llevará al proceso a un objetivo erróneo, por lo que aparecerá un error estacionario. Para eliminarlo, se requiere incorporar un término de perturbaciones en el modelo u otras técnicas.