

Reguladores PID

Prof. Cesar de Prada

Dpt. Ingenieria de Sistemas y Automática

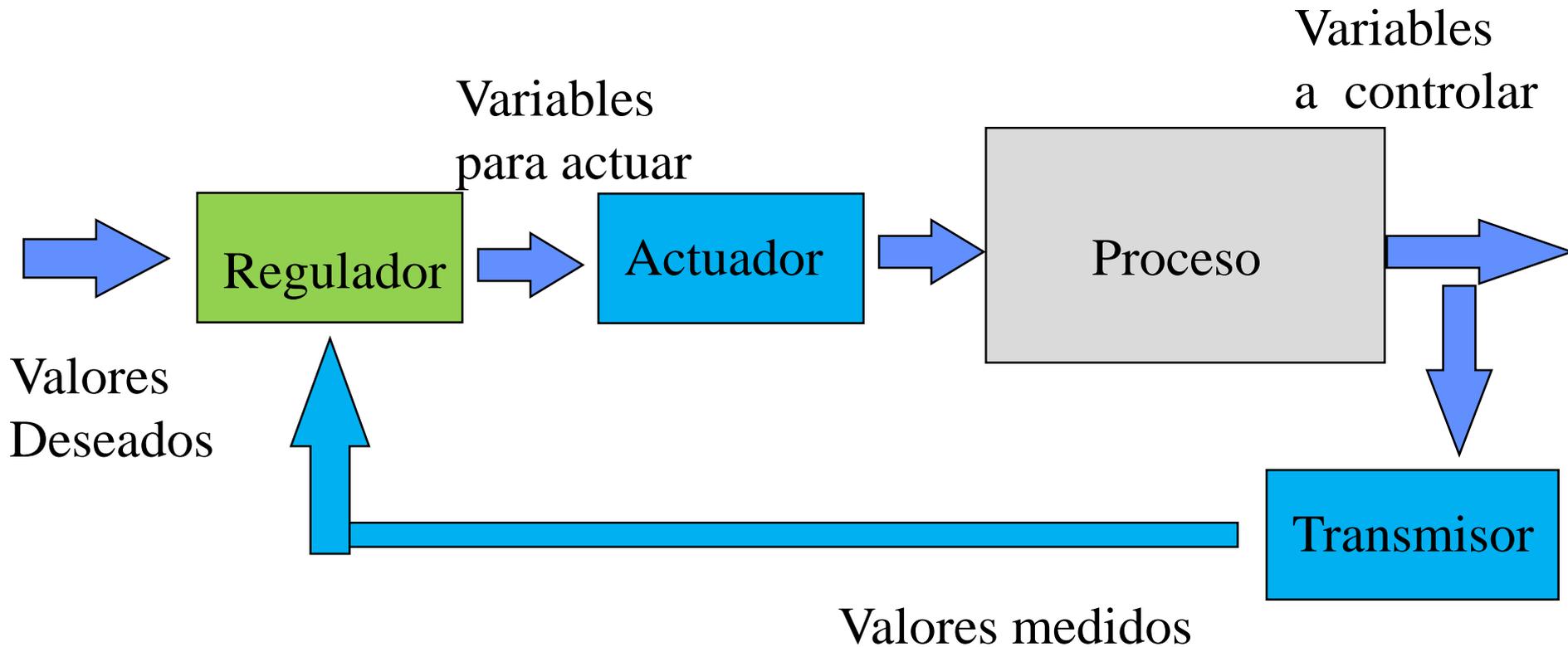
Facultad de Ciencias

Universidad de Valladolid

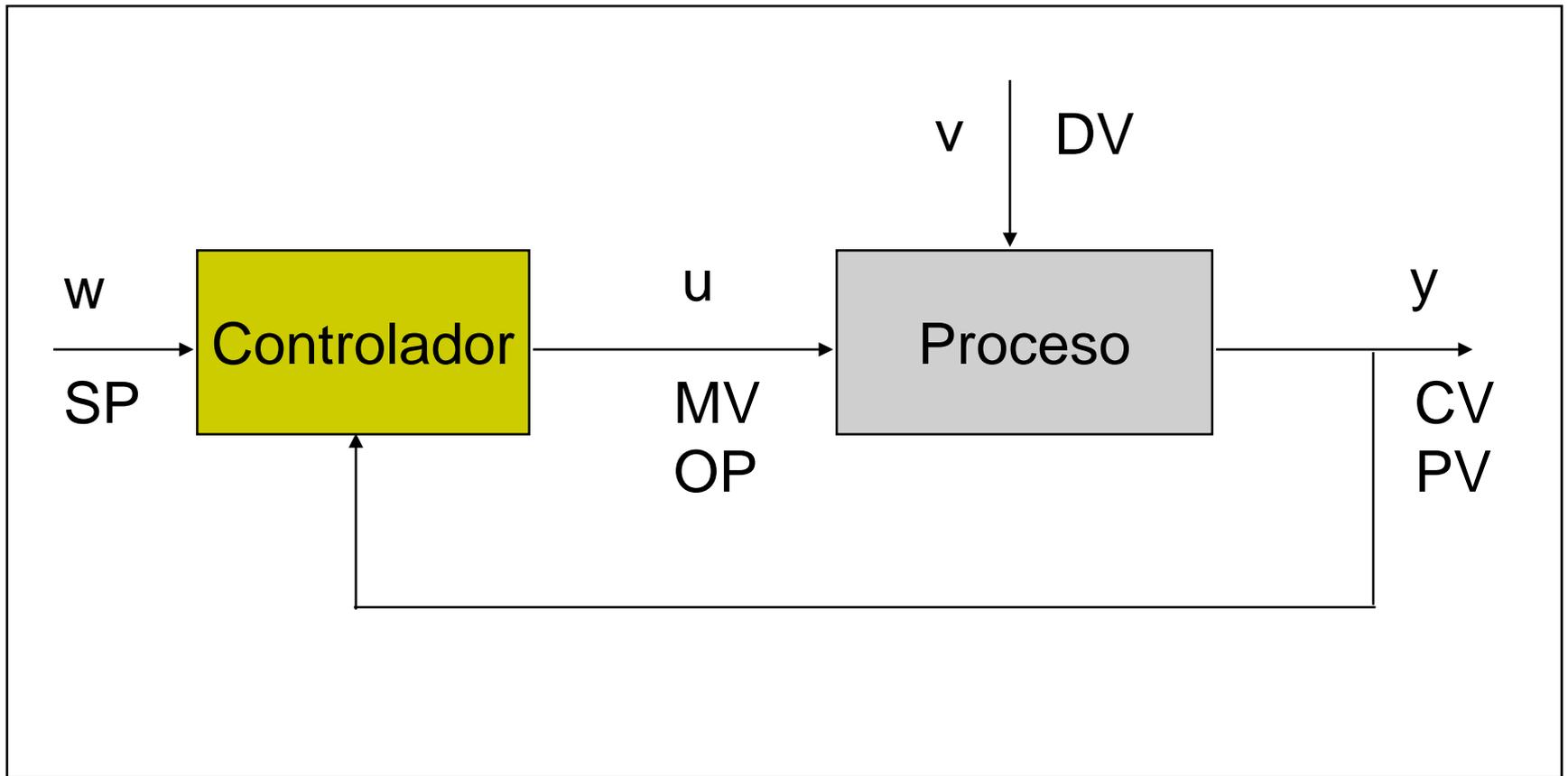
Indice

- Regulador PID
- Tipos de reguladores PID
- Criterios de Sintonia
- Métodos de Ziegler-Nichols
- Métodos de minimización del error
- Métodos en el dominio frecuencial
- Sintonia automática

Elementos de un lazo de control



EL PROBLEMA DE CONTROL



EL REGULADOR PID

$$e(t) = w(t) - y(t)$$

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(\tau) d\tau + T_d \frac{de}{dt} \right)$$

- **regulador basado en señal**, no incorpora conocimiento explícito del proceso
- 3 parámetros de sintonía K_p , T_i , T_d
- diversas modificaciones

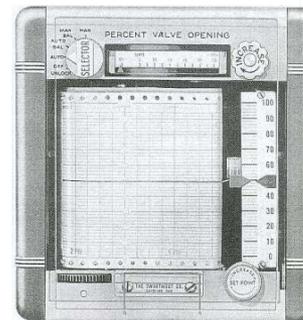
Un poco de historia

- ✓ 1911 – Primera aplicación de un controlador PID por Elmer Sperry.
- ✓ 1920 – Primera patente de un controlador PI
- ✓ 1933 - Taylor Double-response plus Fulscope (Model 56R Fulscope) con componentes P e I ajustables
- ✓ 1925-1935: Uso generalizado del PID en la industria gracias a compañías como Foxboro and Taylor. 75.000 controladores automáticos vendidos en USA

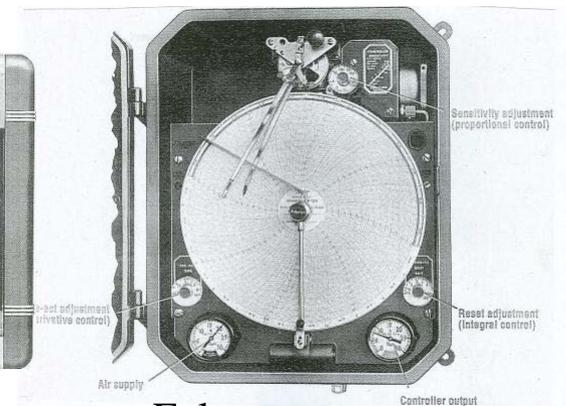
1939 – Primer controlador comercial completamente ajustable:

Fulscope 100 de Taylor Instruments

1951 – Autronic, primer PID basado en tecnología de válvulas de vacío

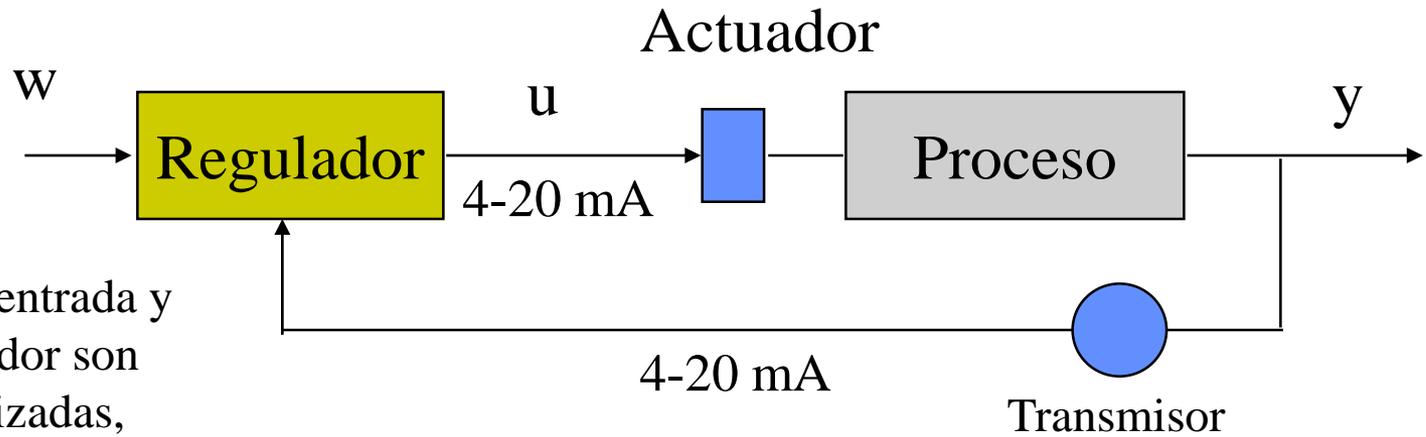


Autronic

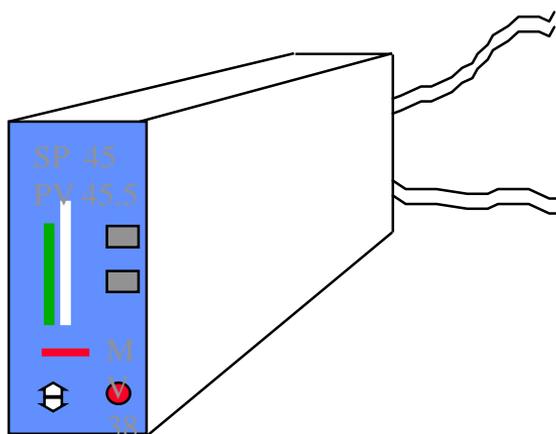


Fulscope

Señales del regulador



Las señales de entrada y salida al regulador son señales normalizadas, normalmente de 4-20 mA



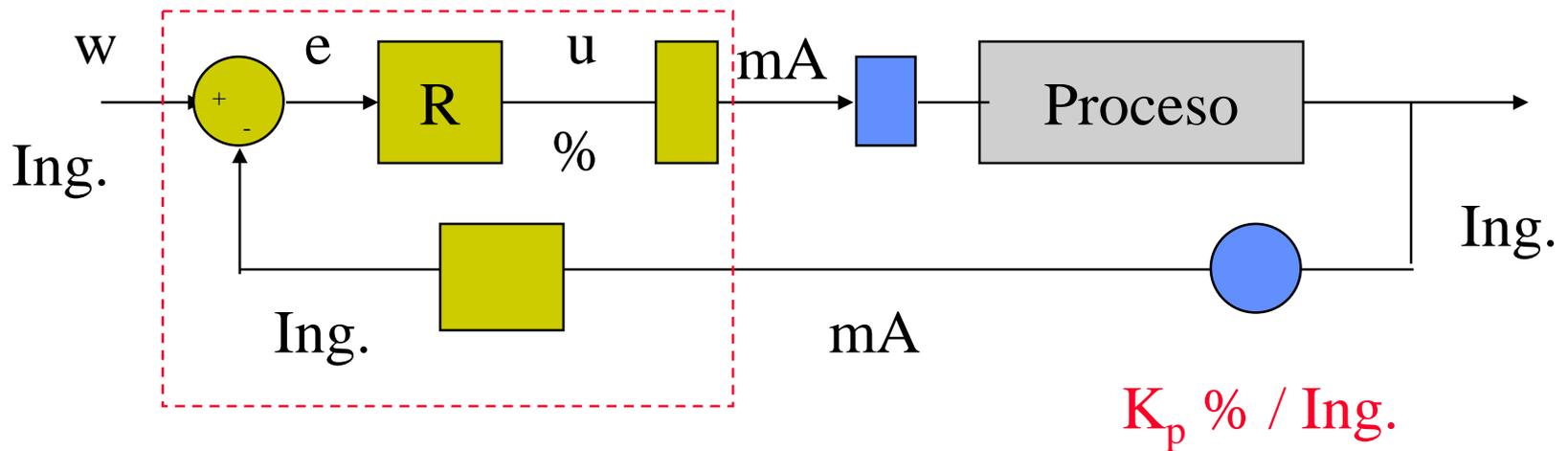
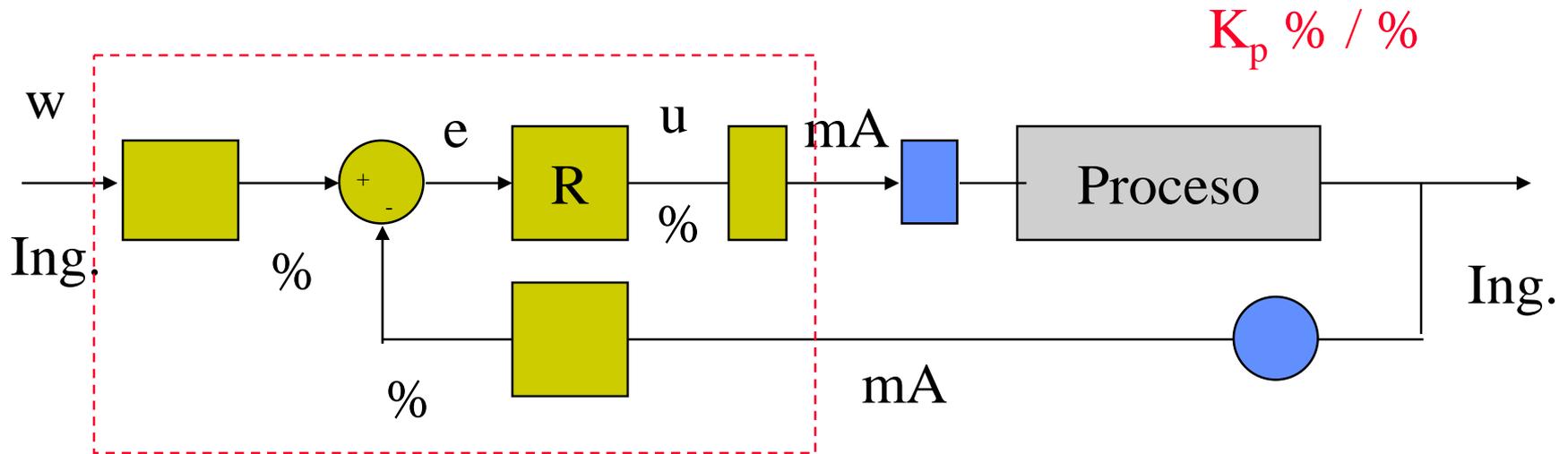
4-20 mA desde el transmisor

4-20 mA al actuador

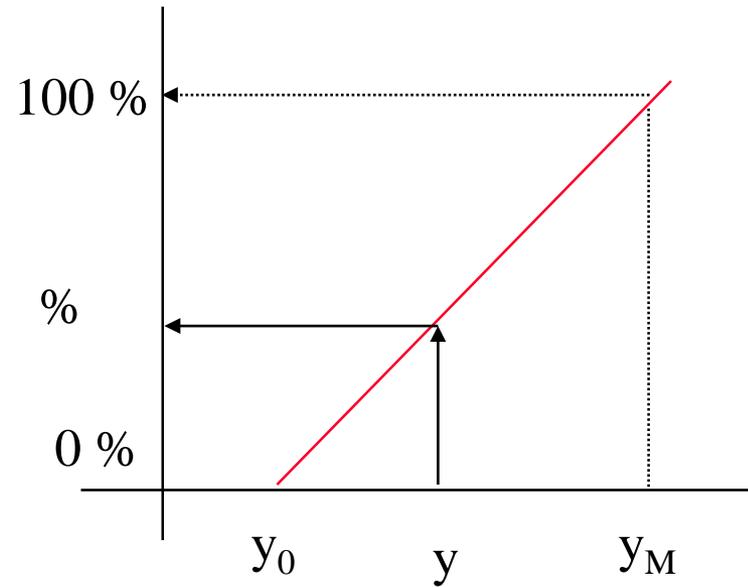
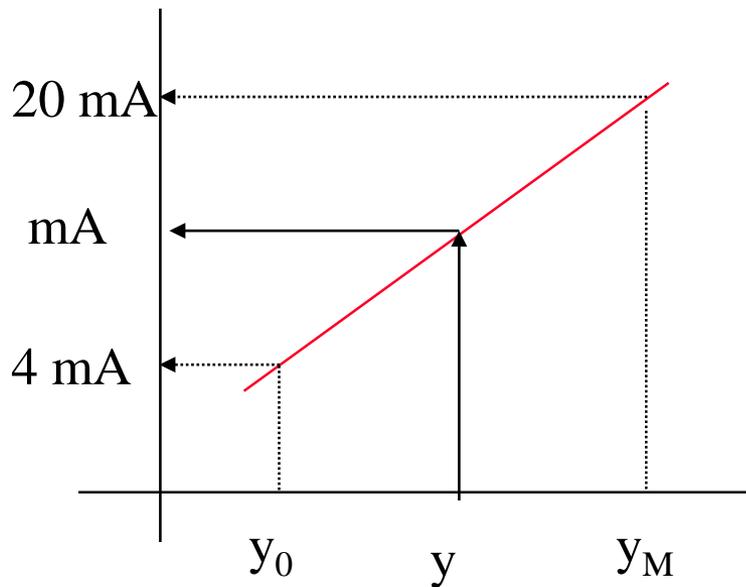


Controlador de lazo

Dos opciones



Fórmulas de Conversión y,w



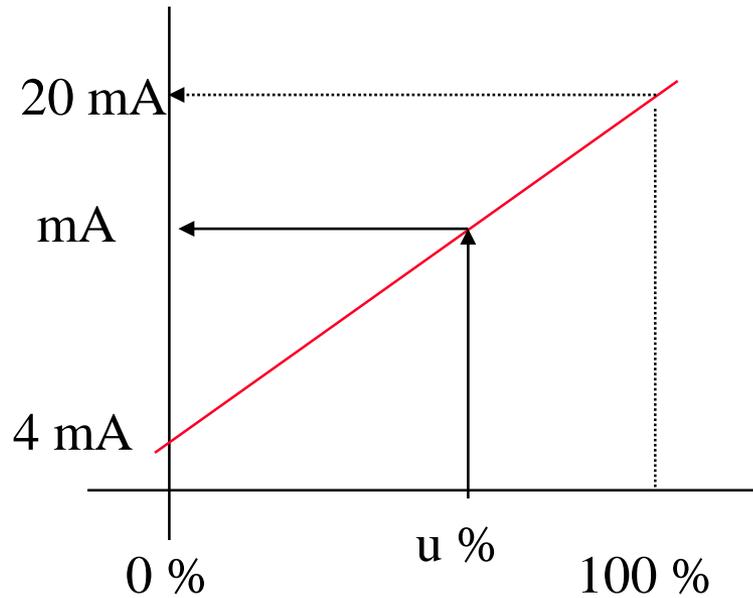
$$\text{Span} = y_M - y_0$$

$$\text{mA} = \frac{16}{\text{span}} (y - y_0) + 4$$

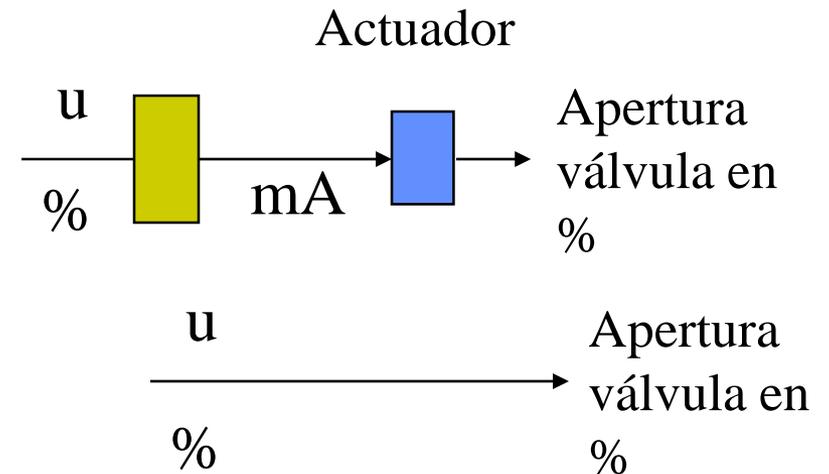
$$\% = \frac{100}{\text{span}} (y - y_0)$$

$$\% = \frac{100}{16} (\text{mA} - 4)$$

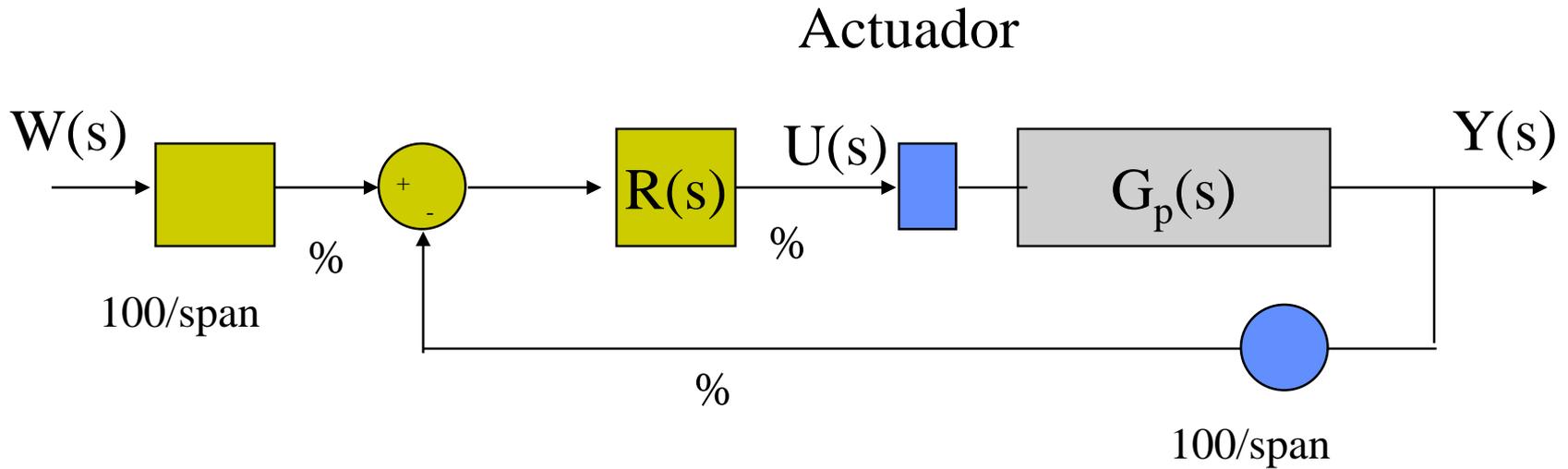
Fórmulas de Conversión u



$$\text{mA} = \frac{16}{100} \% + 4$$



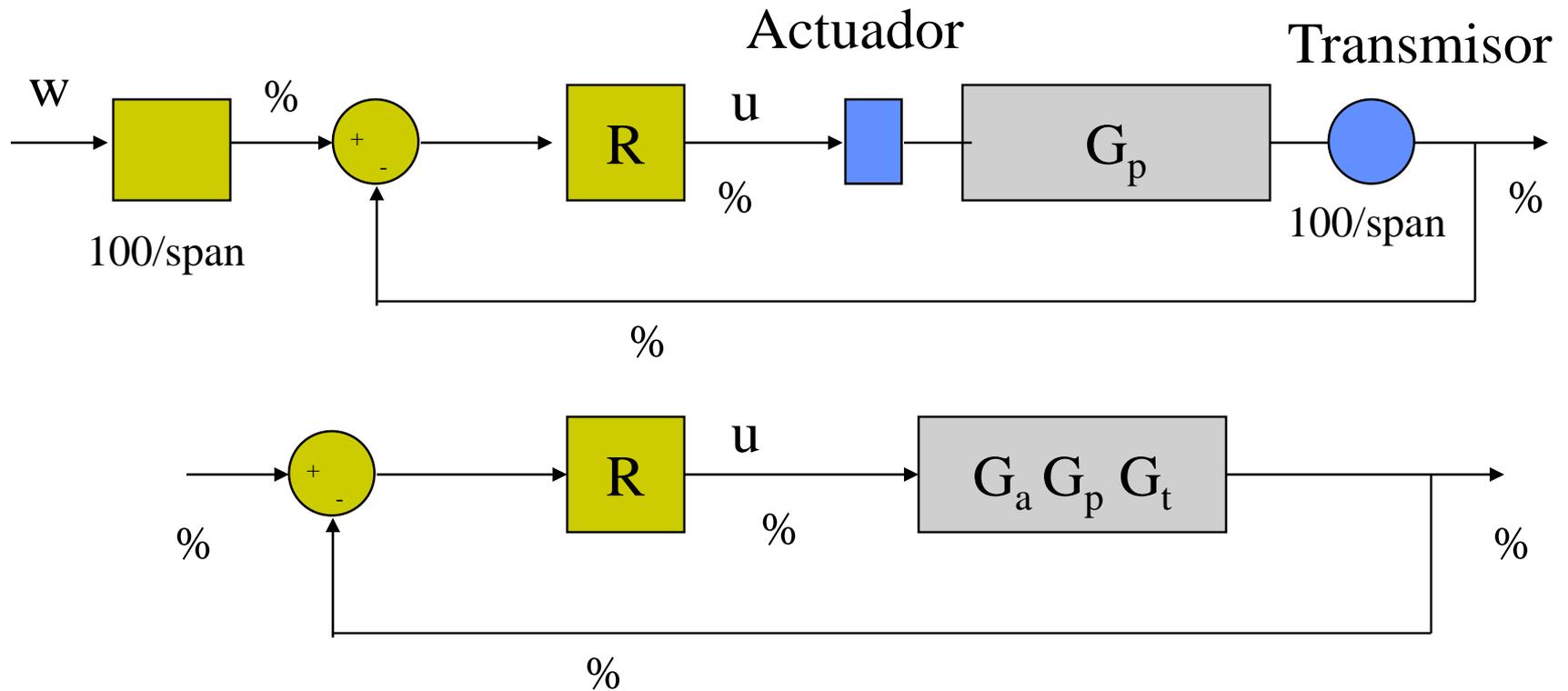
Análisis del regulador



Las señales de entrada y salida al regulador suelen expresarse en % del span del transmisor y del actuador respectivamente.

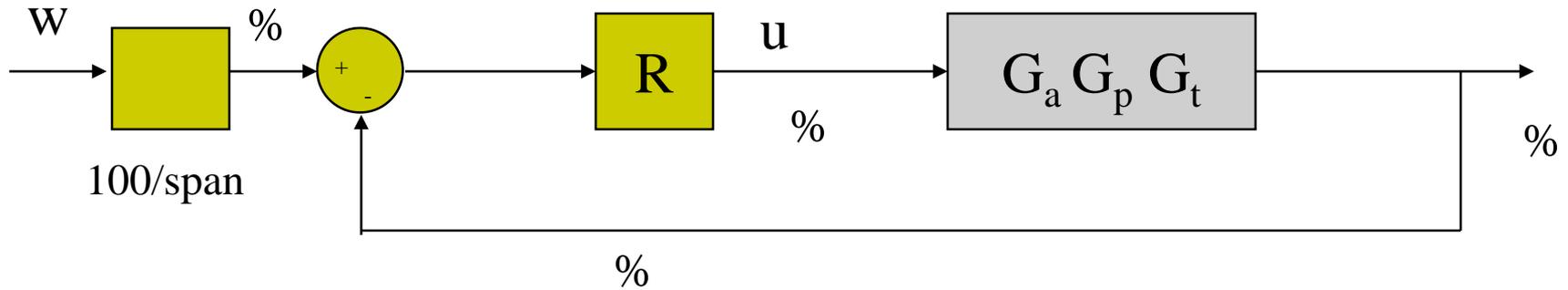
La conversión del regulador debe corresponder a la calibración del transmisor

Análisis del regulador



Las dinámicas del actuador y transmisor deben incluirse si son significativas

Análisis del lazo (1)



$$Y(s)\% = \frac{G_a G_p G_t R}{1 + G_a G_p G_t R} W(s)\% \quad Y(s) \frac{100}{\text{span}} = \frac{G_a G_p G_t R}{1 + G_a G_p G_t R} W(s) \frac{100}{\text{span}}$$

$$G_a \text{ Ing}'/\%$$

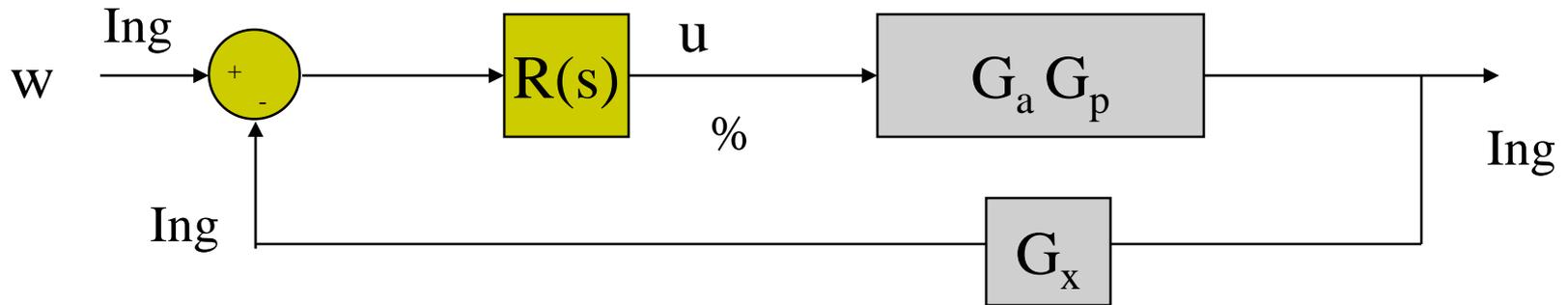
$$G_p \text{ Ing}/\text{Ing}'$$

$$G_t \%/ \text{Ing}$$

$$R \%/ \%$$

La salida es la variable medida, no la controlada

Análisis del lazo (2)



$$Y(s) = \frac{G_a G_p R}{1 + G_a G_p G_x R} W(s)$$

$$G_a \text{ Ing}' / \%$$

$$G_p \text{ Ing} / \text{Ing}'$$

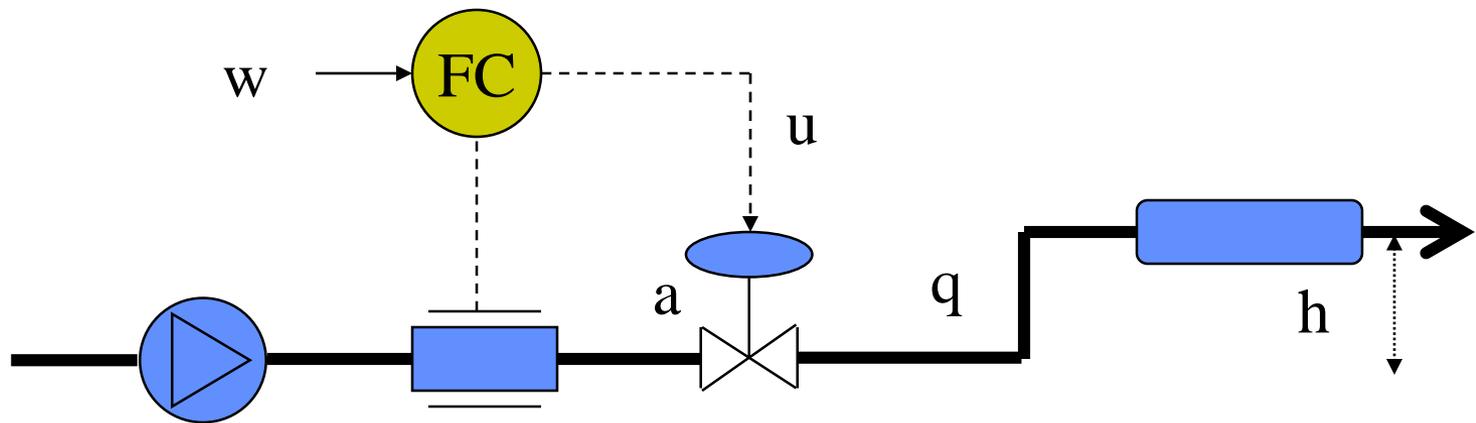
$$G_x \text{ adimensional}$$

$$R \text{ \%} / \text{Ing}$$

La salida es la variable controlada

G_x tiene ganancia 1 e incorpora la dinámica del transmisor

Control de flujo



Bomba

Caudalímetro

Válvula

Caudalímetro: 0-50 m³/h

4-20mA

Modelo

$$\frac{d m v}{d t} = A(\Delta p_0 + \Delta p_b) - A \Delta p_v - A f L \rho v^2 - A h \rho g$$
$$\Delta p_v = \frac{1}{a^2 C_v^2} \rho q^2 \quad q = A v$$



$$\tau \frac{d \Delta q}{d t} + \Delta q = K_1 \Delta(\Delta p_0) + K_2 \Delta a$$

$$\tau_v \frac{d \Delta a}{d t} + \Delta a = K_v \Delta u$$

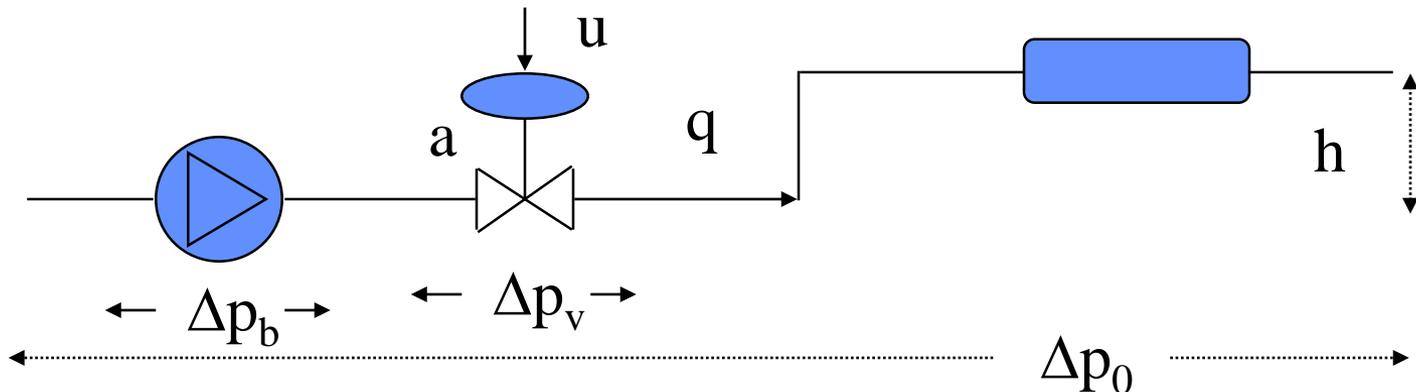
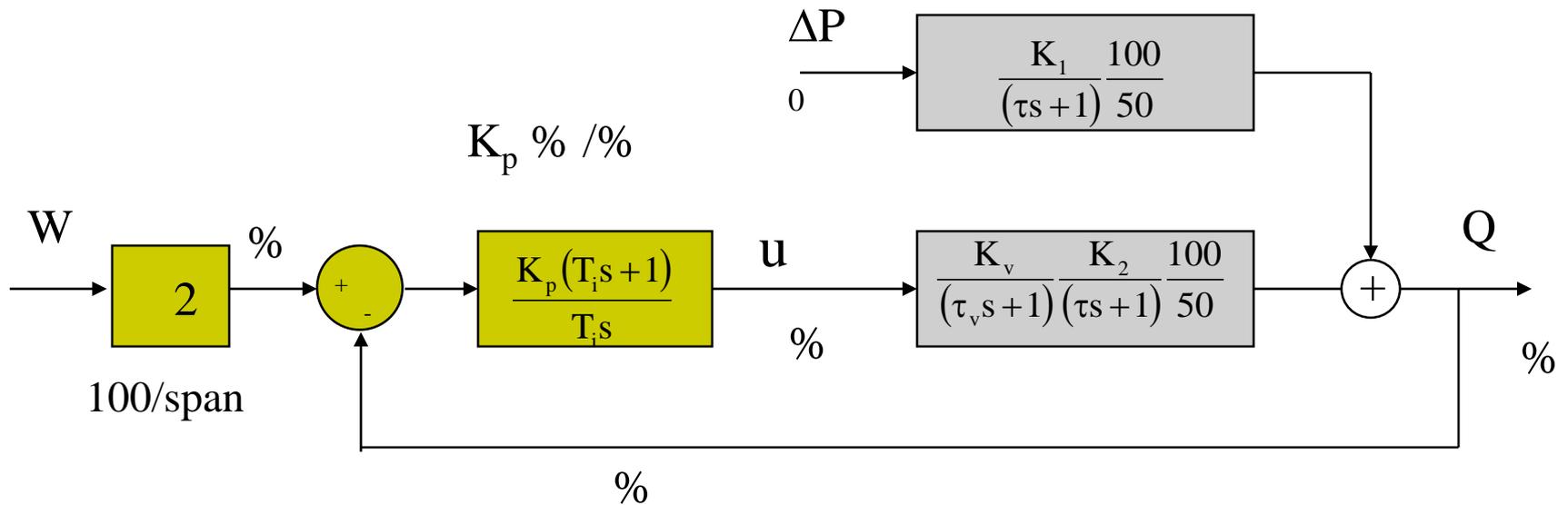
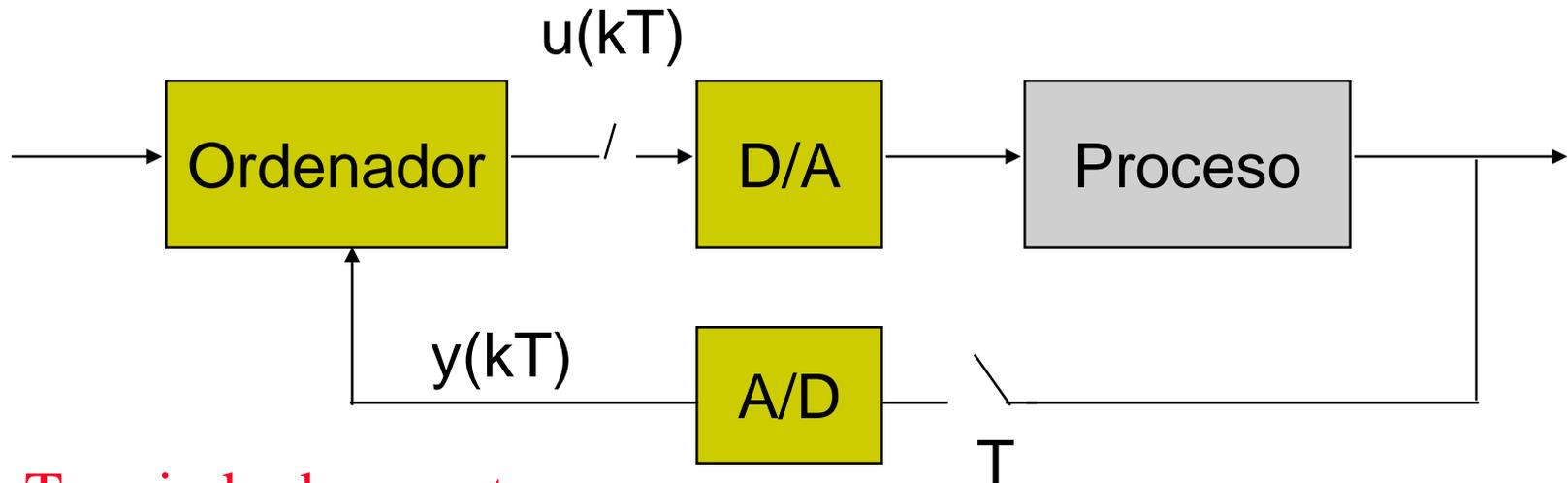


Diagrama de bloques



Se desprecia la dinámica del transmisor

CONTROL DIGITAL



T periodo de muestreo

T debe escogerse de acuerdo a la dinámica del proceso, y a los problemas numéricos de integración y derivación.

Integración. $T \cong 0.1 \dots 0.3 T_i$ Derivación. $T \cong 0.2 \dots 0.6 T_d / N$

La precisión depende de la resolución del D/A

Mayor precisión en los cálculos internos que el D/A

Discretización de reguladores PID

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de}{dt} \right) \quad \text{Aproximación rectangular}$$

$$u(t) \approx K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \sum_{i=1}^t e(iT)T + T_d \frac{e(t) - e(t-T)}{T} \right)$$

$$u(t-T) \approx K_p \left(e(t-T) + \frac{1}{T_i} \sum_{i=1}^{t-T} e(iT)T + T_d \frac{e(t-T) - e(t-2T)}{T} \right)$$

$$u(t) - u(t-T) = K_p \left(e(t) - e(t-T) + \frac{T}{T_i} e(t) + T_d \frac{e(t) - 2e(t-T) + e(t-2T)}{T} \right)$$

$$u(t) = u(t-T) + g_0 e(t) + g_1 e(t-T) + g_2 e(t-2T)$$

$$g_0 = K_p \left(1 + \frac{T}{T_i} + \frac{T_d}{T} \right) \quad g_1 = K_p \left(-1 - \frac{2T_d}{T} \right) \quad g_2 = K_p \frac{T_d}{T}$$

PID DIGITAL

$$e(t) = w(t) - y(t)$$

$$u(t) = u(t-1) + g_0 e(t) + g_1 e(t-1) + g_2 e(t-2)$$

- varias formulaciones de discretización
- reguladores basados en microprocesador con múltiples funciones auxiliares
- Período de muestreo T a menudo fijado en 100...200 msg

EL REGULADOR PID

$$e(t) = w(t) - y(t)$$

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(\tau) d\tau + T_d \frac{de}{dt} \right)$$

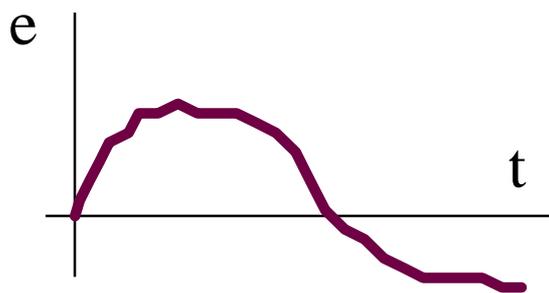
- **regulador basado en señal**, no incorpora conocimiento explícito del proceso
- 3 parámetros de sintonía K_p , T_i , T_d
- diversas modificaciones

Parámetros PID

- K_p ganancia / Término proporcional
 - % span control / % span variable controlada
 - banda proporcional $PB=100/ K_p$
- T_i tiempo integral / Término integral
 - minutos o sg. (por repetición) (reset time)
 - repeticiones por min = $1/ T_i$
- T_d tiempo derivativo / Término derivativo
 - minutos o sg.

Acción proporcional

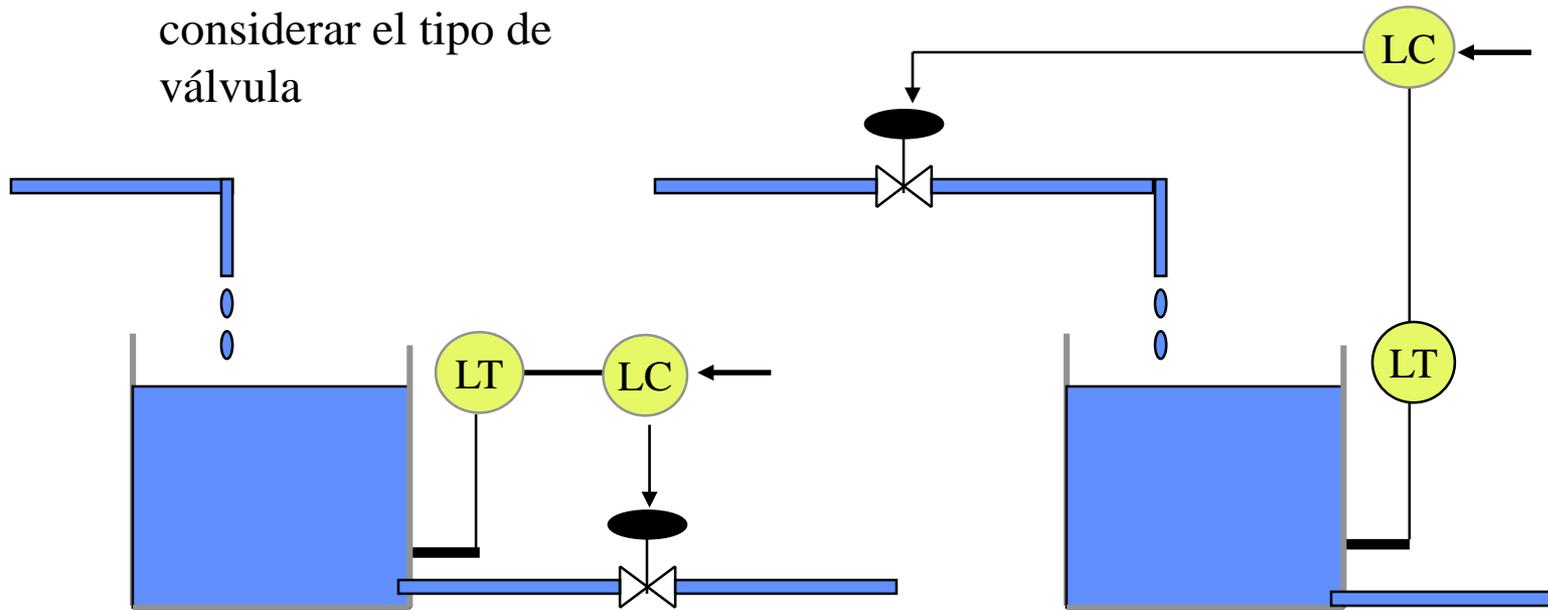
$$u(t) = K_p e(t) + \text{bias}$$



Un error del $x\%$ provoca una acción de control del $K_p x\%$ sobre el actuador

bias = manual reset (CV = SP)

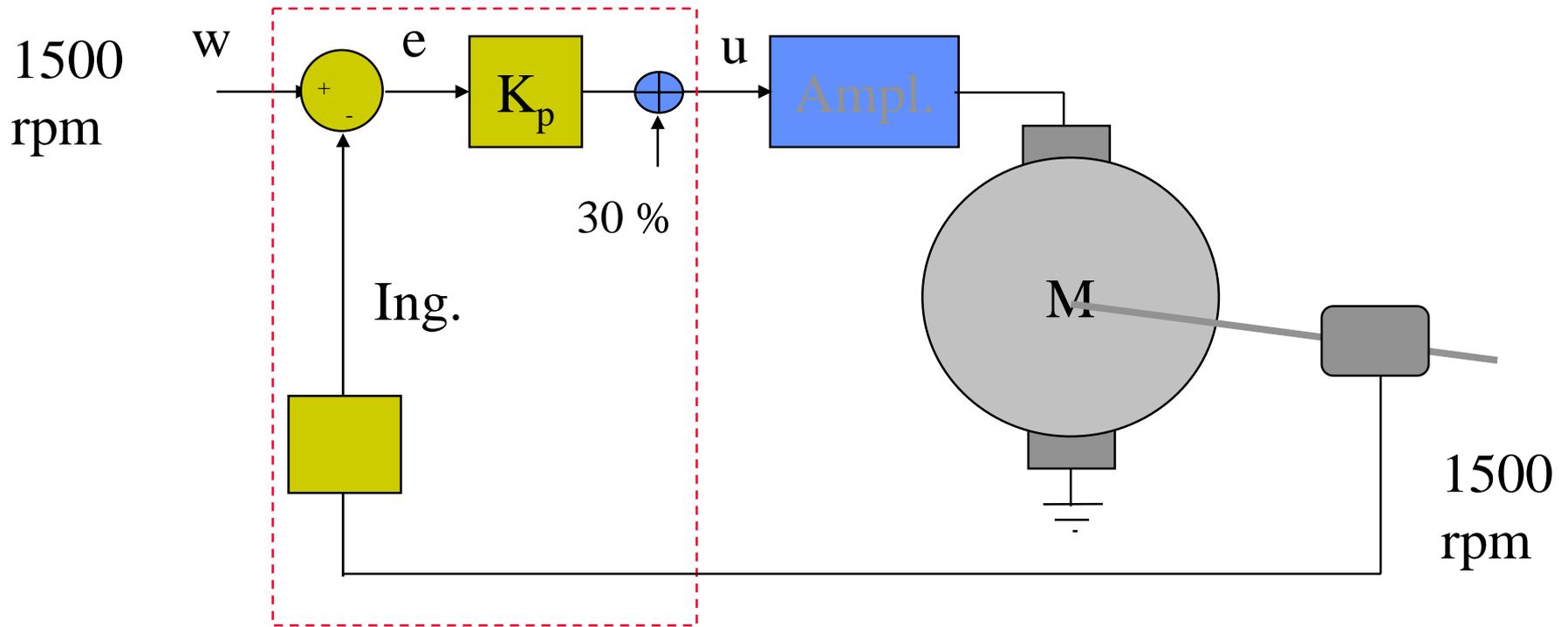
Acción directa/inversa



Direct acting controller $K_p < 0$ Reverse acting controller $K_p > 0$

$u(t) = K_p(w - y)$ si aumenta y decrece u con K_p positiva

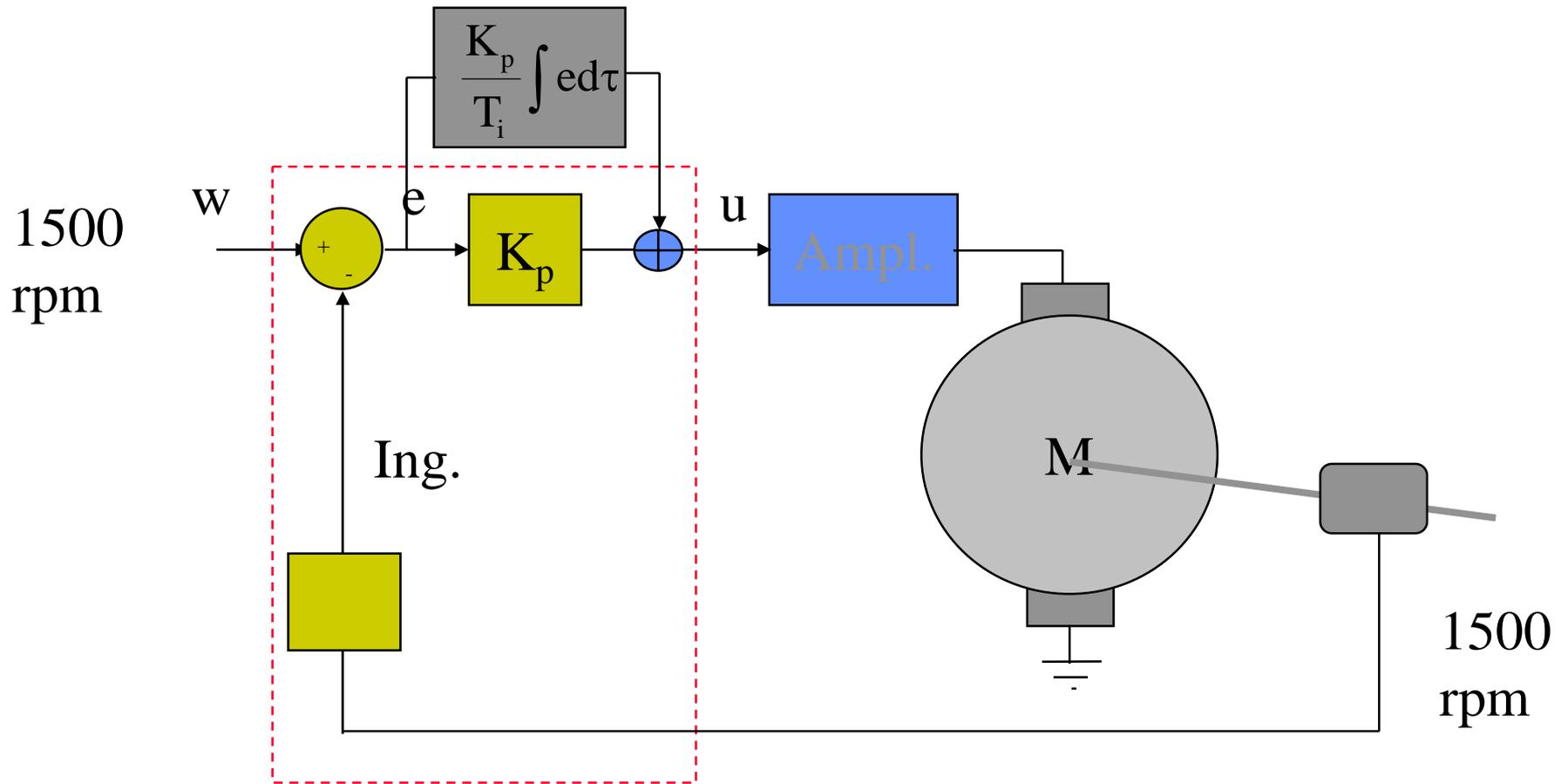
Acción Proporcional



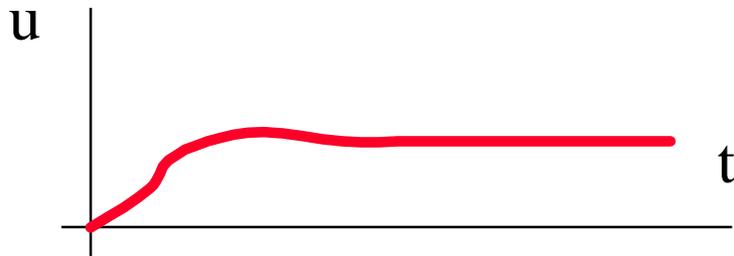
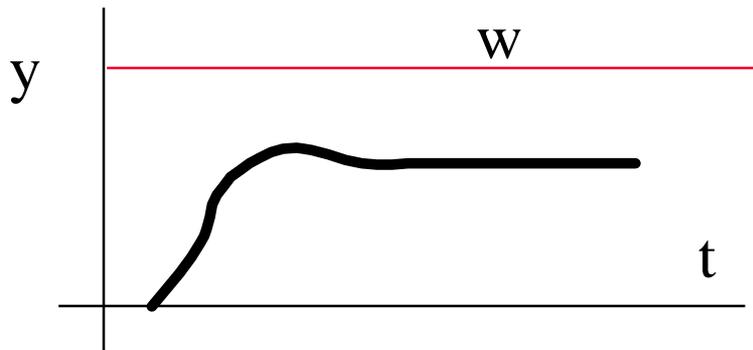
$$u(t) = K_p e(t) + 30$$

Solo hay un punto de reposo con error cero

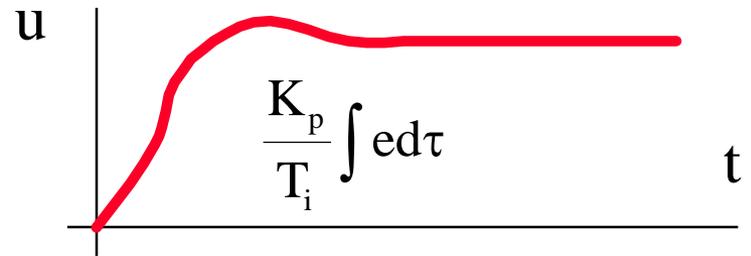
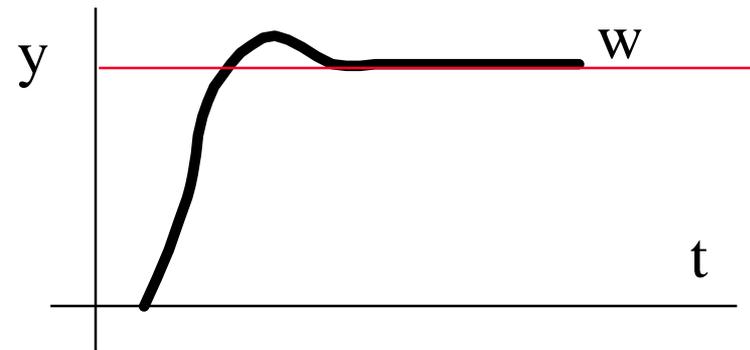
Acción Integral



Acción integral (automatic reset)



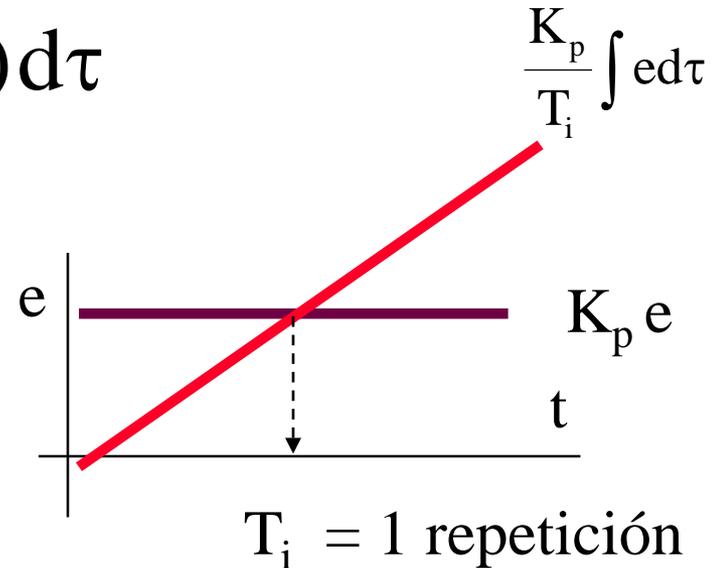
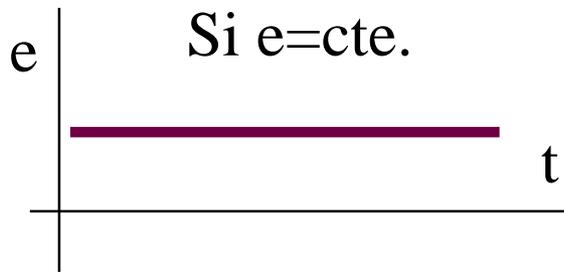
Un regulador P no elimina el error estacionario en procesos autoregulados



La acción integral continua cambiando la u hasta que el error es cero

Acción Integral

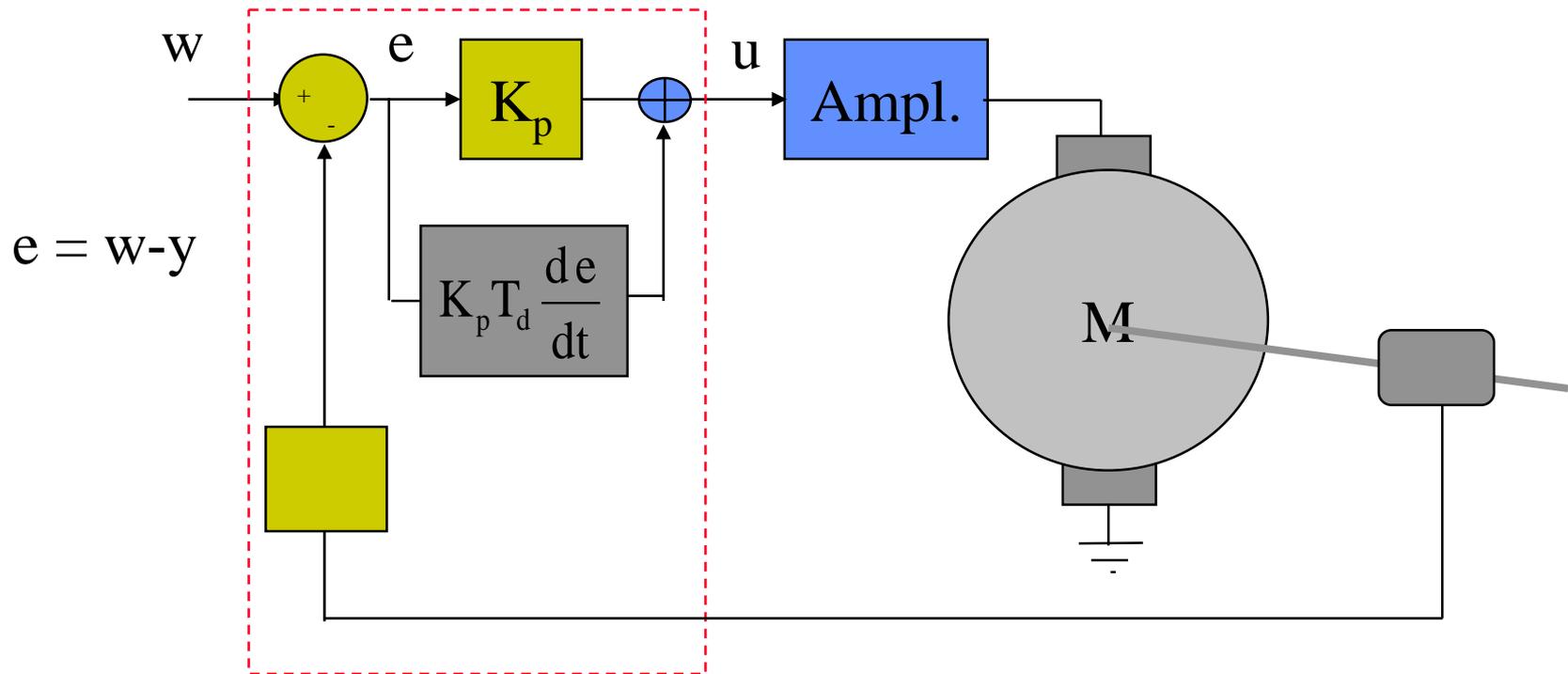
$$u(t) = \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau$$



T_i tiempo que tarda la acción integral en igualar a la acción proporcional (una repetición) si $e = cte.$

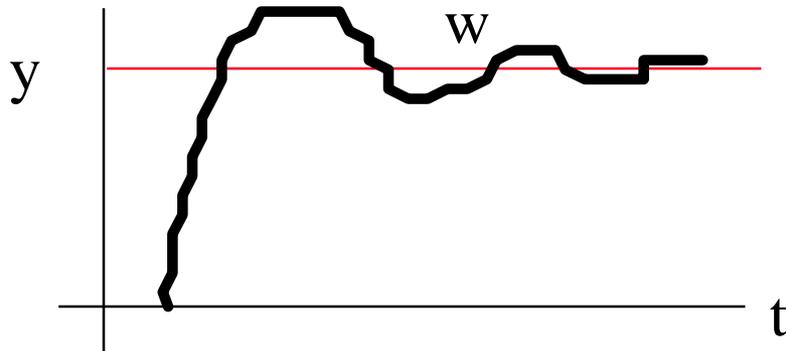
$$\frac{K_p}{T_i} \int e d\tau = \frac{K_p}{T_i} e t = K_p e \Rightarrow t = T_i$$

Acción Derivativa

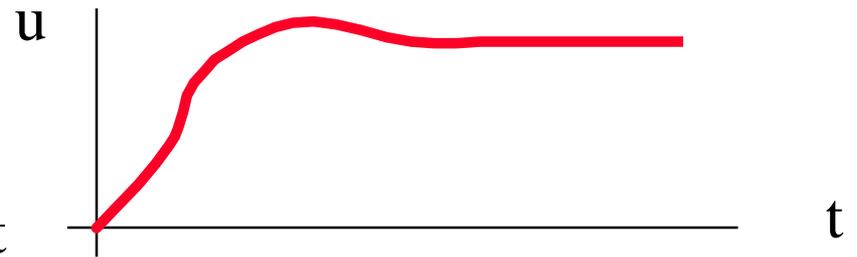
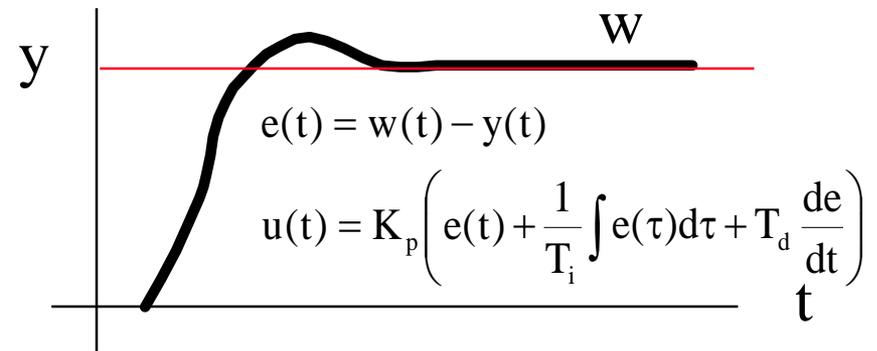


El término derivativo suaviza los cambios de la señal de control asociados a cambios rápidos del error, evitando sobrepicos

Acción derivativa



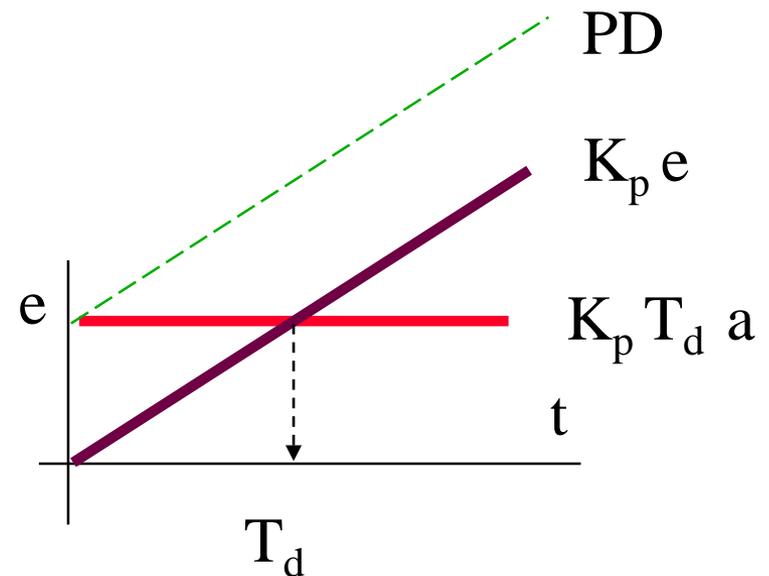
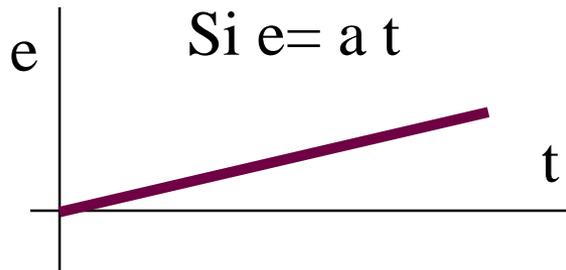
Un regulador P con ganancia alta para dar respuesta rápida puede provocar oscilaciones por u excesiva



La acción derivativa acelera la u si e crece y la modera si e decrece, evitando oscilaciones

Acción derivativa

$$u(t) = K_p T_d \frac{de}{dt}$$

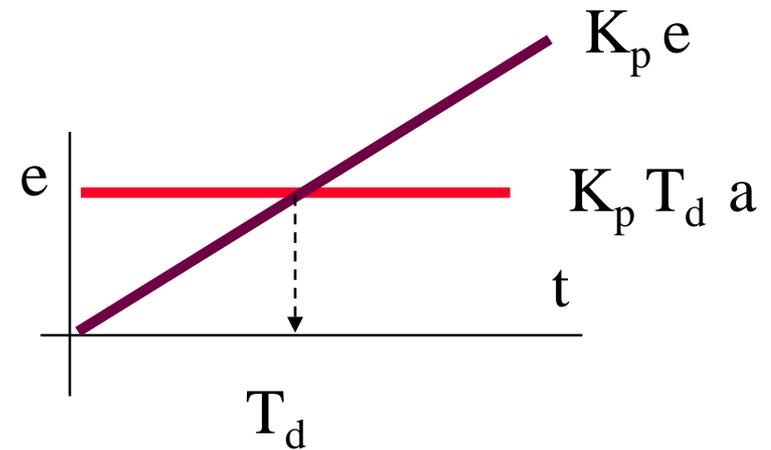
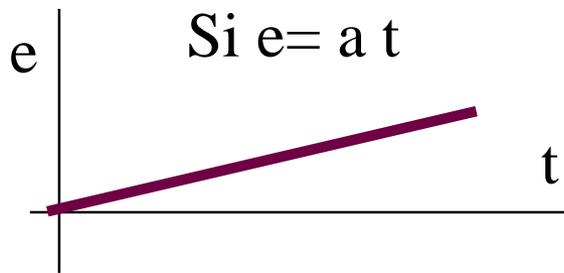


Con e variando linealmente, la acción derivativa da la misma u que la acción proporcional daría T_d sg. mas tarde
Acción anticipativa

No influye en el estado estacionario

Acción derivativa

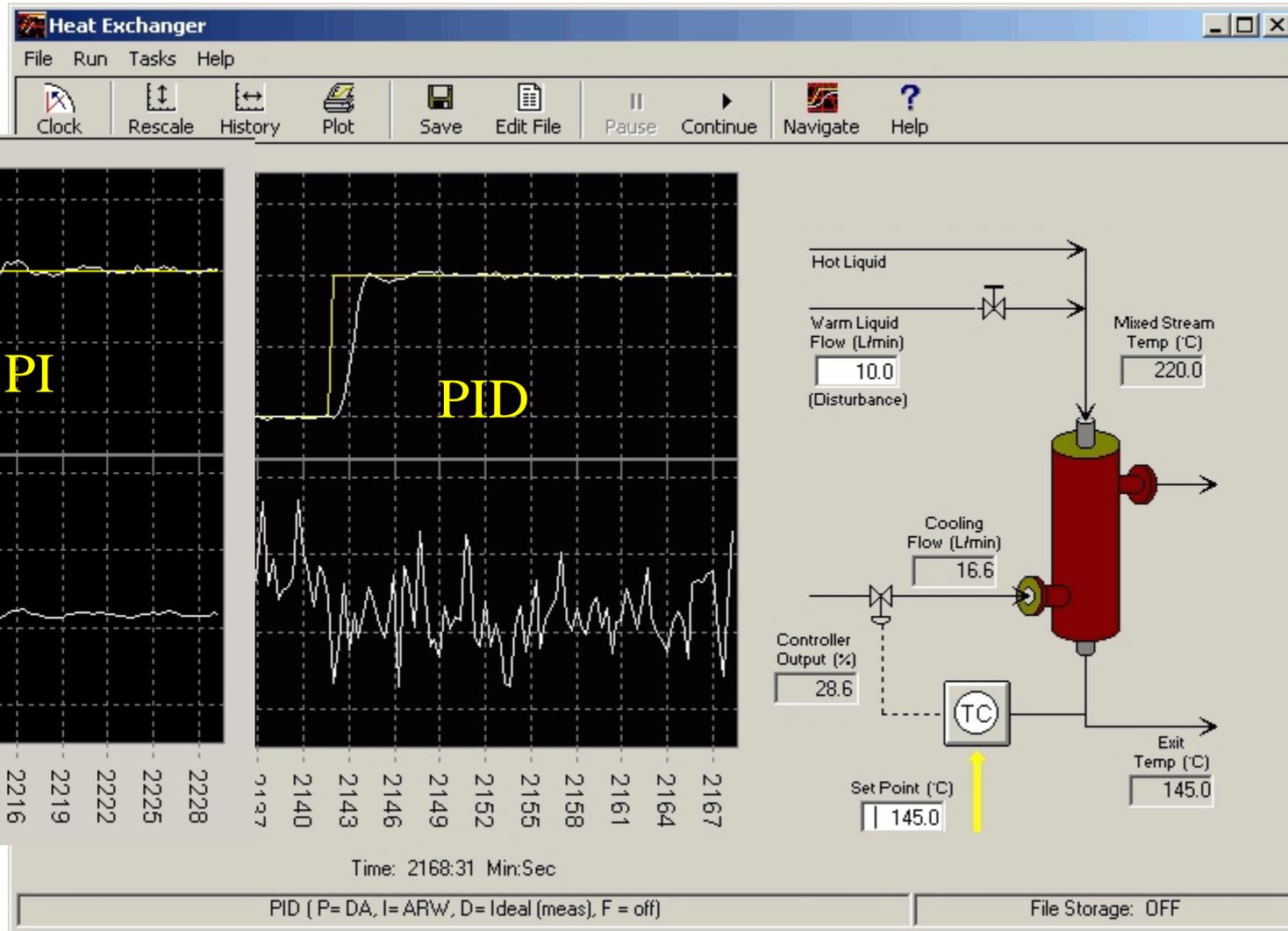
$$u(t) = K_p T_d \frac{de}{dt}$$



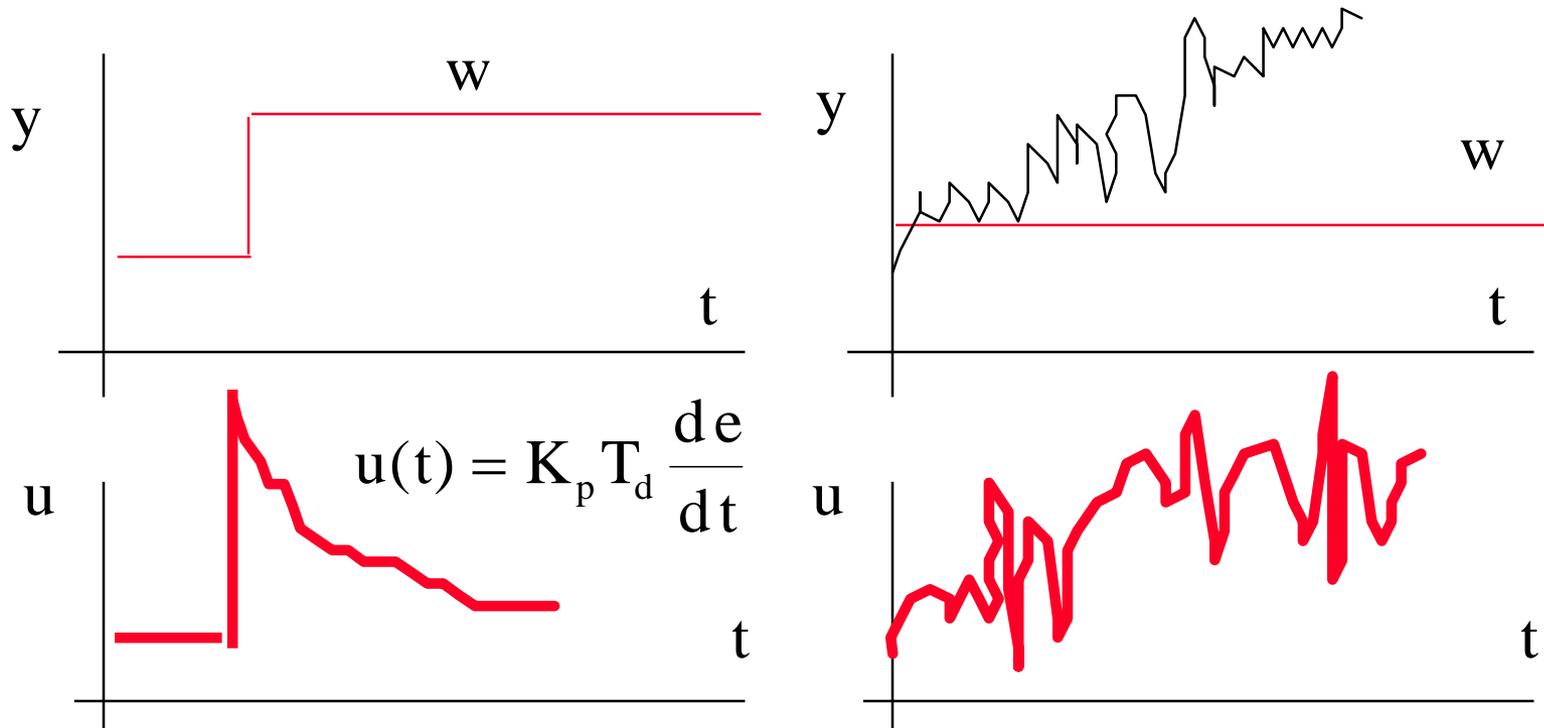
T_d tiempo que tarda la acción derivativa en igualar a la acción proporcional si $e = a.t$.

$$K_p T_d \frac{de}{dt} = K_p T_d a = K_p a t \Rightarrow t = T_d$$

Acción derivativa



Acción derivativa



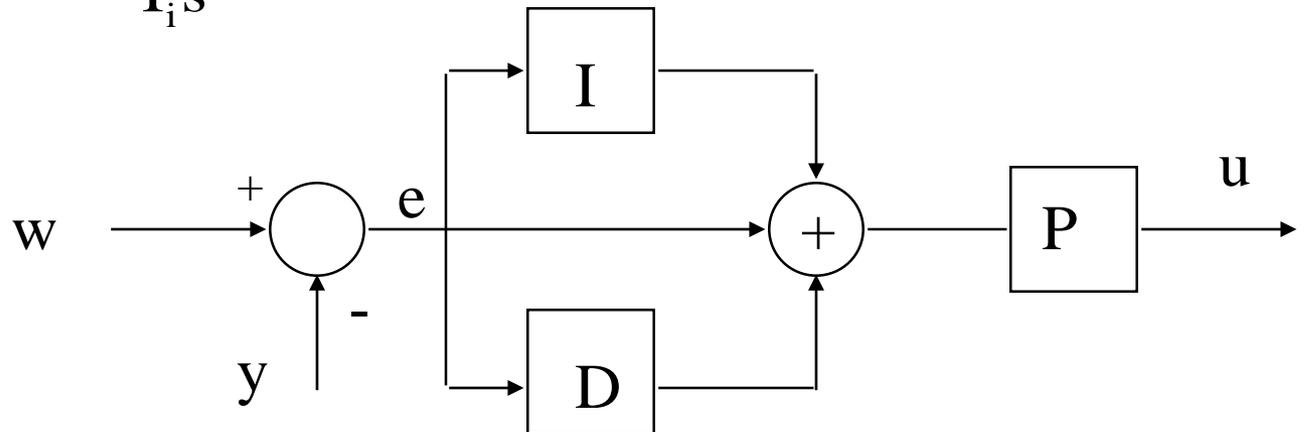
Saltos en la w provocan valores muy altos de u en instante de cambio

Señales de proceso ruidosas provocan acciones inadecuadas en la u

PID ideal (no interactivo)

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad e(t) = w(t) - y(t)$$

$$U(s) = K_p \frac{T_i s + 1 + T_i T_d s^2}{T_i s} E(s)$$



No es realizable físicamente

Muy sensible ante ruidos

Ceros reales para $T_i > 4T_d$

PID real (no interactivo)

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de_f}{dt} \right]$$

$$\alpha T_d \frac{de_f}{dt} + e_f = e(t) \quad \text{filtro en el error} \quad E_f(s) = \frac{1}{s\alpha T_d + 1} E(s)$$

$$U(s) = K_p \left[1 + \frac{1}{Ts_i} + \frac{sT_d}{1 + s\alpha T_d} \right] E(s)$$

Realizable físicamente

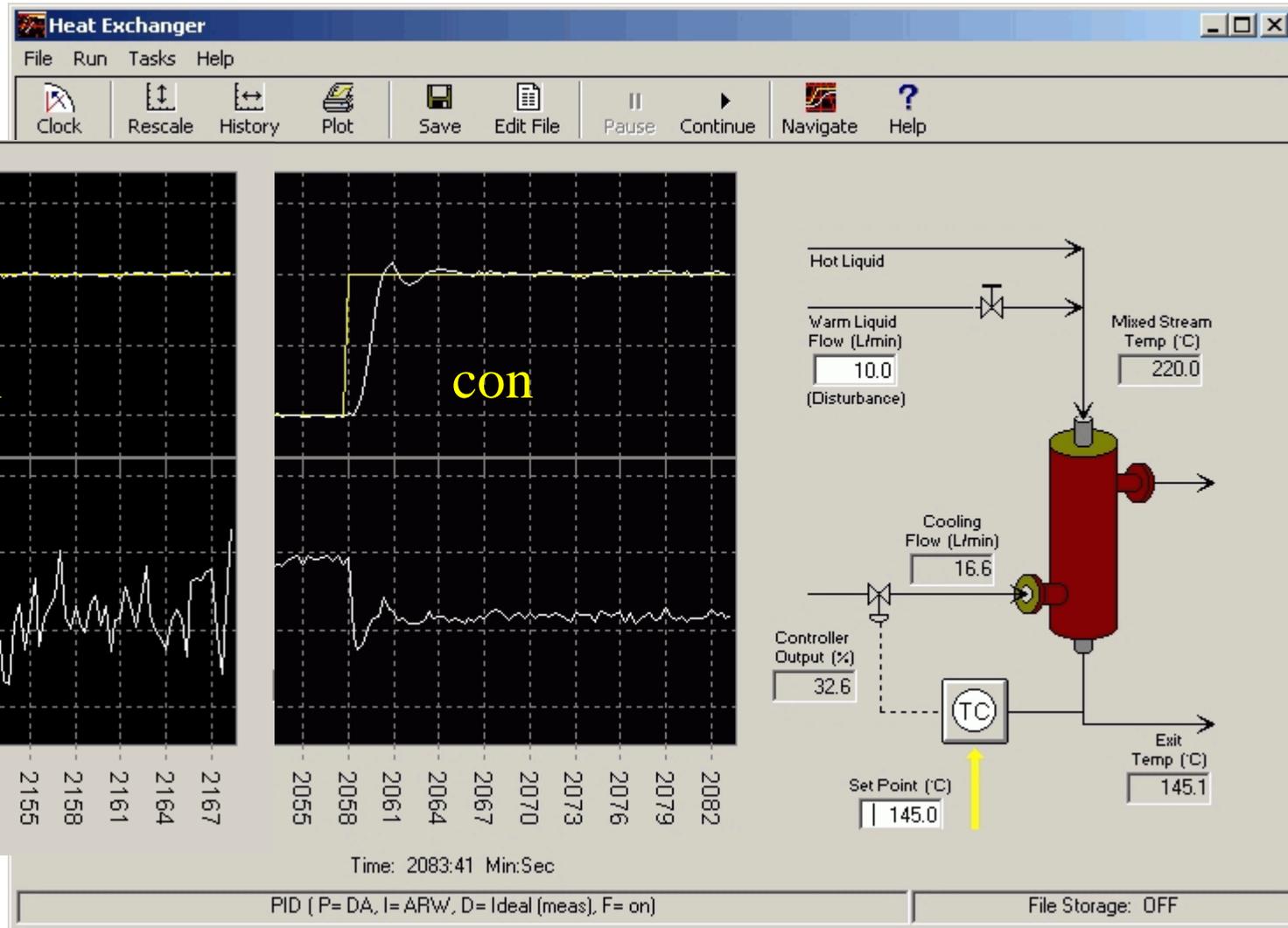
Incorpora un filtro en el término derivativo

A altas frecuencias la máxima ganancia del término D es K_p/α

αT_d : constante del filtro derivativo. Típicamente $\alpha=0.1$

En algunas implementaciones el filtro se aplica a todos los términos.

Filtrado

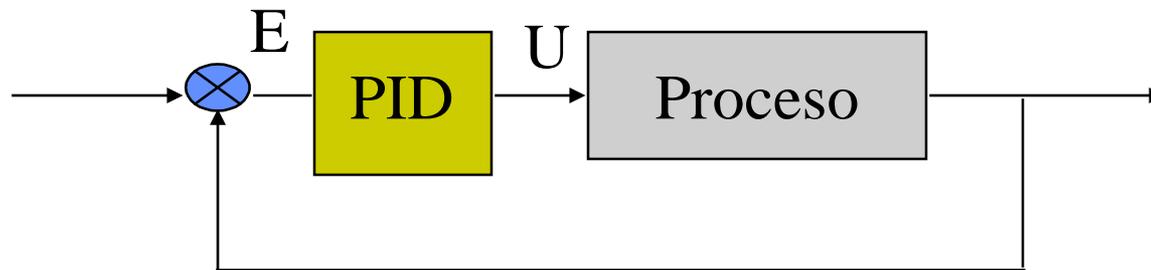


$\alpha = 0.1$

PID no interactivo

$$U(s) = \frac{K_p [0.1T_i T_d s^2 + (T_i + 1.1T_d) s + 1]}{T_i s (1 + 0.1T_d s)} E(s)$$

Algoritmo de posición



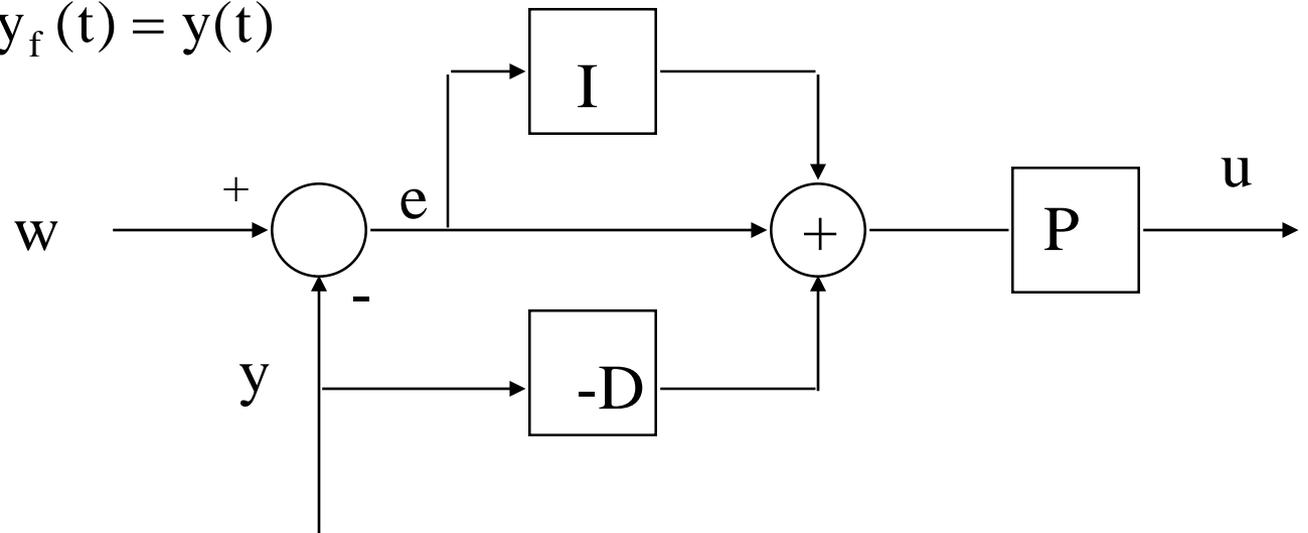
Algoritmo de velocidad: se calcula el cambio en la u
Adecuado con actuadores incrementales como motores paso a paso, pulsos, ...

PID (acción derivativa sobre la y)

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau - T_d \frac{dy_f(t)}{dt} \right)$$

Honeywell tipo B

$$\alpha T_d \frac{dy_f(t)}{dt} + y_f(t) = y(t)$$



Usado en los sistemas de control por computador
Evita saltos bruscos en la u ante cambios salto de w

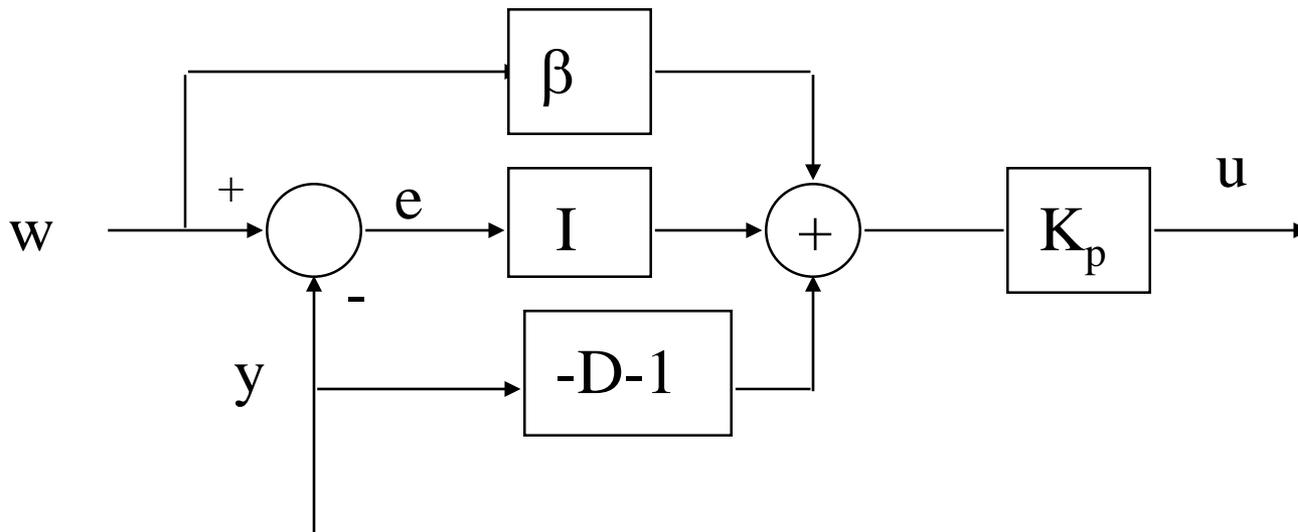


$$e = w - y$$

PID acción proporcional modificada

$$u(t) = K_p \left[(\beta w(t) - y(t)) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau - T_d \frac{dy_f}{dt} \right]$$

El factor β permite una cierta independencia en la sintonía ante cambios en la referencia o en la carga

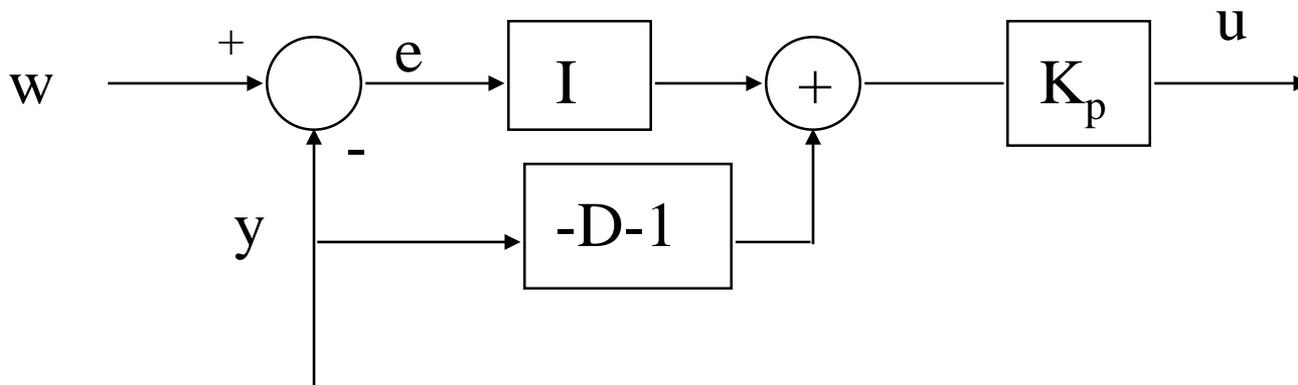


PID acción proporcional modificada

Con $\beta = 0$

$$u(t) = K_p \left[(-y(t)) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau - T_d \frac{dy_f}{dt} \right]$$

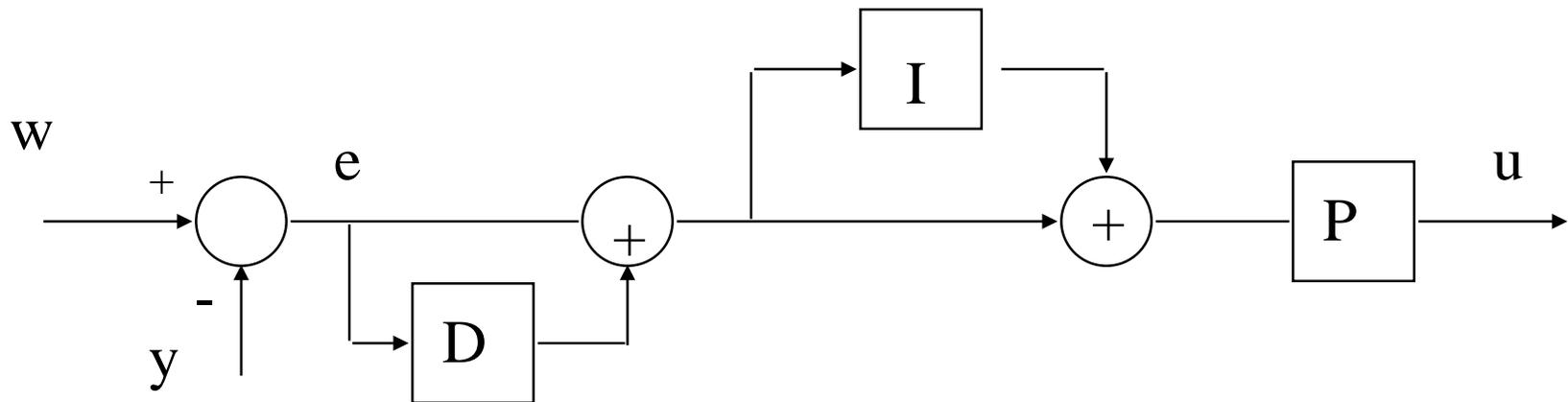
Honeywell tipo C



PID Serie o Interactivo

$$U(s) = K_{ps} \left(1 + \frac{1}{T_{is}s}\right) \left(\frac{1 + T_{ds}s}{1 + \alpha T_{ds}s}\right) E(s)$$

$\alpha \sim 0.1$



PID Serie o Interactivo

$$U(s) = K_{ps} \left(1 + \frac{1}{T_{is}s}\right) \left(\frac{1 + T_{ds}s}{1 + \alpha T_{ds}s}\right) E(s)$$

- Usado en los reguladores analógicos o de lazo
- Tablas de equivalencias entre los parámetros de los PID serie y paralelo

$$F = 1 + T_{ds}/T_{is} \quad K_p = K_{ps} F; \quad T_i = T_{is} F; \quad T_d = T_{ds} / F$$

$$F_s = 0.5 + (0.25 - T_d/T_i)^{0.5} \quad K_{ps} = K_p F_s; \quad T_{is} = T_i F_s; \quad T_{ds} = T_d / F_s$$

PID paralelo puro

$$u(t) = K_{pp} e(t) + \frac{1}{T_{ip}} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_{dp} \frac{de(t)}{dt}$$

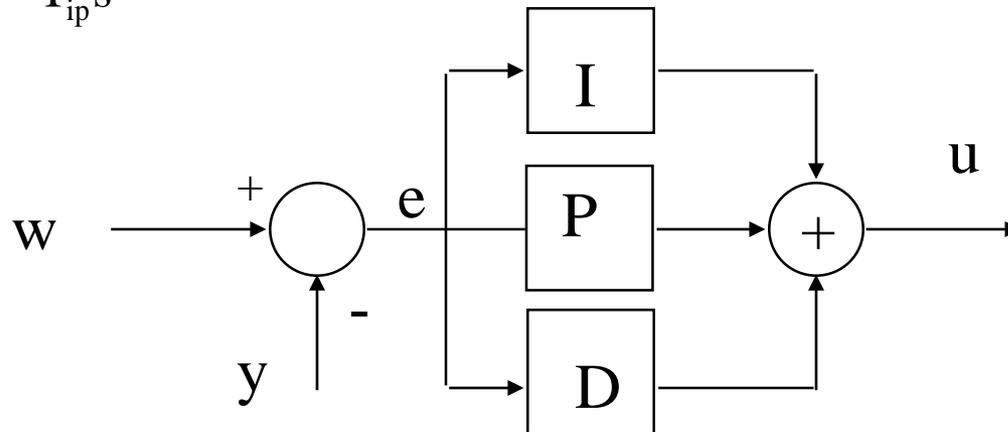
$$e(t) = w(t) - y(t)$$

$$U(s) = \frac{K_{pp} T_{ip} s + 1 + T_{ip} T_{dp} s^2}{T_{ip} s} E(s)$$

$$K_{pp} = K_p$$

$$\frac{1}{T_{ip}} = \frac{K_p}{T_i}$$

$$T_{dp} = K_p T_d$$



PID no lineal

La acción del controlador debe ser mas energética cuando el error es grande y poco sensible a pequeños errores debido a ruidos, etc.

$$u(t) = K_p f(e) \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau - T_d \frac{dy_f}{dt} \right]$$

$f(e)$ función del error, por ejemplo :

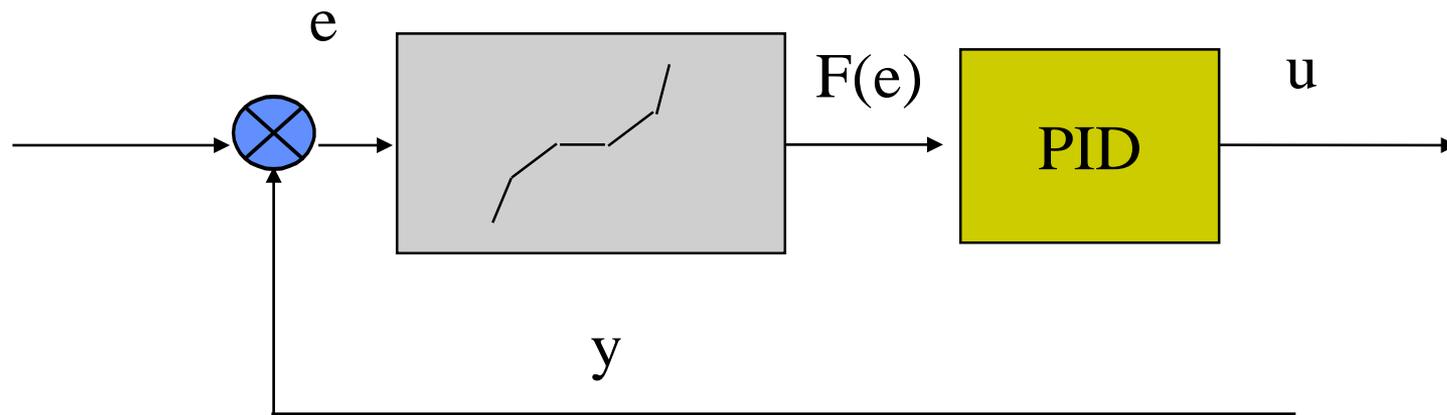
$$f(e) = \gamma + (1 - \gamma)e \quad \text{con p.e. } \gamma = 0.1$$

PID no lineal

$f(e)$ Función no-lineal del error

Zona muerta en torno a $e=0$

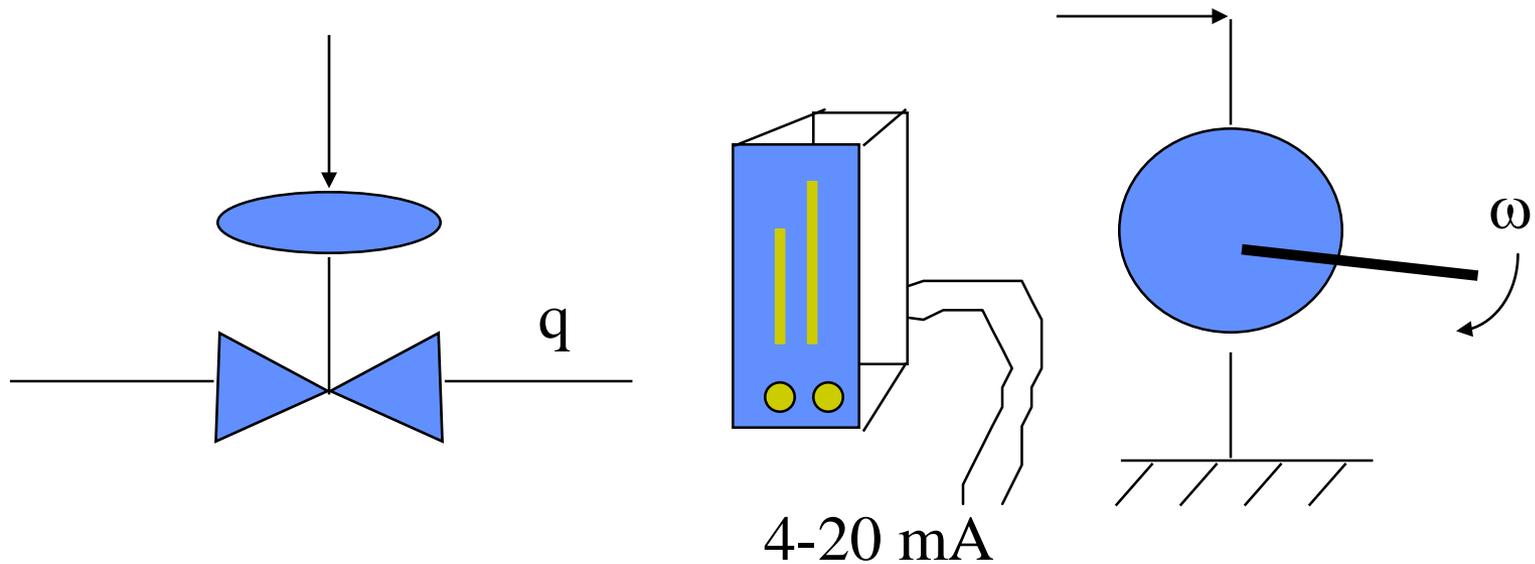
Ganancia alta para $|e|$ grande



Anula los cambios de u con e pequeño, (debido p.e. al ruido)

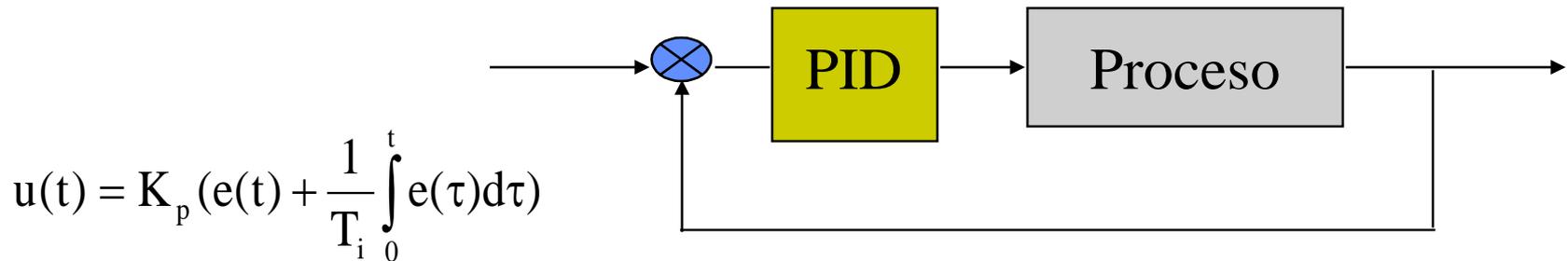
Hace acciones mas energicas con error grande

Saturación en los instrumentos



Todos los actuadores y señales de salida de los reguladores tienen un rango limitado de operación (0 - 100 %)

Reset wind-up

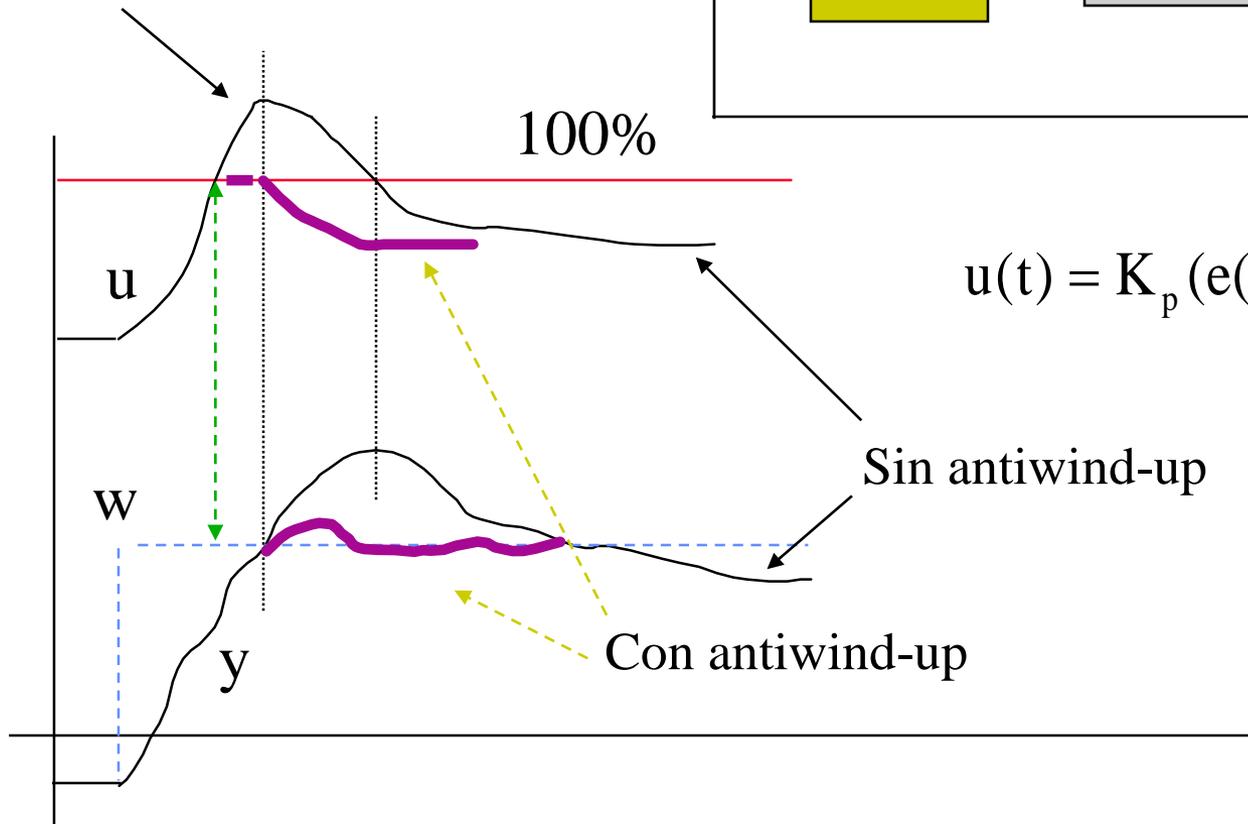
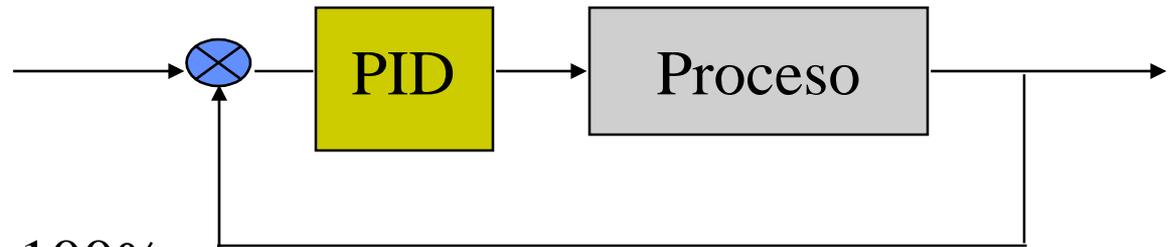


Retardo en la corrección cuando el término integral excede los límites superior o inferior de la señal de control.

Sistemas anti wind-up, o de saturación del término integral impiden este fenómeno.

Reset wind-up

Debido al término integral



$$u(t) = K_p (e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau)$$

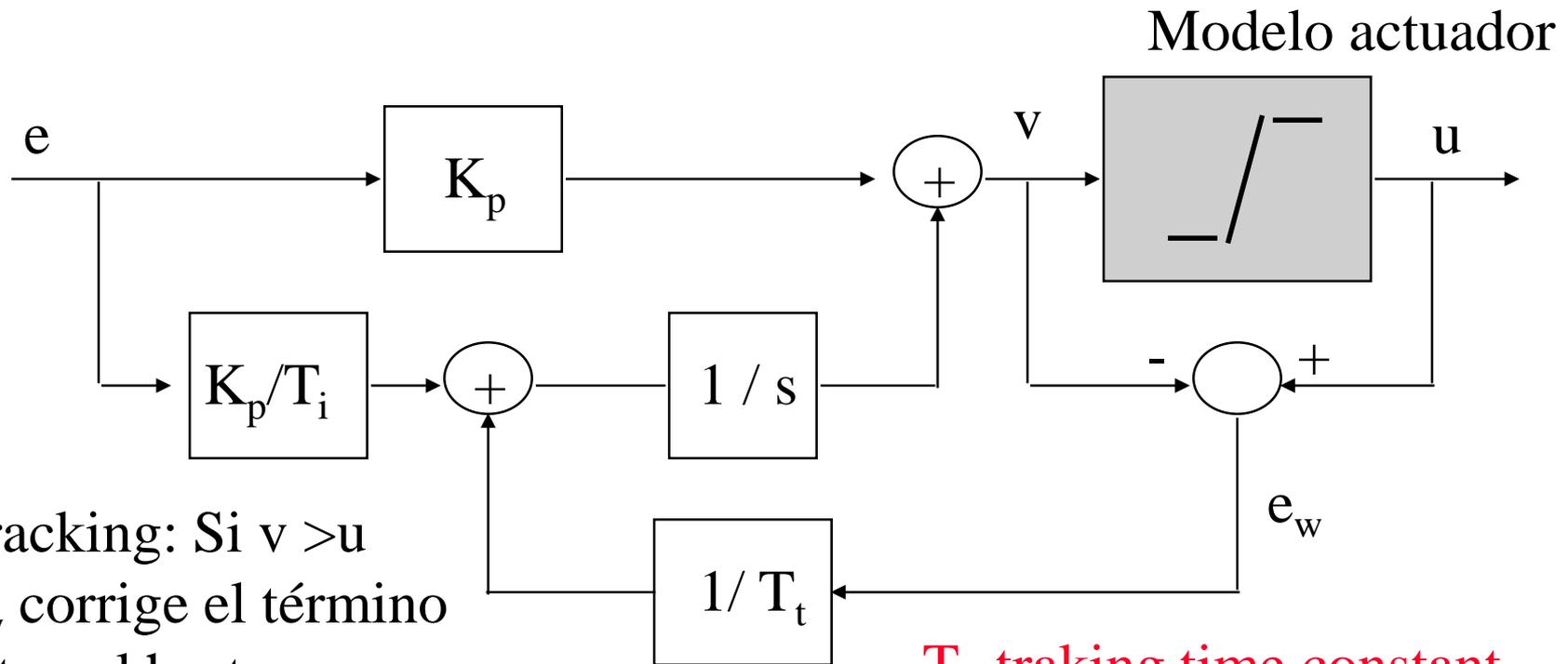
Sin antiwind-up

Con antiwind-up

Anti-wind up

1.
$$u(t) = K_p (e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau)$$

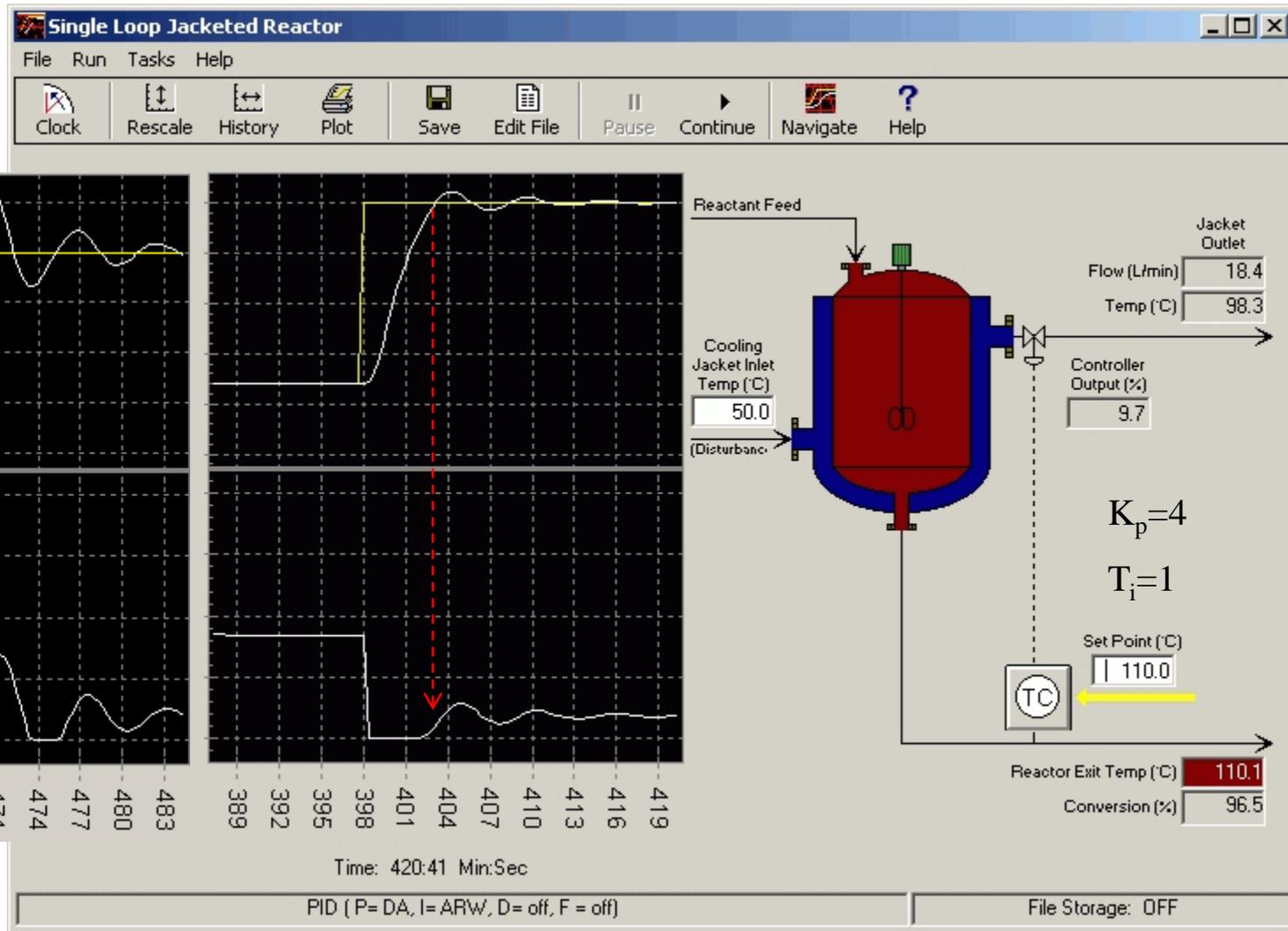
Parar la integración si u excede sus limites



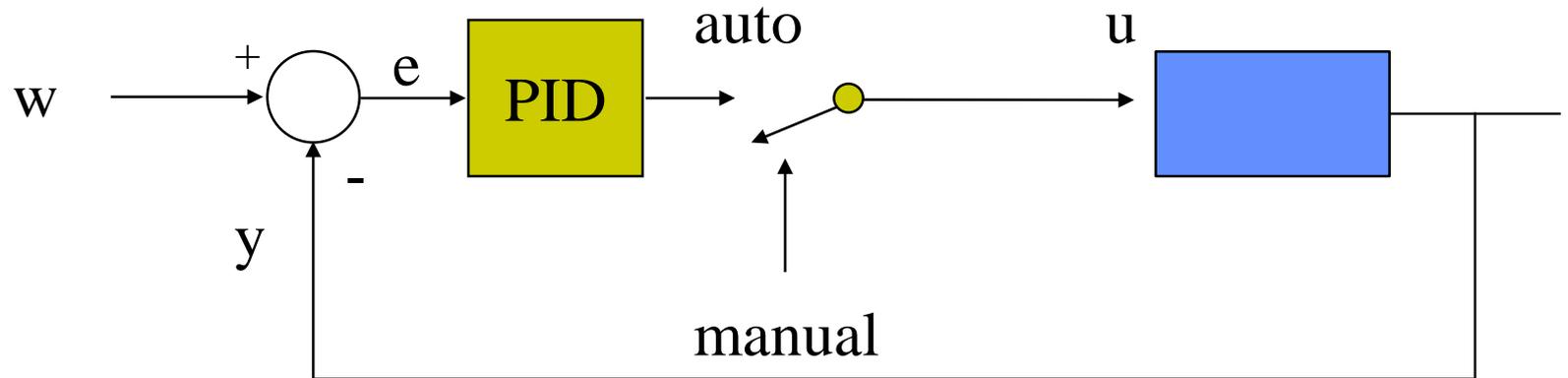
2. Tracking: Si $v > u$
 e_w corrige el término
integral hasta que $v = u$

T_t tracking time constant

Anti-windup



Transferencias auto/man

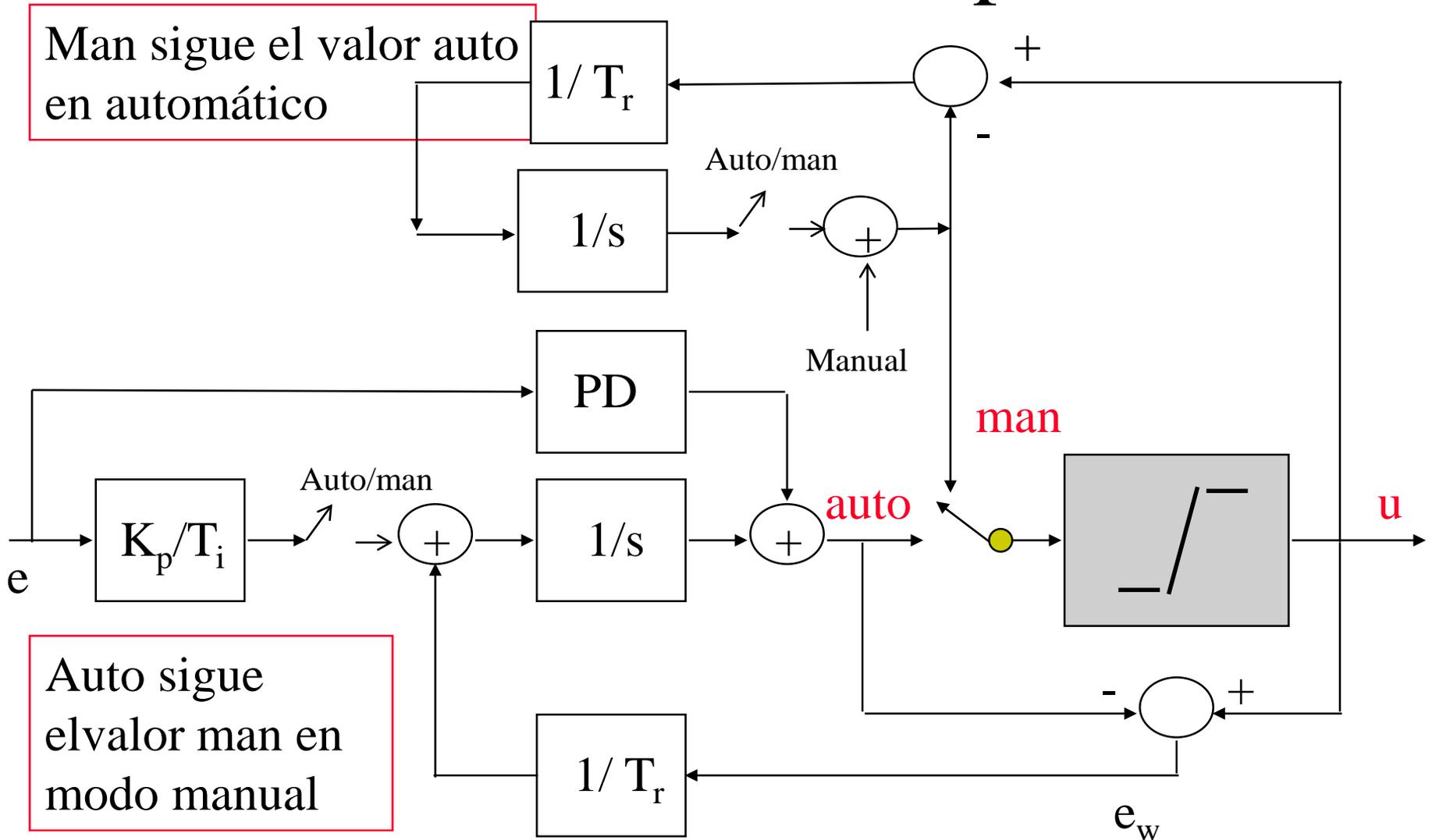


En los cambios de modo puede haber cambios bruscos en u

Transferencias suaves auto/man y man/auto (bumpless)

Cambios de valor de los parámetros sin saltos bruscos

Trasferencias bumpless

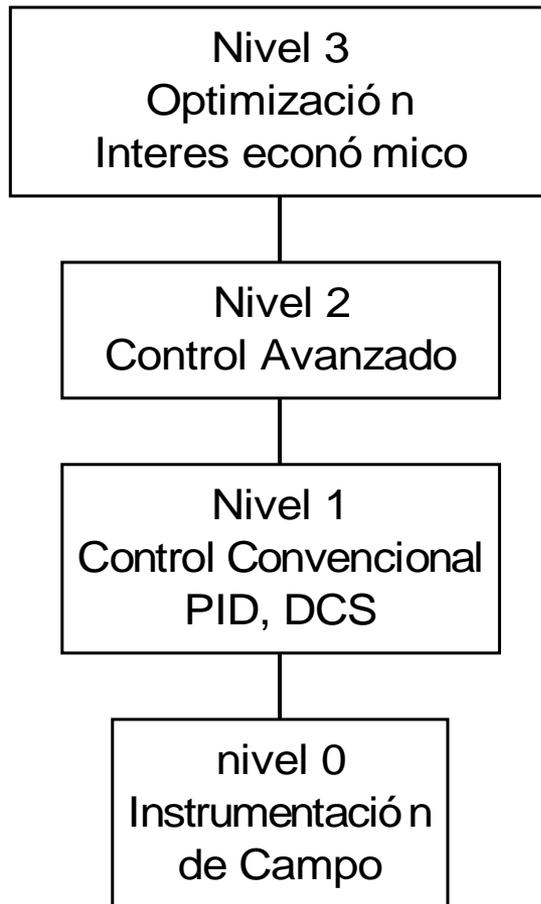


Sintonía de PID

- Selección de los parámetros del PID para obtener una respuesta adecuada
- K_p , T_i , T_d
- Otros parámetros: α , T_r , β , T , límites, ...
- Varios métodos + conocimiento del proceso



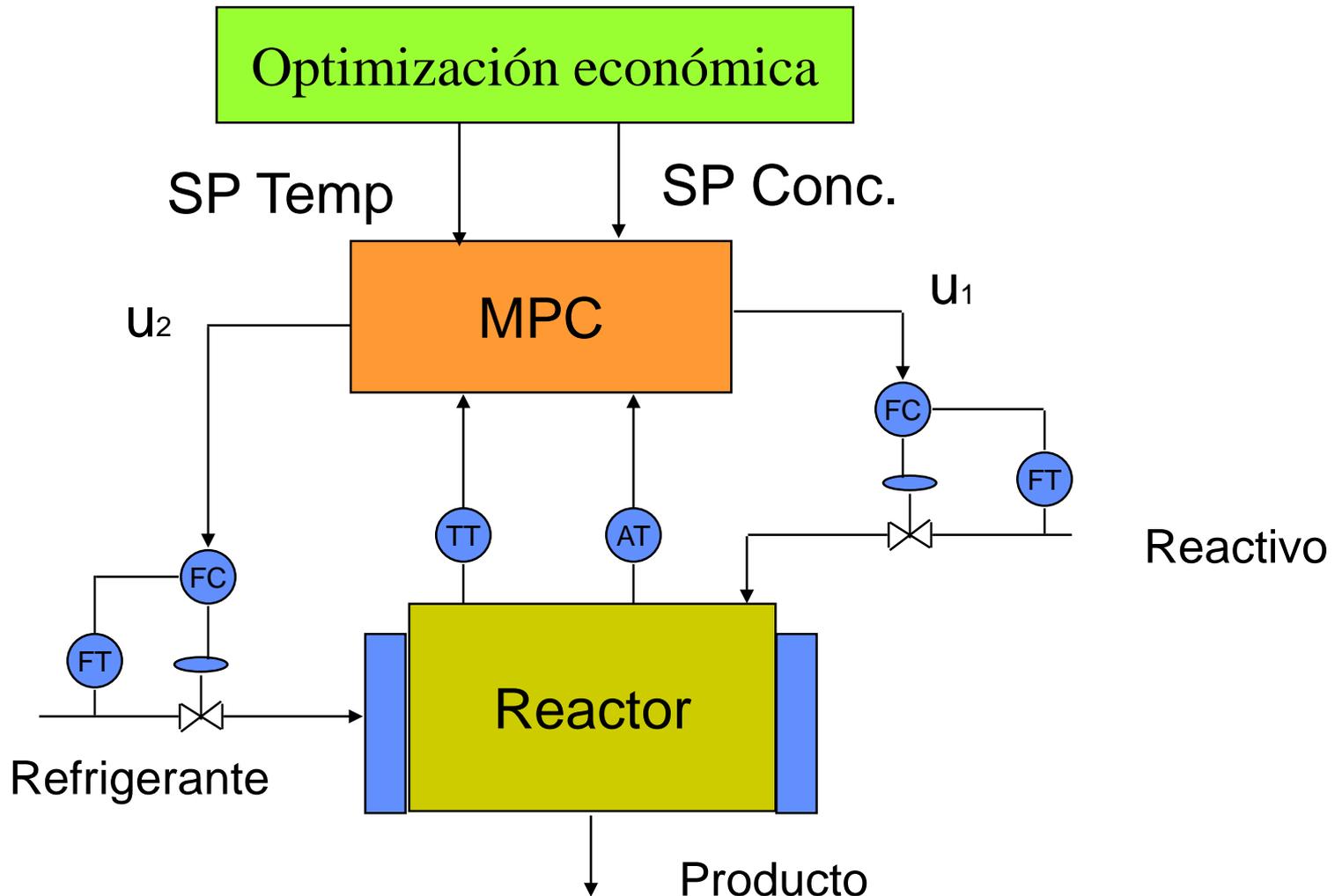
JERARQUIA DE CONTROL



Para poder abordar problemas de un nivel, los niveles inferiores han de funcionar correctamente

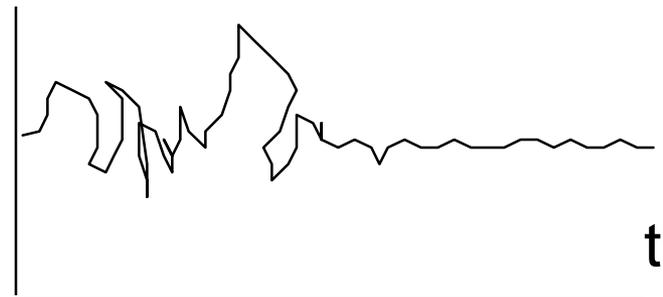
En concreto, el control avanzado exige que la regulación de lazos simples con PID's funcione adecuadamente

Pirámide de control



Sintonía de PID

- Los reguladores PID solucionan bien la mayoría de los problemas de control monovariable (caudal, presión, velocidad, ...)
- Sin embargo, el PID no es adecuado en casos de dinámica difícil, o con especificaciones exigentes:
 - » retardos grandes
 - » respuesta inversa
 - » inestabilidad
 - » mínima varianza



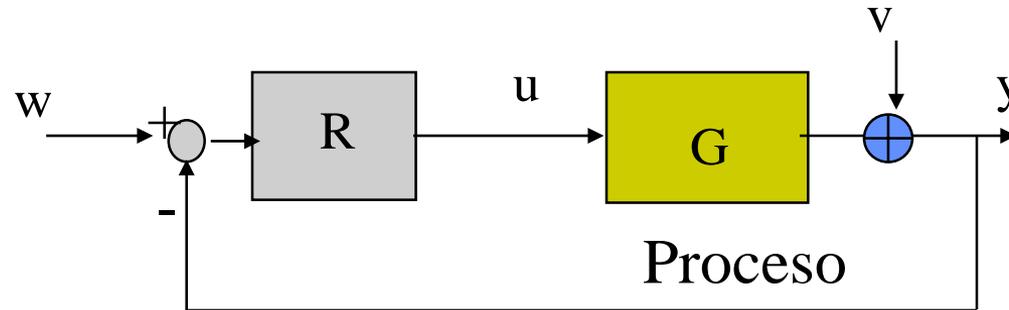
Criterios de diseño

- Selección del tipo de regulador P, PI, PID, PD u otro regulador (DMC, IMC,...)
- Sintonía para cambios en w o v
- Diversidad de formas de especificar objetivos
- Tener en cuenta la señal de control
- Robustez frente a cambios en el proceso o punto de operación

Tipos de reguladores

- PID indicado en procesos lentos sin ruidos, como temperatura, concentración y, en algunos casos, presión.
- PI indicado en la mayor parte de los casos
- P procesos con integrador o donde no sea importante un error estacionario nulo.
- En procesos con retardo alto: Predictor de Smith

Sintonía: ¿w ó perturbaciones?



$$y = \frac{GR}{1 + GR} w + \frac{1}{1 + GR} v$$

Si se sintoniza el regulador para atenuar la respuesta ante perturbaciones, R queda fijada y, por tanto, la respuesta frente a cambios en w también.

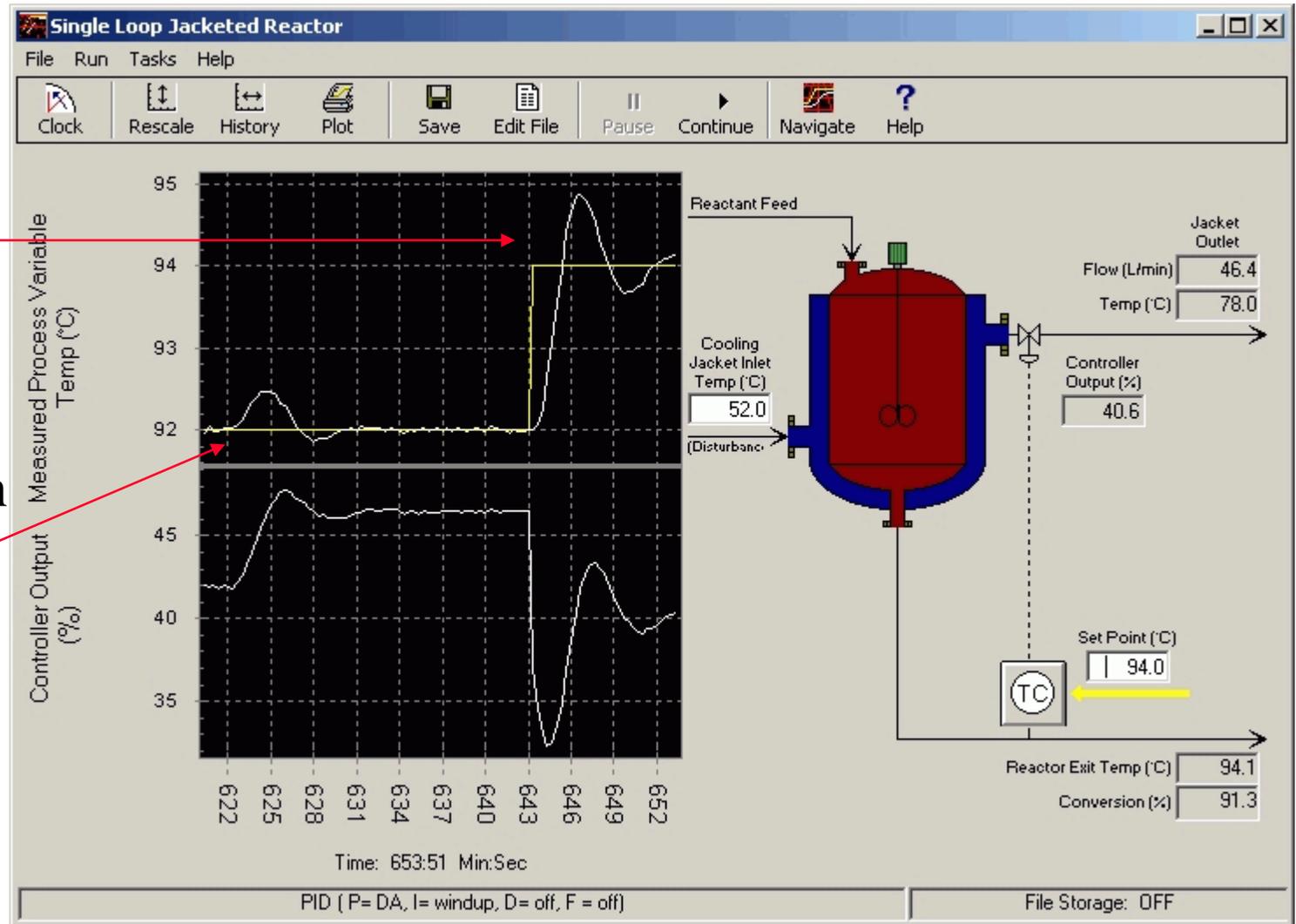
Un solo grado de libertad

Perturbación / SP

Cambio
SP

Perturbación

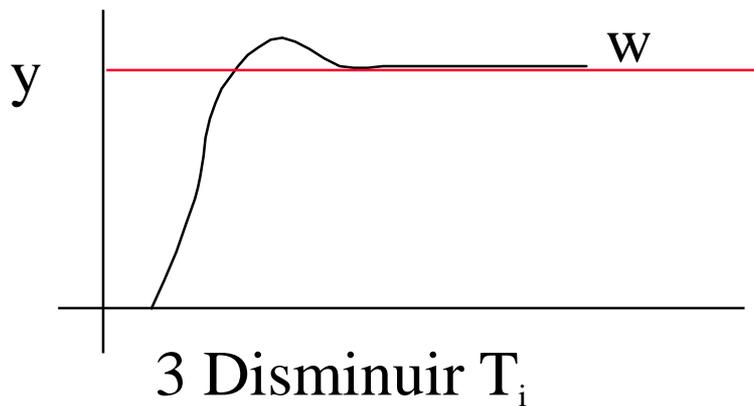
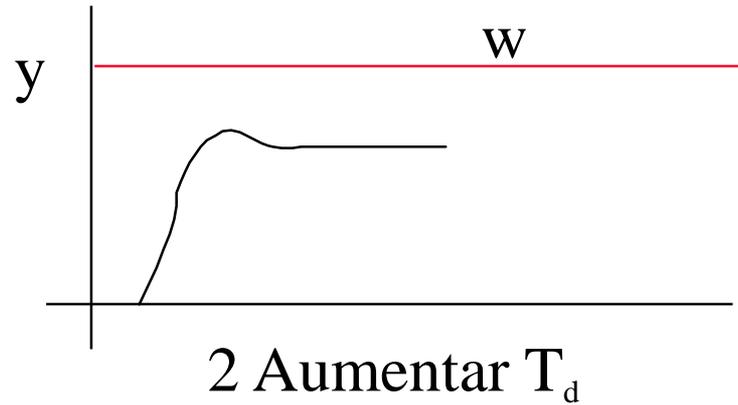
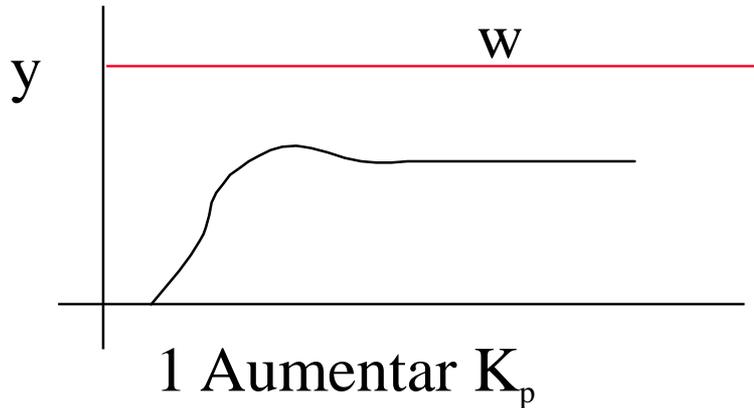
50 → 52



Métodos de sintonía de PID

- Métodos de prueba y error
- Métodos basados en experimentos
 - Estimar ciertas características dinámicas del proceso con un experimento
 - Calcular los parámetros del regulador mediante tablas o fórmulas deducidas en función de las características dinámicas estimadas
- Métodos analíticos basados en modelos
- Métodos de Sintonía automática

Prueba y Error



Partir de valores bajos de K_p , y sin acción integral o derivativa

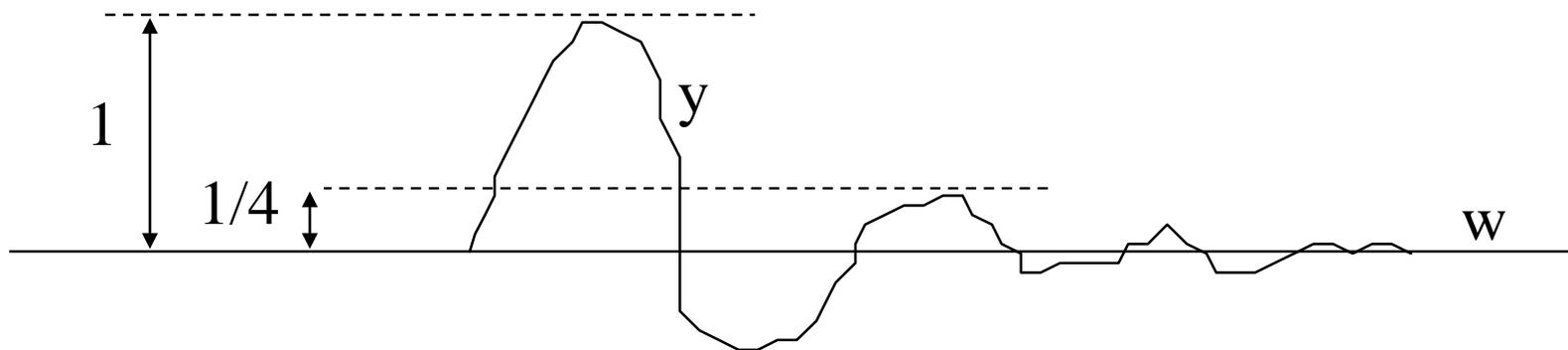
Aumentar K_p hasta obtener una forma de respuesta aceptable sin excesivos u

Aumentar ligeramente T_d para mejorar la respuesta

Disminuir T_i hasta eliminar el error estacionario

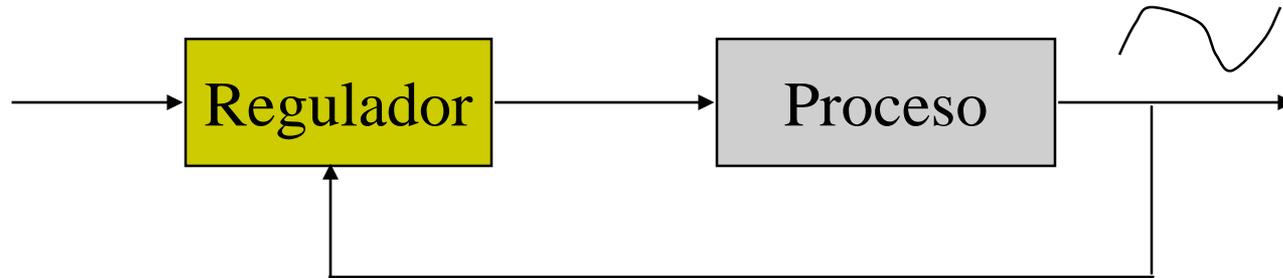
Métodos de Ziegler-Nichols

- **Criterio de sintonía:** amortiguamiento de $1/4$ ante perturbaciones. (QDR)
- Desarrollados empíricamente para PID serie (1942)
- Métodos en lazo abierto y lazo cerrado
- Válidos para $0.15 < d / \tau < 0.6$ y procesos monótonos
- Dan valores aproximados: requieren ajuste fino



Métodos

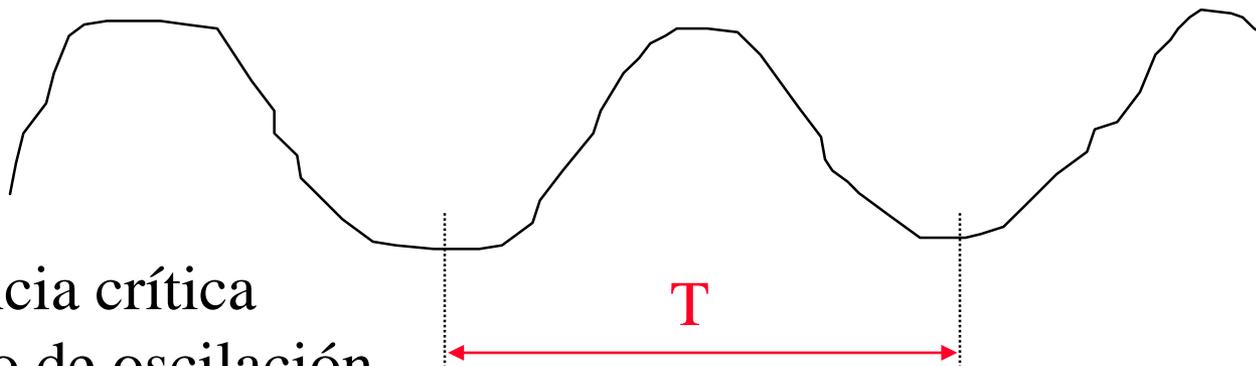
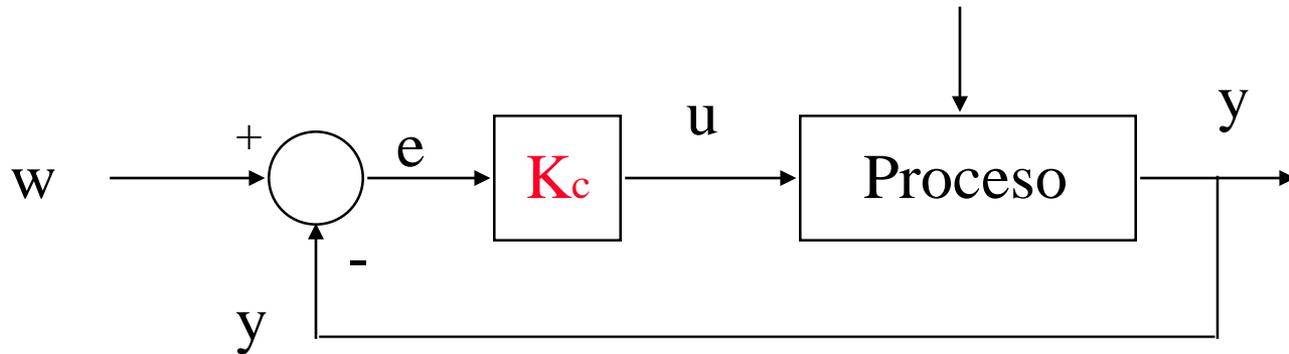
En lazo cerrado



En lazo abierto



Método de Ziegler-Nichols en lazo cerrado



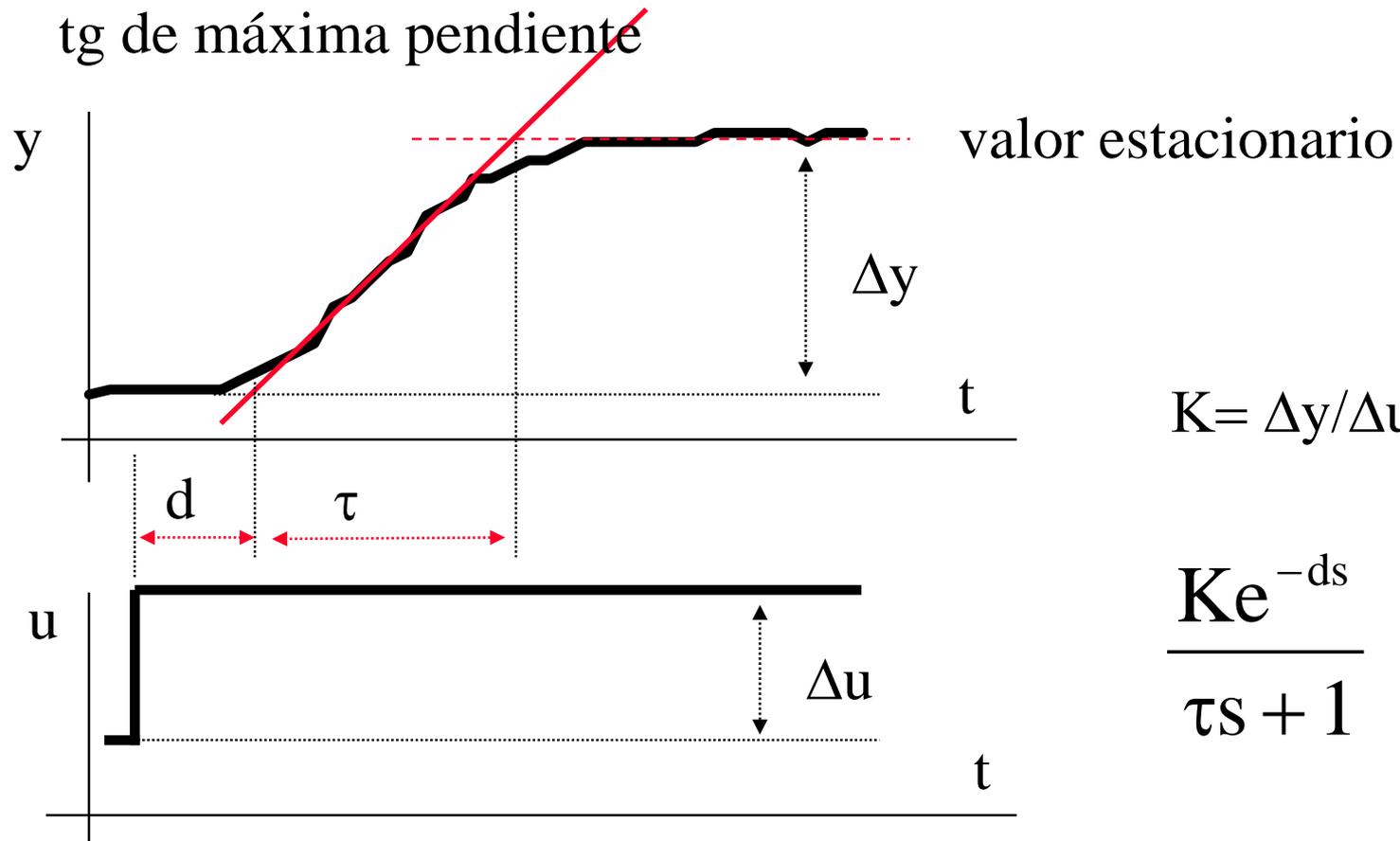
K_c ganancia crítica
 T periodo de oscilación

Tabla de sintonía de Ziegler-Nichols en lazo cerrado

Tipo	Ganancia K_p	Tiempo integral	Tiempo derivativo
P	$0.5 K_c$		
PI	$0.45 K_c$	$T/1.2$	
PID paralelo	$0.75 K_c$	$T/1.6$	$T/10$
PID serie	$0.6 K_c$	$T/2$	$T/8$

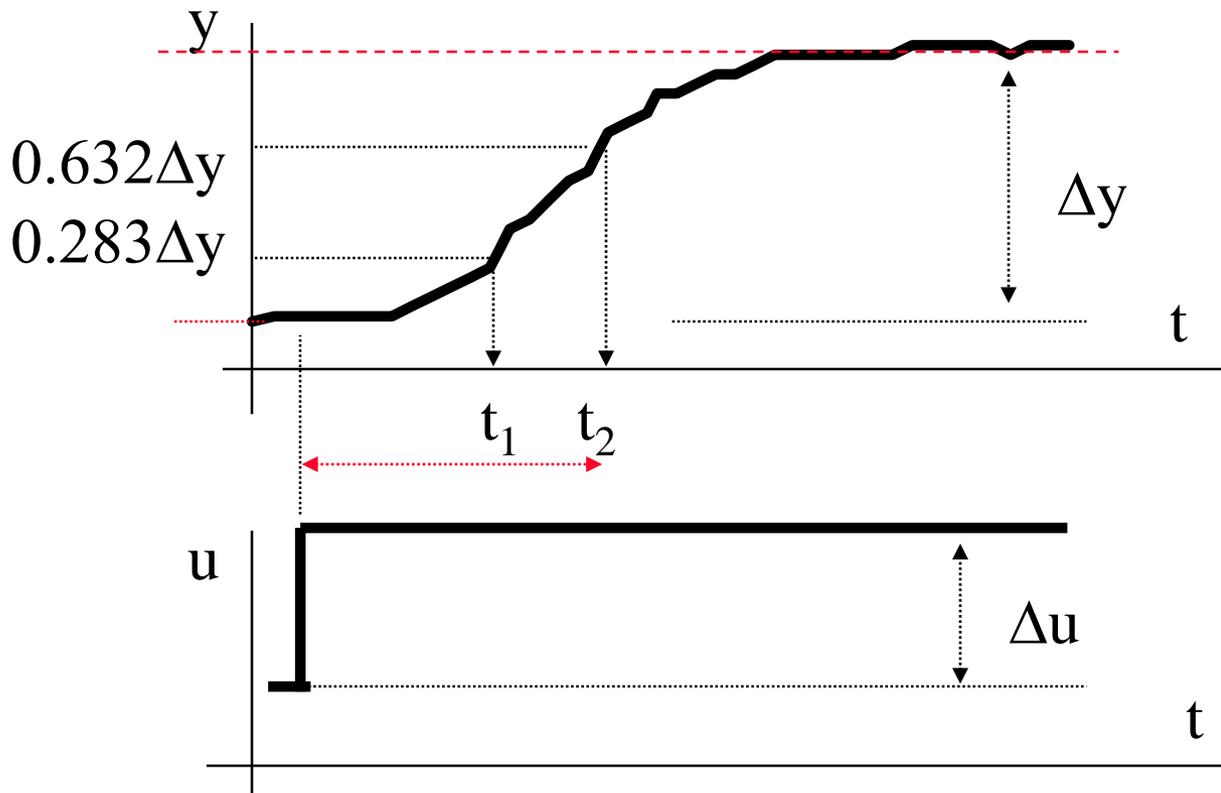
K_c ganancia crítica en % / % T periodo de oscilación
 T_i y T_d en las mismas unidades que T

Identificación con un salto en u



Adecuado para Ziegler-Nichols

Identificación con un salto en u



$$\tau = 1.5 (t_2 - t_1)$$

$$d = t_2 - \tau$$

$$K = \Delta y / \Delta u$$

$$\frac{Ke^{-ds}}{\tau s + 1}$$

Adecuado para sistemas con ruido

Tabla de sintonía de Ziegler-Nichols en lazo abierto

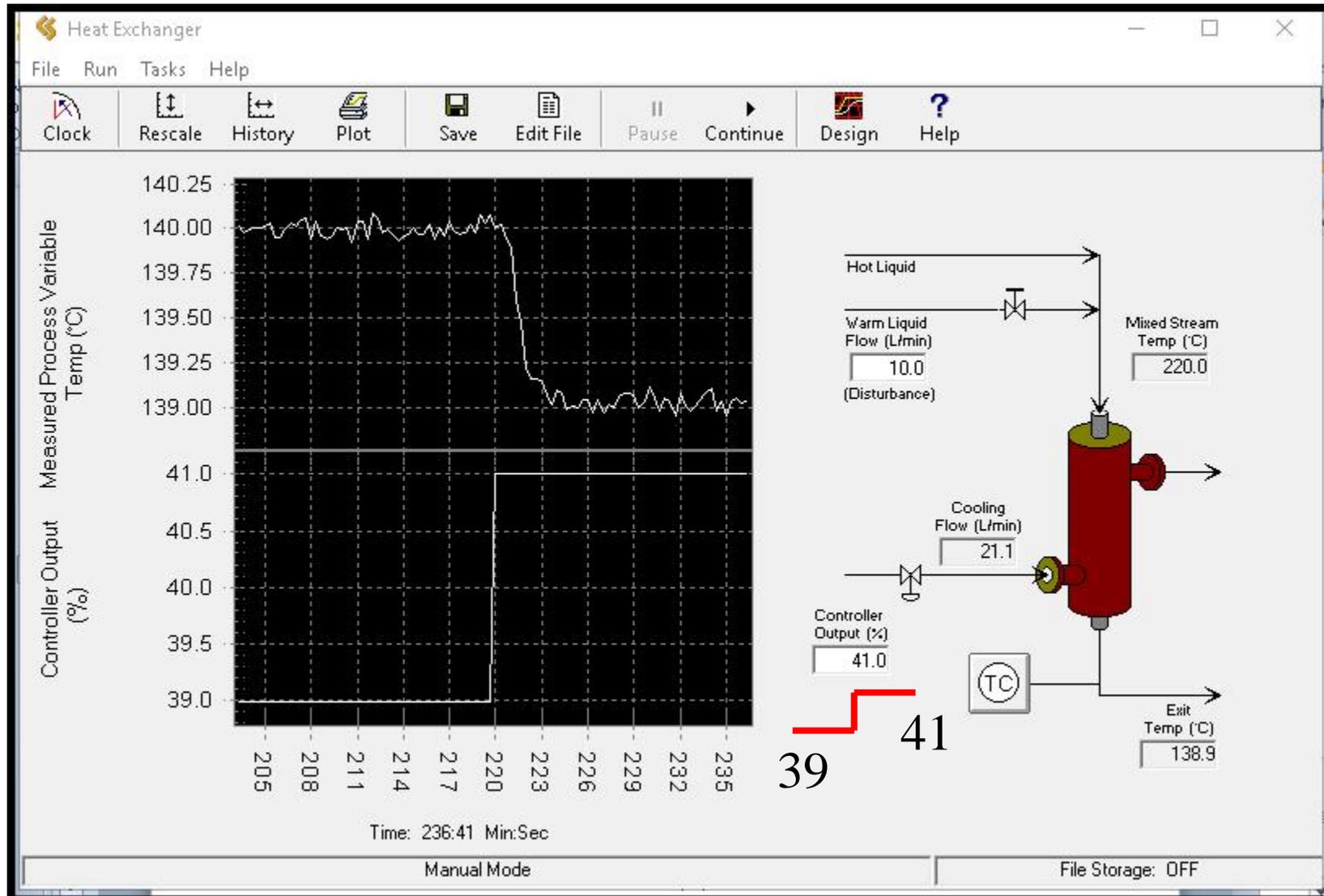
Tipo	Ganancia K_p	Tiempo integral	Tiempo derivativo
P	$\tau / (K d)$		
PI	$0.9\tau / (K d)$	$3.33 d$	
PID serie	$1.2\tau / (K d)$	$2 d$	$0.5 d$

K ganancia en % / % , d retardo , τ constante de tiempo
 T_i y T_d en las mismas unidades que d

Nótese que $T_i = 4 T_d$

Para reguladores digitales aumentar d en medio periodo de muestreo

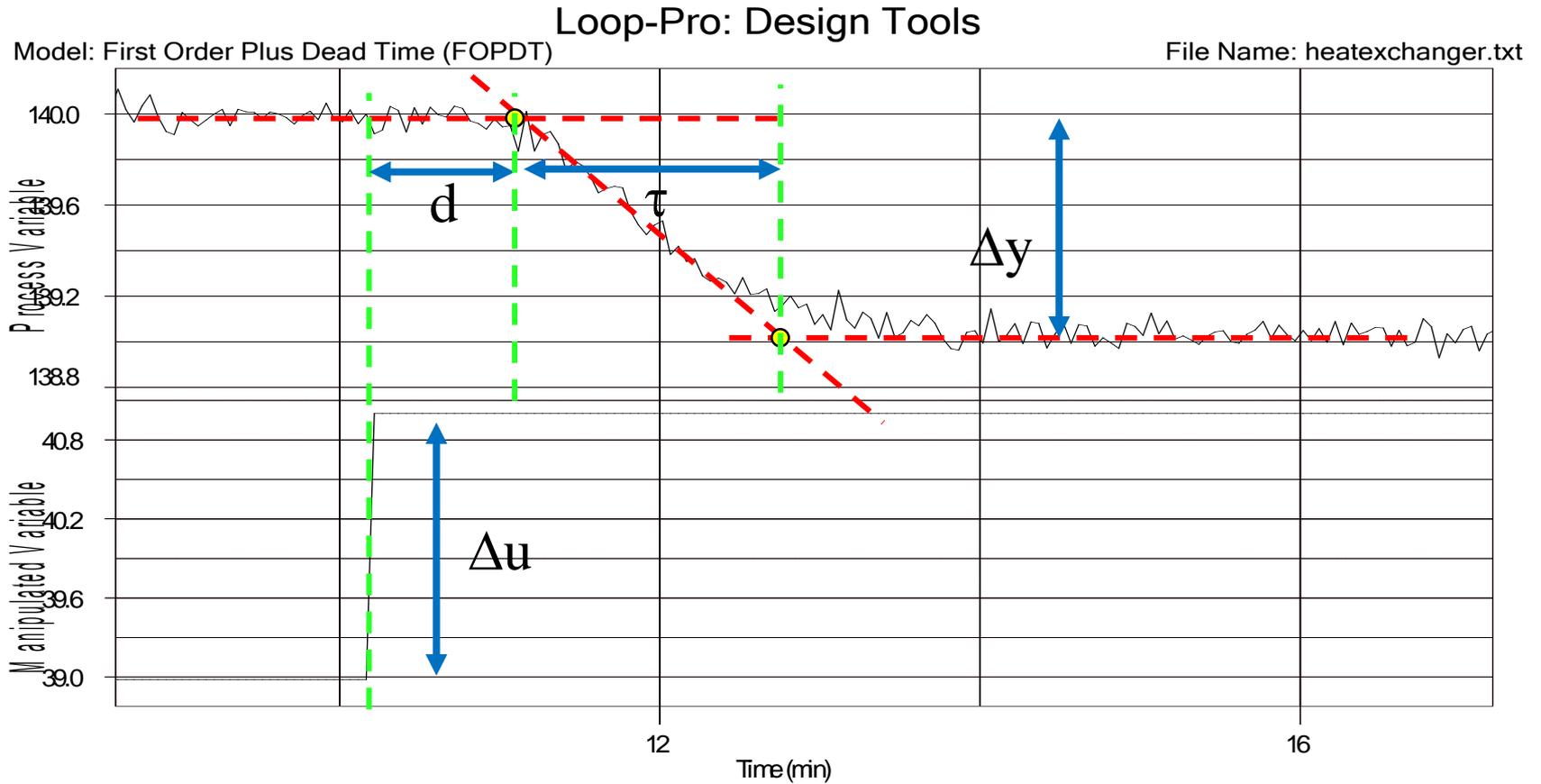
Ensayo cambiador de calor



$$K = (139.05 - 140) / 2 = -0.475$$

$$d = 0.85 \quad \tau = 1.6$$

$$G(s) = \frac{-0.475e^{-0.85s}}{1.6s + 1}$$



$$K = (139.05 - 140) / 2 = -0.475$$

$$d = 1.1 \quad \tau = 0.75$$

$$t_2 = 2$$

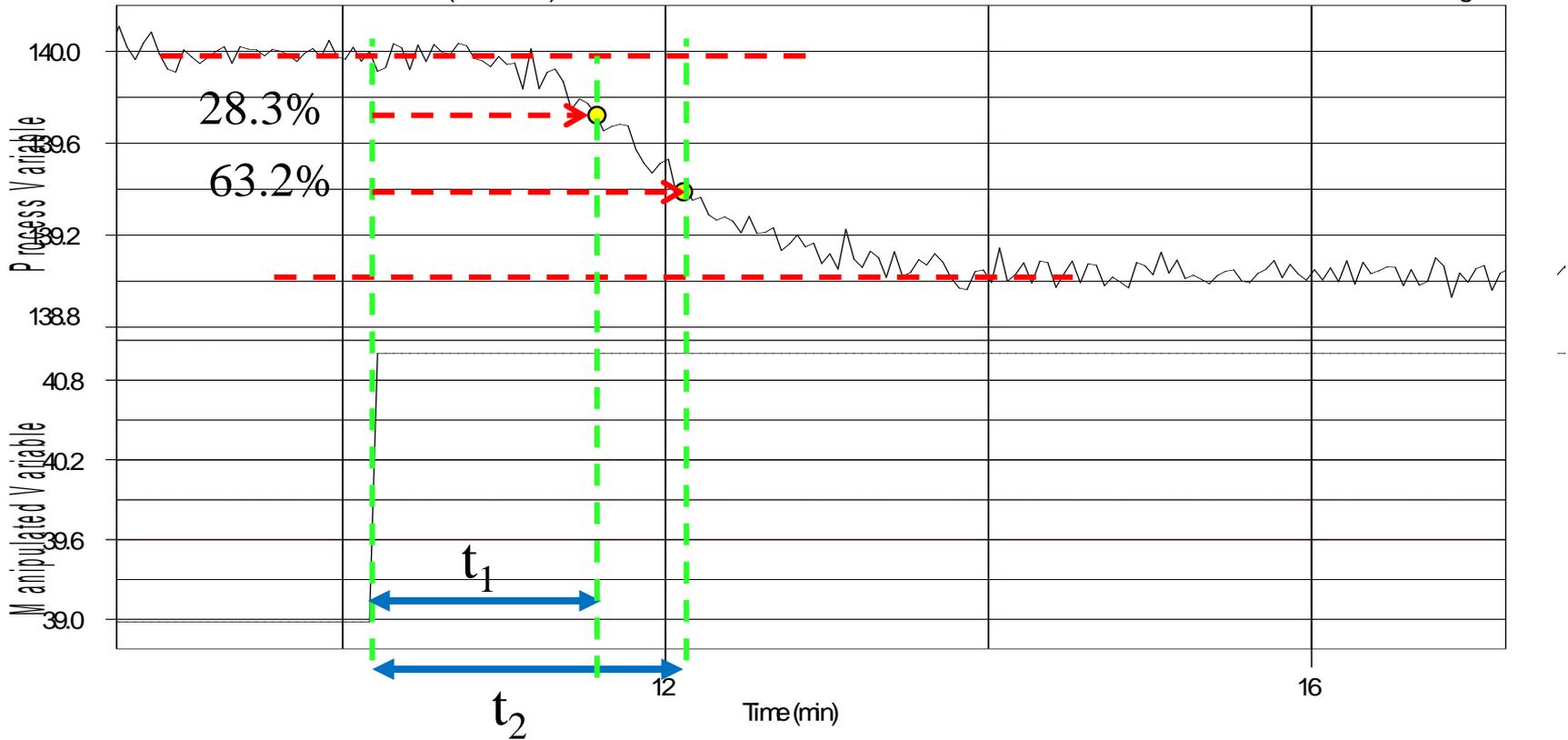
$$t_1 = 1.4$$

$$G(s) = \frac{-0.475e^{-1.1s}}{0.9s + 1}$$

Loop-Pro: Design Tools

Model: First Order Plus Dead Time (FOPDT)

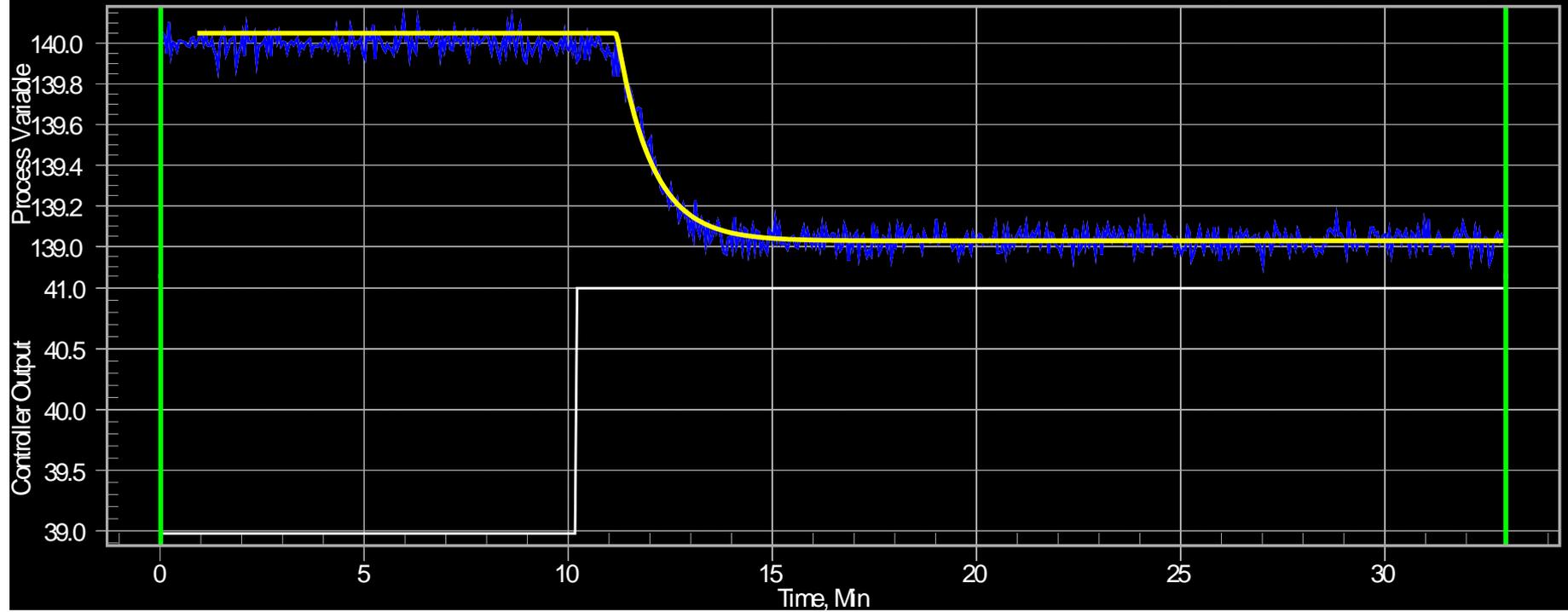
File Name: heatexchanger.txt



LOOP-PRO: Design Tools

Model: FOPDT

Filename: C:\Programas\LoopPro\heatexchanger.txt



$$G(s) = \frac{-0.5e^{-0.94s}}{0.86s + 1}$$

Ajuste por mínimos
cuadrados

Ziegler Nichols:
diseñado para
rechazo de
perturbaciones

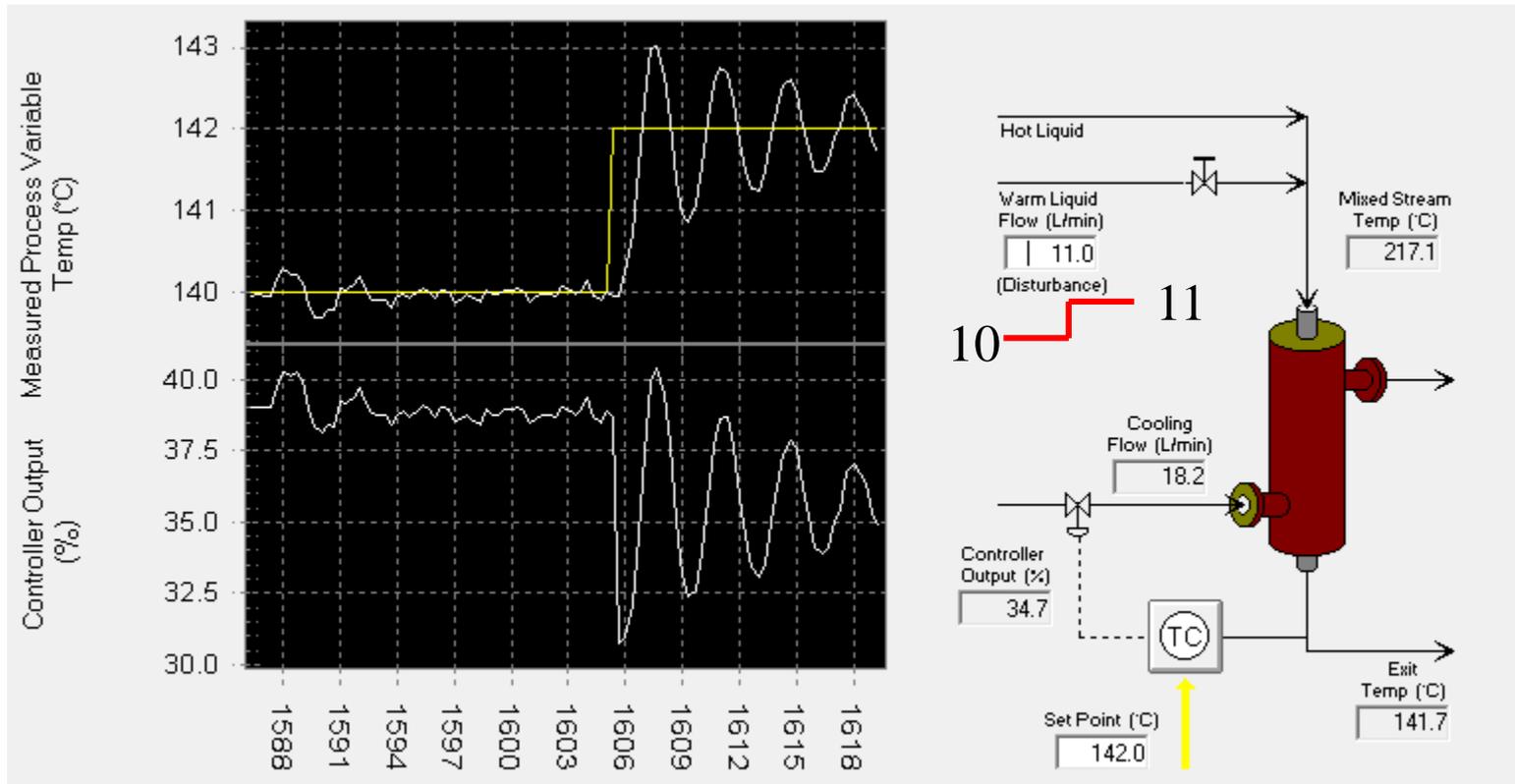
$$G(s) = \frac{-0.475e^{-0.85s}}{1.6s + 1}$$

$$d / \tau = 0.53$$

$$K_p = 0.9\tau / (Kd) = -3.53$$

$$T_i = 3.333d = 2.83$$

Distinta respuesta
ante cambios del SP



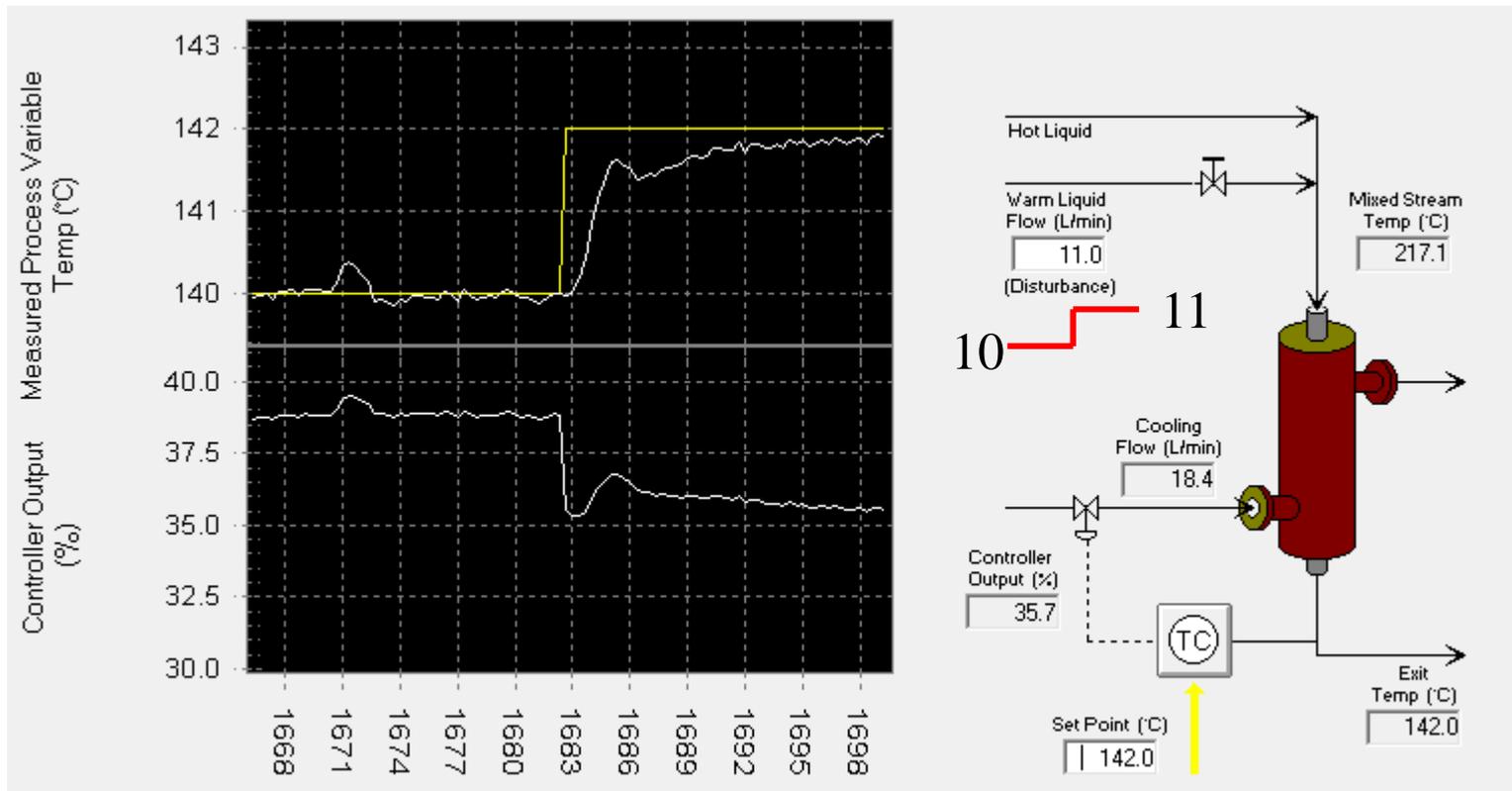
Ziegler Nichols:
diseñado para
rechazo de
perturbaciones

$$G(s) = \frac{-0.475e^{-1.1s}}{0.9s + 1}$$

$$K_p = 0.9\tau / (Kd) = -1.55$$

$$T_i = 3.333d = 3.66$$

$d / \tau = 1.22$
fuera de rango



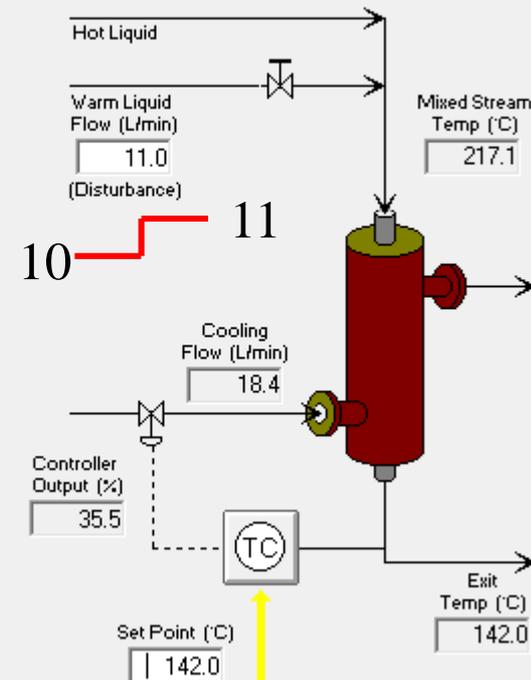
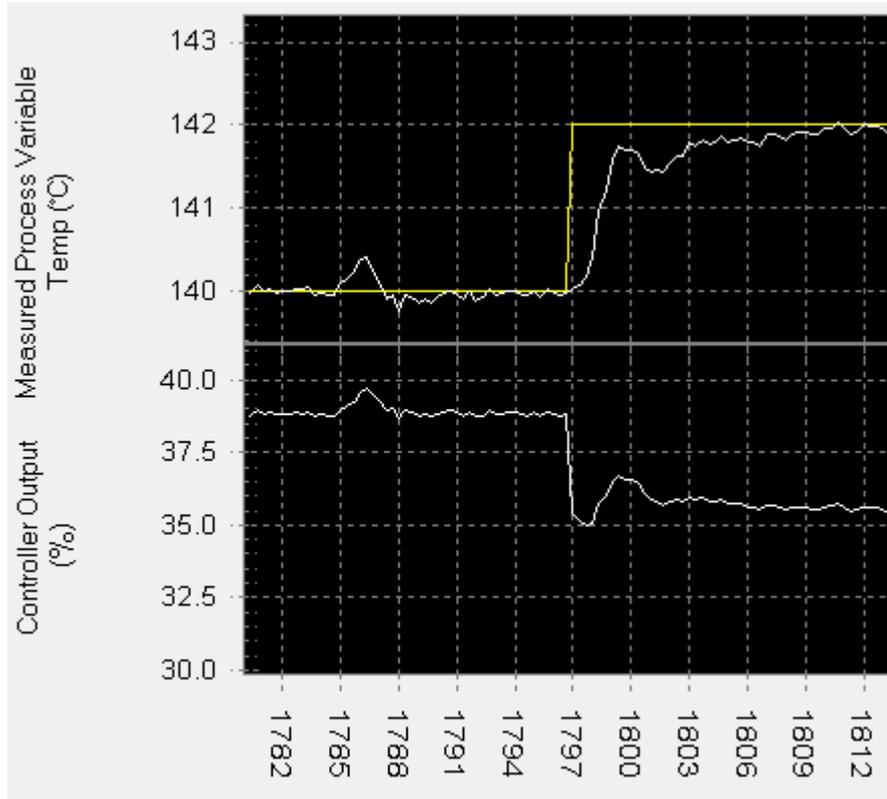
Ziegler Nichols:
diseñado para
rechazo de
perturbaciones

$$G(s) = \frac{-0.5e^{-0.94s}}{0.86s + 1}$$

$$K_p = 0.9\tau / (Kd) = -1.65$$

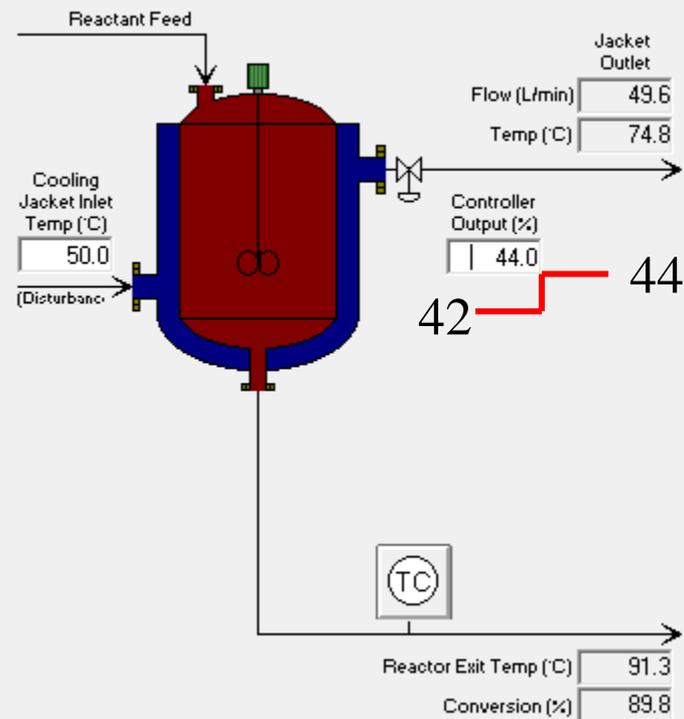
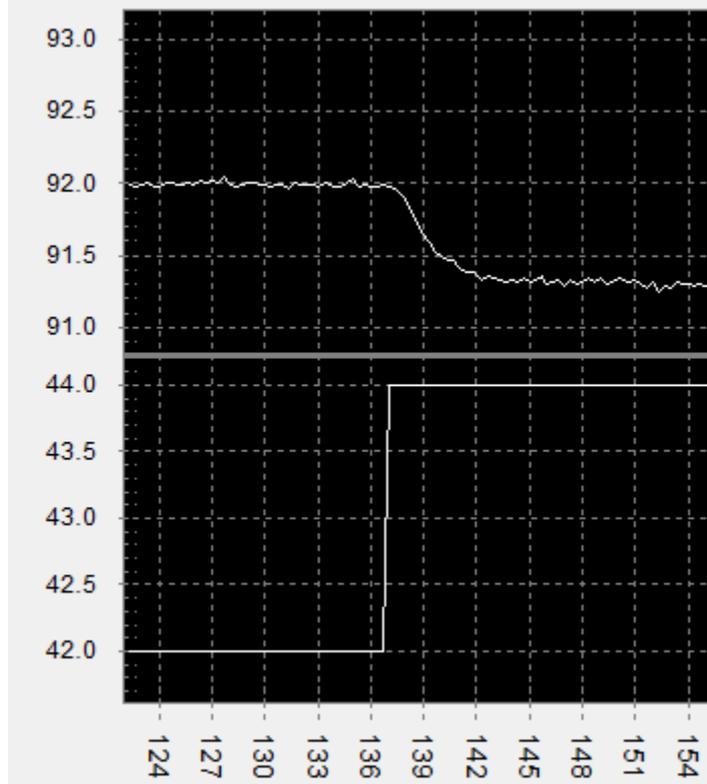
$$T_i = 3.333d = 3.13$$

$d / \tau = 1.09$
fuera de rango



Reactor exotérmico

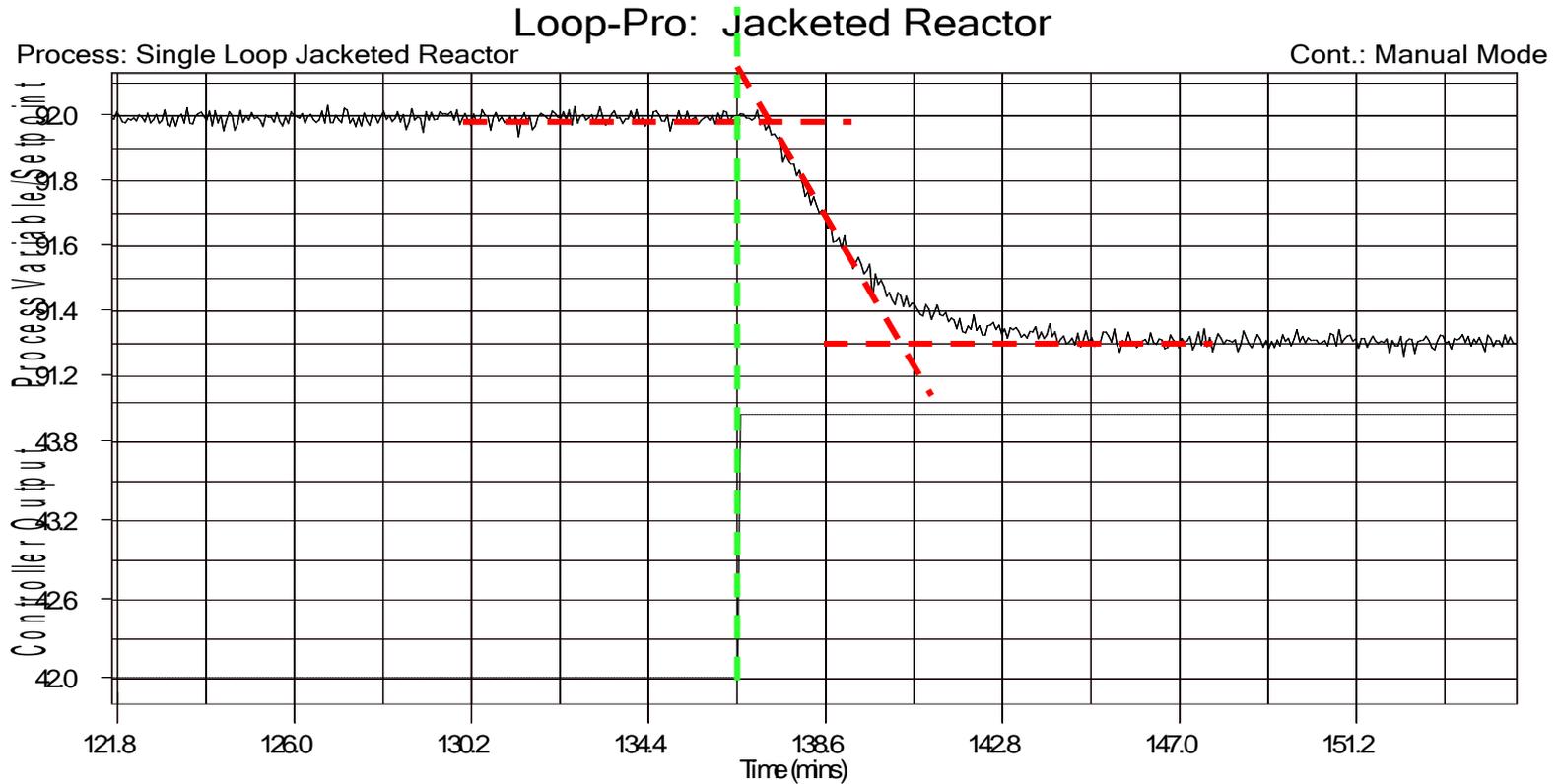
Salto en la válvula en lazo abierto



$$K = (91.3 - 92) / 2 = -0.35$$

$$d = 0.7 \quad \tau = 3$$

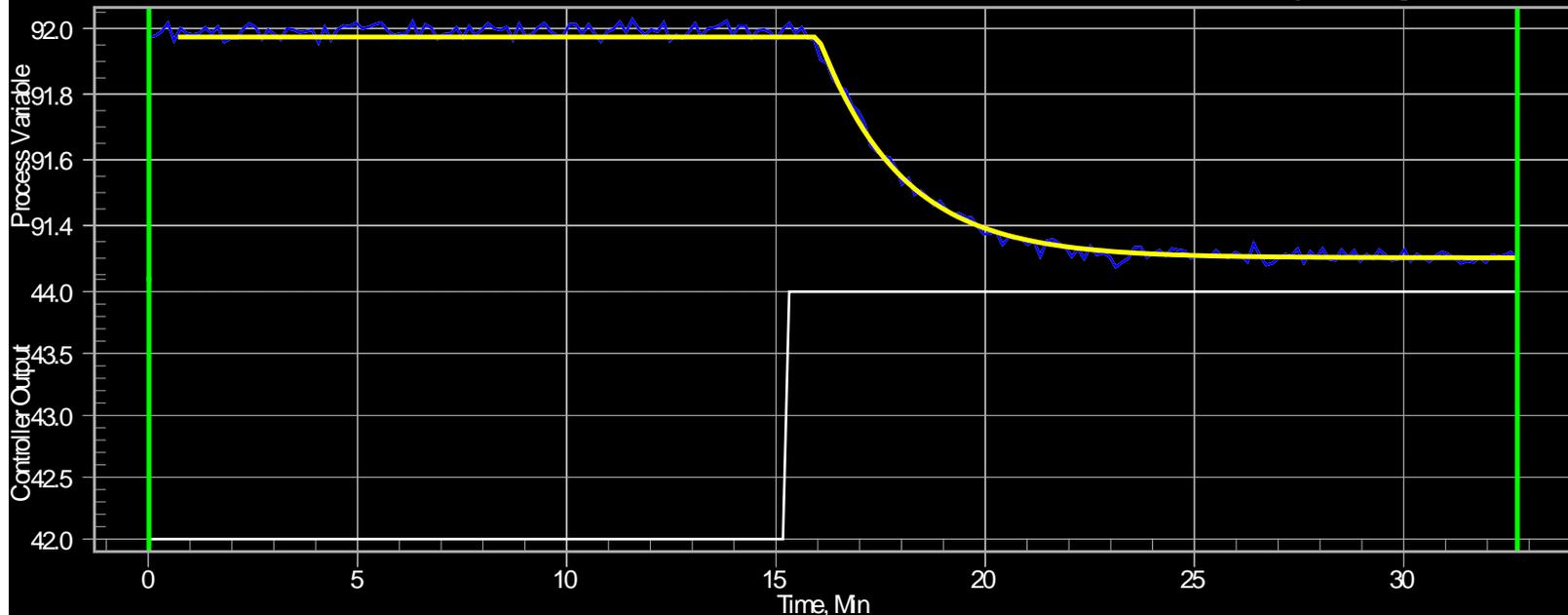
$$G(s) = \frac{-0.35e^{-0.7s}}{3s+1}$$



LOOP-PRO: Design Tools

Model: FOPDT

Filename: C:\Programas\LoopPro\reactor2.txt



$$G(s) = \frac{-0.336e^{-0.62s}}{1.98s + 1}$$

Calculado con mínimos
cuadrados

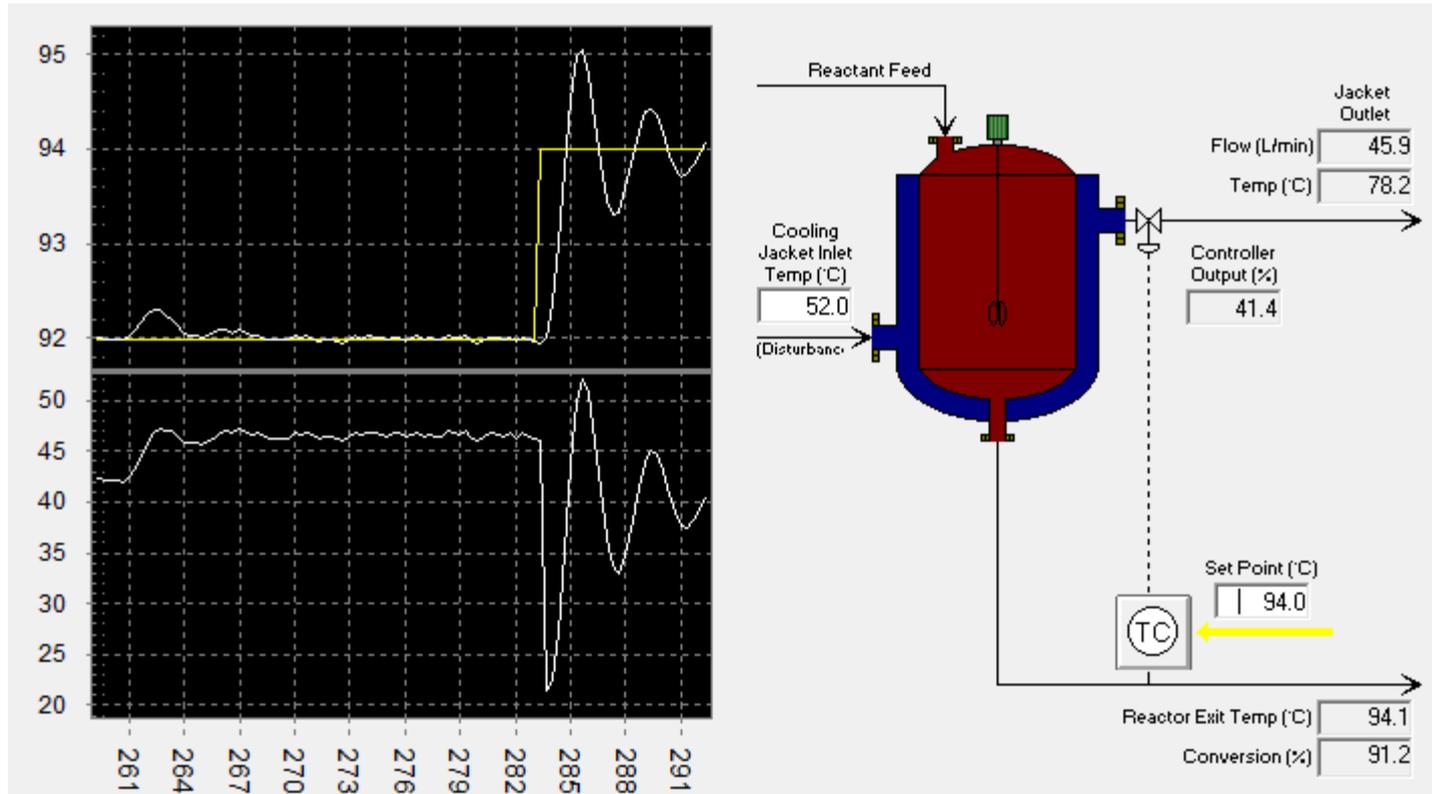
Ziegler Nichols:
diseñado para
rechazo de
perturbaciones

$$G(s) = \frac{-0.35e^{-0.7s}}{3s+1}$$

$$K_p = 0.9\tau/(Kd) = -11.02$$

$$T_i = 3.333d = 2.33$$

$$d / \tau = 0.23 \quad \text{ok}$$



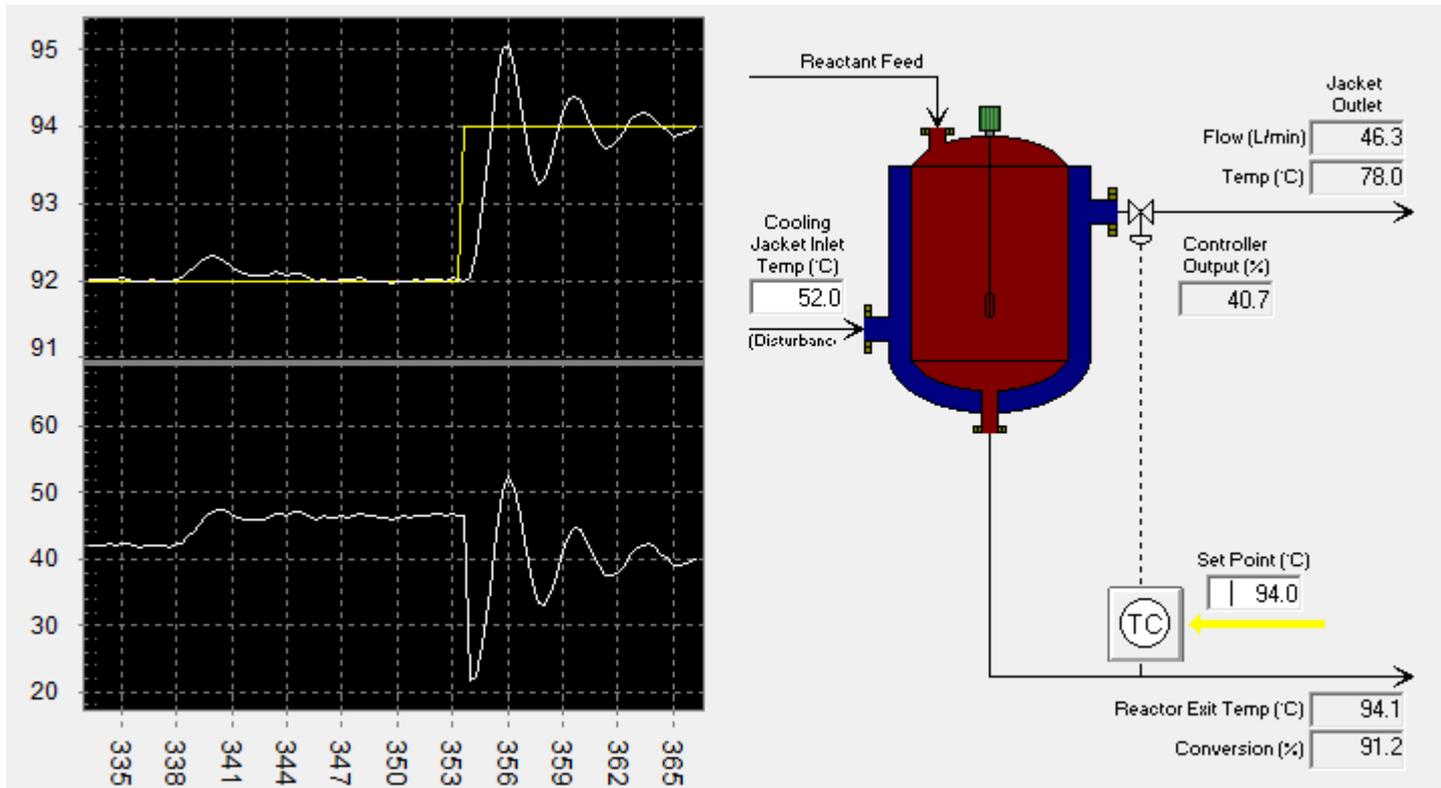
Ziegler Nichols:
diseño para
rechazo de
perturbaciones

$$G(s) = \frac{-0.336e^{-0.62s}}{1.98s + 1}$$

$$K_p = 0.9\tau / (Kd) = -8.55$$

$$T_i = 3.333d = 2.06$$

$$d / \tau = 0.31 \quad \text{ok}$$

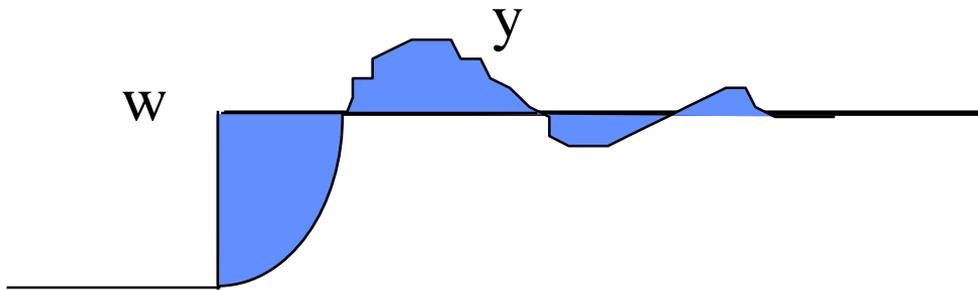
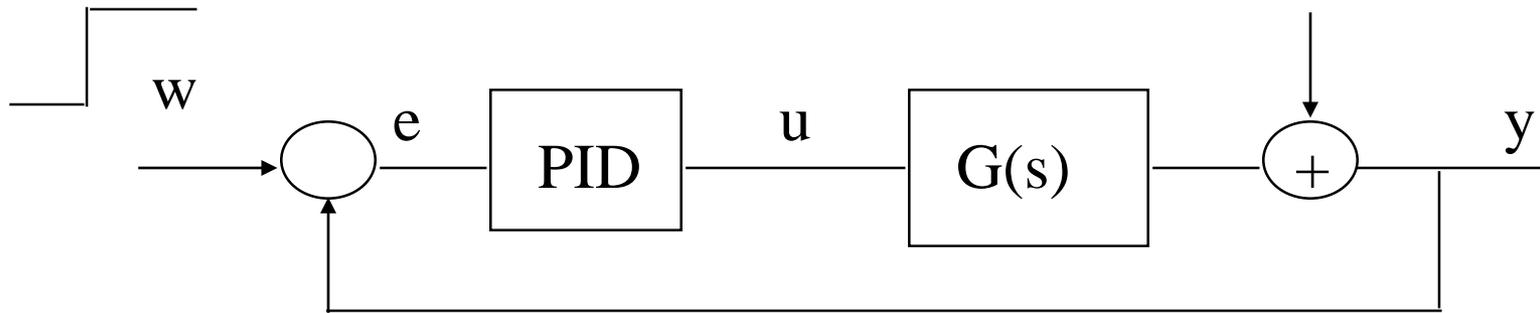


Método de Cohen-Coon

Tipo de Controlador	Ganancia K_c	Tiempo Integral T_i	Tiempo Derivativo T_c
P	$\frac{\tau}{Kd} \left(1 + \frac{d}{3\tau} \right)$		
PI	$\frac{\tau}{Kd} \left(0.9 + \frac{d}{12\tau} \right)$	$d \frac{30 + 3d/\tau}{9 + 20d/\tau}$	
PID	$\frac{\tau}{Kd} \left(1.333 + \frac{d}{4\tau} \right)$	$d \frac{32 + 6d/\tau}{13 + 8d/\tau}$	$d \frac{4}{11 + 2d/\tau}$

Mismos objetivos que Ziegler-Nichols. Proporciona mejores respuestas con retardos grandes

Minimización de la integral del error

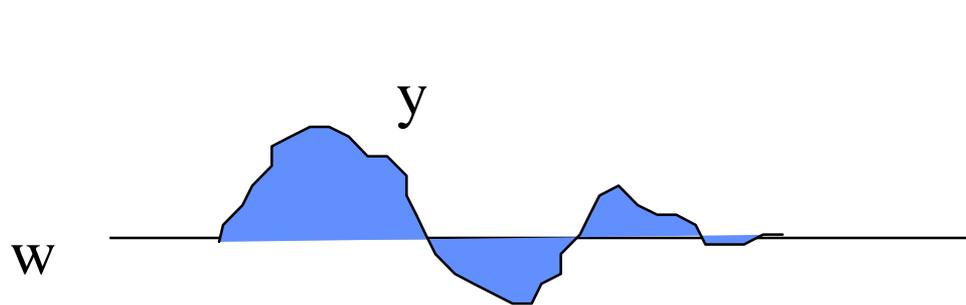
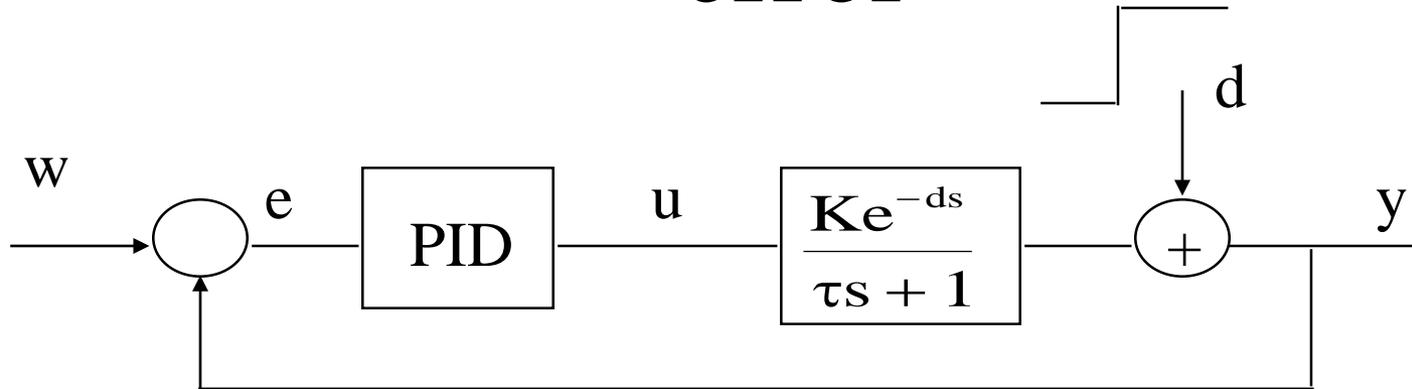


$$\min_{K_p, T_i, T_d} \int f(e(t)) dt$$

minimización numérica

$$\text{error} = f(K_p, T_i, T_d)$$

Minimización de la integral del error



$$\text{error} = f (K_p , T_i , T_d)$$

$$\min_{K_p, T_i, T_d} \int |e(t)| dt \quad \text{MIAE}$$

$$\min_{K_p, T_i, T_d} \int e(t)^2 dt \quad \text{MISE}$$

$$\min_{K_p, T_i, T_d} \int |e(t)| t dt \quad \text{MITAE}$$

Tabla de sintonía de Lopez et al.

- Para PID paralelo o no interactivo (1967)

- Para rechazo de perturbaciones

- Criterio de sintonía:

Minimizar la integral del error:

MIAE $|e|$

MISE e^2

MITAE $|e|t$

- Basadas en un modelo de primer orden con retardo

- Proporcionan los parámetros a y b de las fórmulas

- Validas para procesos monótonos con $d / \tau < 1$

$$K_p K = a \left(\frac{d}{\tau} \right)^b$$

$$\frac{\tau}{T_i} = a \left(\frac{d}{\tau} \right)^b$$

$$\frac{T_d}{\tau} = a \left(\frac{d}{\tau} \right)^b$$

Tabla de Lopez y otros

Reguladores PI paralelo

Criterio	Proporcional	Integral	Derivativo
MIAE	a=0.984 b=-0.986	a=0.608 b=-0.707	
MISE	a=1.305 b=-0.959	a=0.492 b=-0.739	
MITAE	a=0.859 b=-0.977	a=0.674 b=-0.68	

$$K_p K = a \left(\frac{d}{\tau} \right)^b$$

$$\frac{\tau}{T_i} = a \left(\frac{d}{\tau} \right)^b$$

$$\frac{T_d}{\tau} = a \left(\frac{d}{\tau} \right)^b$$

K en % / %

Sintonia para rechazo de perturbaciones

Validas para procesos monótonos con $d / \tau < 1$

Para reguladores digitales aumentar d en medio periodo de muestreo

Tabla de Lopez y otros

Reguladores PID paralelo

Criterio	Proporcional	Integral	Derivativo
MIAE	a=1.435 b=-0.921	a=0.878 b=-0.749	a=0.482 b=1.137
MISE	a=1.495 b=-0.945	a=1.101 b=-0.771	a=0.560 b=1.006
MITAE	a=1.357 b=-0.947	a=0.842 b=-0.738	a=0.381 b=0.995

$$K_p K = a \left(\frac{d}{\tau} \right)^b$$

$$\frac{\tau}{T_i} = a \left(\frac{d}{\tau} \right)^b$$

$$\frac{T_d}{\tau} = a \left(\frac{d}{\tau} \right)^b$$

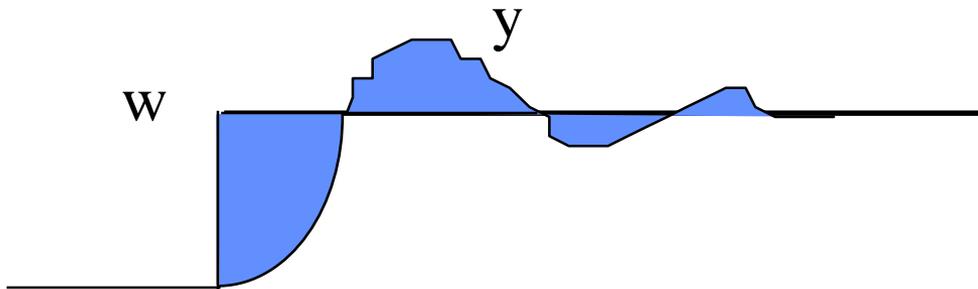
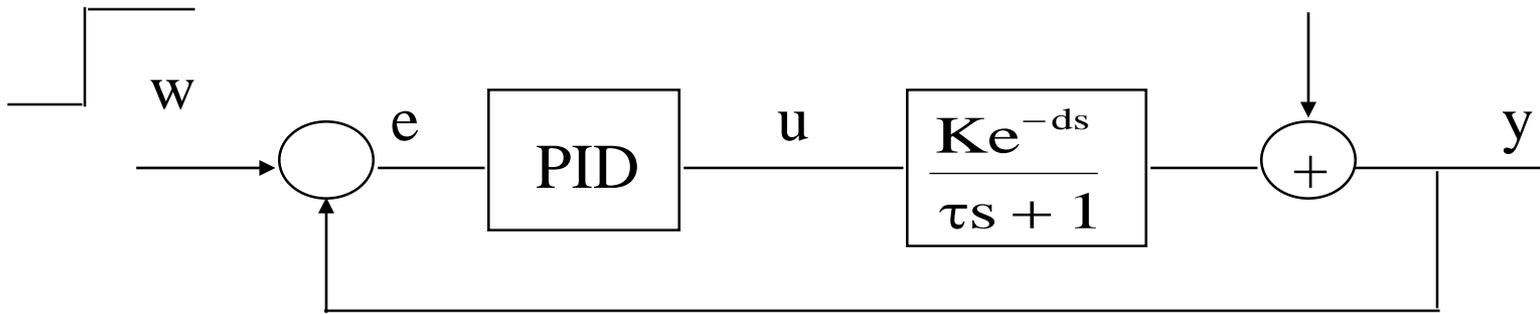
K en % / %

Sintonia para rechazo de perturbaciones

Validas para procesos monótonos con $d / \tau < 1$

Para reguladores digitales aumentar d en medio periodo de muestreo

Minimización de la integral del error



$$\text{error} = f (K_p , T_i , T_d)$$

$$\min_{K_p, T_i, T_d} \int |e(t)| dt \quad \text{MIAE}$$

$$\min_{K_p, T_i, T_d} \int e(t)^2 dt \quad \text{MISE}$$

$$\min_{K_p, T_i, T_d} \int |e(t)| t dt \quad \text{MITAE}$$

Tabla de sintonía de Rovira et al.

- Para PI, PID paralelo o no interactivo (1969)

- Para cambios de consigna

$$K_p K = a \left(\frac{d}{\tau} \right)^b$$

- Criterio de sintonía:

Minimizar la integral del error:

MIAE $|e|$

MITAE $|e|t$

$$\frac{\tau}{T_i} = a \left(\frac{d}{\tau} \right) + b$$

- Basadas en un modelo de primer orden con retardo

$$\frac{T_d}{\tau} = a \left(\frac{d}{\tau} \right)^b$$

- Proporcionan los parámetros a y b de las fórmulas
- Validas para procesos monótonos con $d / \tau < 1$

Tabla de Rovira y otros

PI paralelo

Criterio	Proporcional	Integral	Derivativo
MIAE	a=0.758 b=-0.861	a=-0.323 b=1.020	
MITAE	a=0.586 b=-0.916	a=-0.165 b=1.030	

$$K_p K = a \left(\frac{d}{\tau} \right)^b$$

$$\frac{\tau}{T_i} = a \left(\frac{d}{\tau} \right) + b$$

PID Paralelo

MIAE	a=1.086 b=-0.869	a=-0.130 b=0.740	a=0.348 b=0.914
MITAE	a=0.965 b=-0.855	a=-0.147 b=0.796	a=0.308 b=0.929

$$\frac{T_d}{\tau} = a \left(\frac{d}{\tau} \right)^b$$

K en % / %

Sintonia para cambios de consigna

Validas para procesos monótonos con $d / \tau < 1$

Para reguladores digitales aumentar d en medio periodo de muestreo

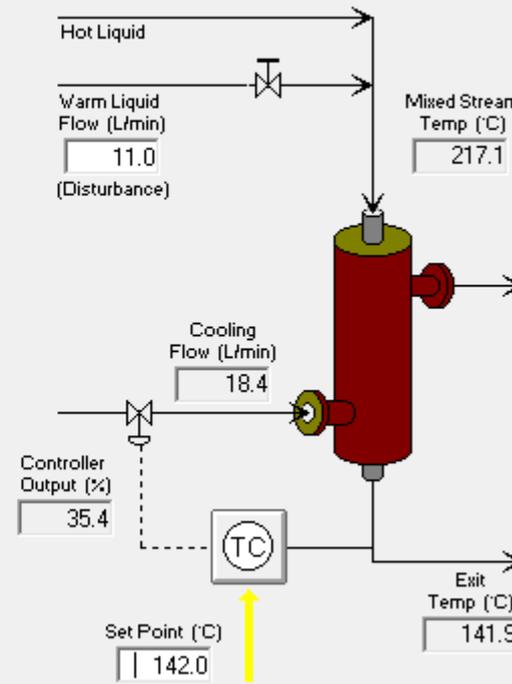
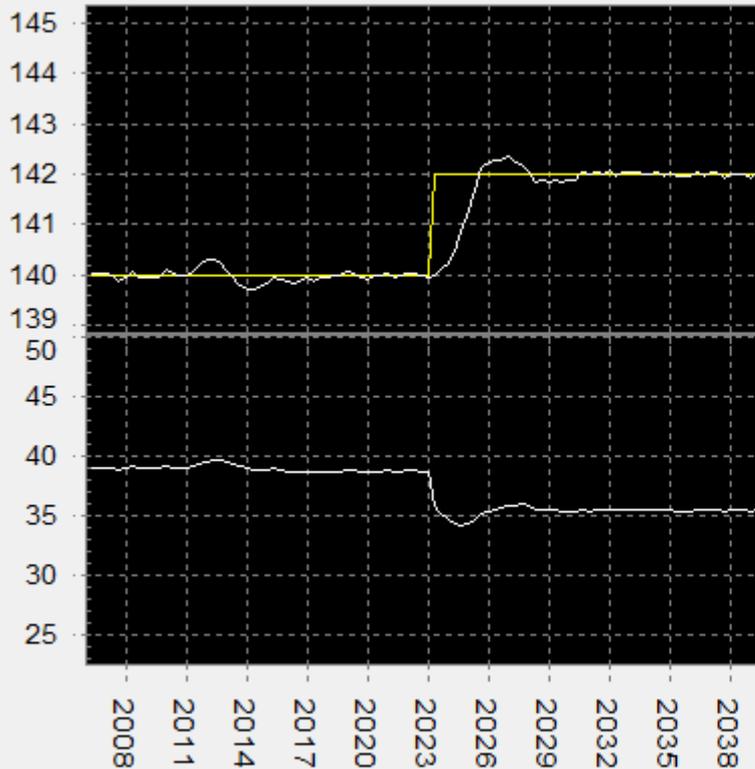
Rovira MITAE:
diseñado para
seguimiento de
referencia

$$G(s) = \frac{-0.485e^{-0.88s}}{0.91s + 1}$$

$d / \tau = 0.96$
en rango

$$K_p(-0.485) = 0.586 \left(\frac{0.88}{0.91} \right)^{-0.916}$$

$$\frac{0.91}{T_i} = -0.165 \left(\frac{0.88}{0.91} \right) + 1.03$$



$$K_p = -1.246$$

$$T_i = 1.05$$

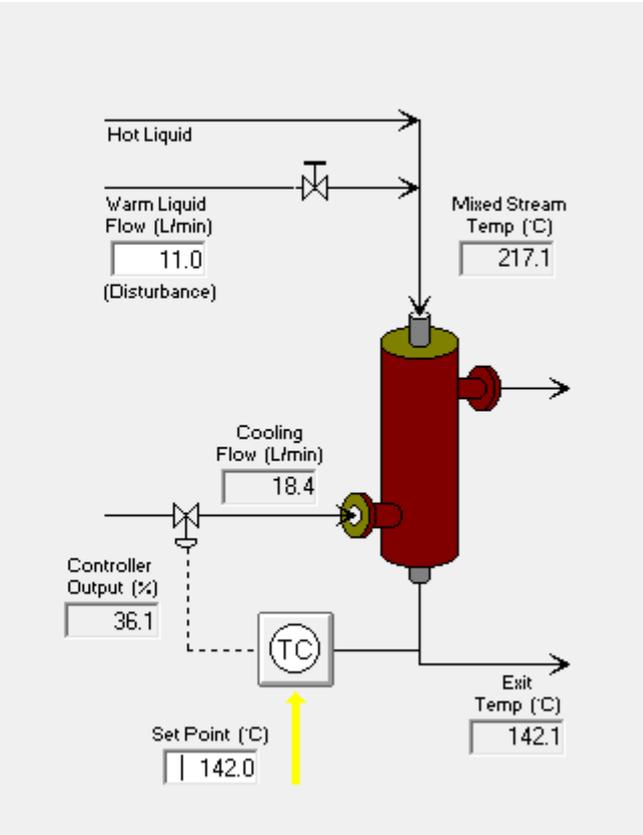
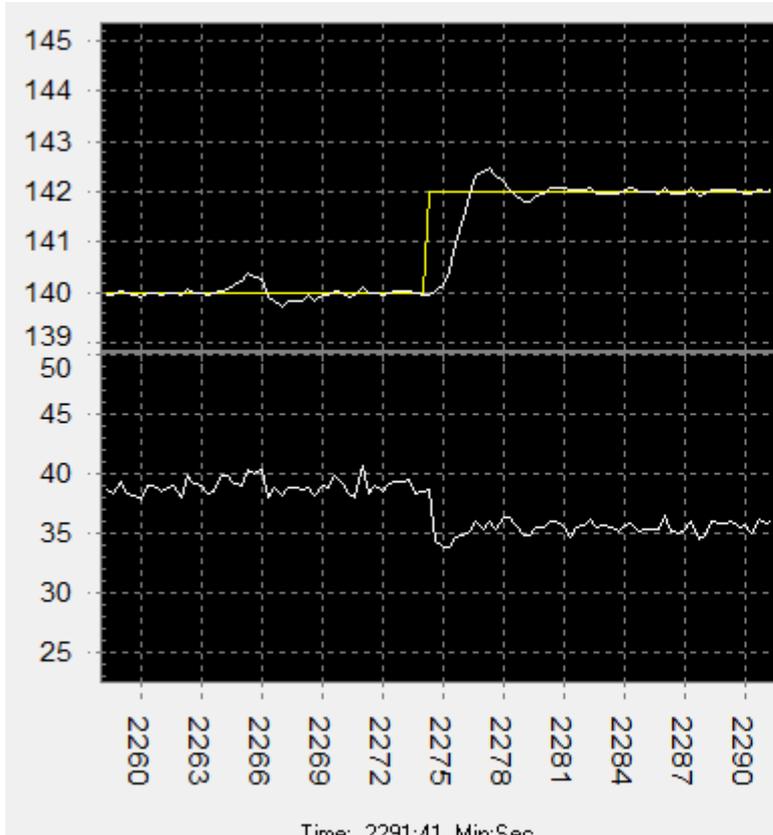
Rovira MITAE:
diseñado para
seguimiento de
referencia

$$G(s) = \frac{-0.485e^{-0.88s}}{0.91s + 1}$$

$$K_p(-0.485) = 0.965 \left(\frac{0.88}{0.91} \right)^{-0.855}$$

$$\frac{0.91}{T_i} = -0.147 \left(\frac{0.88}{0.91} \right) + 0.796$$

$$\frac{T_d}{0.91} = 0.308 \left(\frac{0.88}{0.91} \right)^{0.929}$$



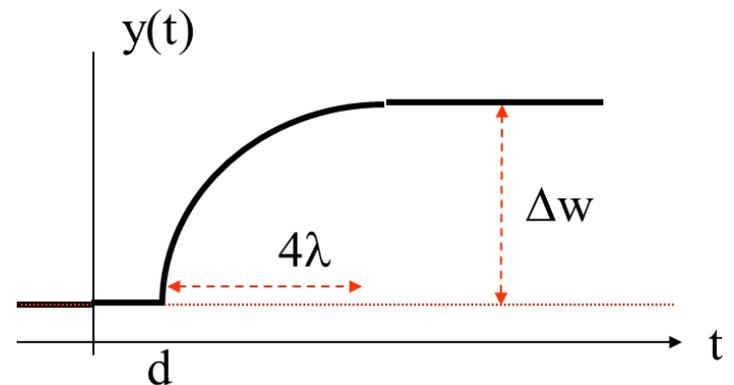
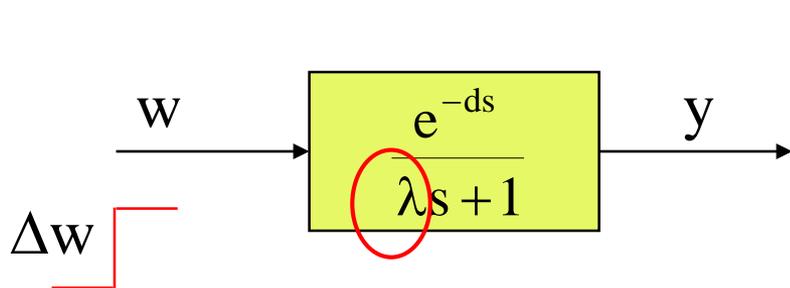
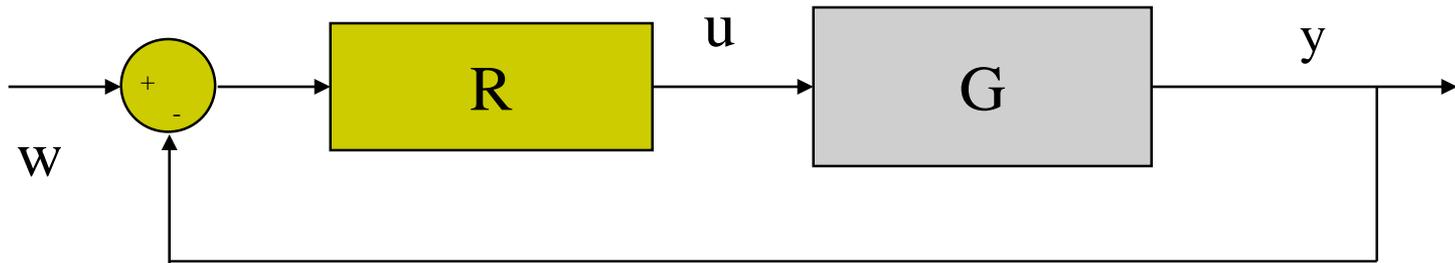
$$K_p = -2.04$$

$$T_i = 1.39$$

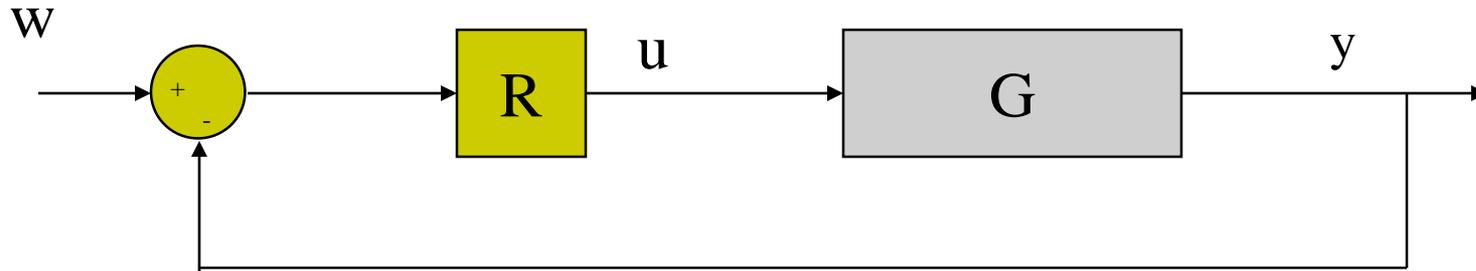
$$T_d = 0.27$$

λ Tuning

“ λ Tuning” es un conjunto de métodos en los que se elige la constante de tiempo deseada λ en lazo cerrado.



Síntesis directa



$$Y(s) = \frac{GR}{1 + GR} W(s)$$

$M(s)$ = FT deseada en lazo cerrado

$$M(s) = \frac{GR}{1 + GR}$$

$$R(s) = \frac{M(s)}{G(s)(1 - M(s))}$$

Síntesis directa de PID

Metodología:

- Elegir $G(s)$ de bajo orden
- Elegir $M(s)$ deseada como una función sencilla
- Calcular $R(s)$ e identificar los correspondientes parámetros de un PID

$$R(s) = \frac{M(s)}{G(s)(1-M(s))} = \frac{\frac{1}{\lambda s + 1}}{\frac{K}{s} \left(1 - \frac{1}{\lambda s + 1}\right)} = \frac{s}{K(\lambda s + 1 - 1)} = \frac{1}{K\lambda}$$

$$M(s) = \frac{1}{\lambda s + 1}$$

$$G(s) = \frac{K}{s}$$

Regulador P con
 $K_p = 1/K\lambda$

Síntesis directa de PID

$$\text{Si: } M(s) = \frac{1}{\lambda s + 1} \quad G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

$$R(s) = \frac{M(s)}{G(s)(1 - M(s))} = \frac{\frac{1}{\lambda s + 1}}{\frac{K}{\tau s + 1} \left(1 - \frac{1}{\lambda s + 1}\right)} = \frac{\tau s + 1}{K(\lambda s + 1 - 1)} = \frac{\tau s + 1}{K\lambda s} = \frac{\tau}{K\lambda} \frac{\tau s + 1}{\tau s}$$

$$\text{PI} = \frac{K_p (T_i s + 1)}{T_i s}$$

Regulador PI con
 $K_p = \tau / K\lambda \quad T_i = \tau$

Síntesis directa de PID

$$\text{Si: } M(s) = \frac{1}{\lambda s + 1} \quad G(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$$

$$\begin{aligned} R(s) &= \frac{M(s)}{G(s)(1-M(s))} = \frac{\frac{1}{\lambda s + 1}}{\frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \left(1 - \frac{1}{\lambda s + 1}\right)} = \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{K(\lambda s + 1 - 1)} = \\ &= \frac{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{K\lambda s} = \frac{(\tau_1 + \tau_2)}{K\lambda} \frac{(\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2)s + 1)}{(\tau_1 + \tau_2)s} \end{aligned}$$

$$\text{PID ideal} = \frac{K_p (T_i T_d s^2 + T_i s + 1)}{T_i s}$$

Regulador PID con

$$K_p = (\tau_1 + \tau_2)/K\lambda$$

$$T_i = \tau_1 + \tau_2$$

$$T_d = \tau_1 \tau_2 / (\tau_1 + \tau_2)$$

Síntesis directa de PID

$$\text{Si: } M(s) = \frac{1}{\lambda s + 1} \quad G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2}$$

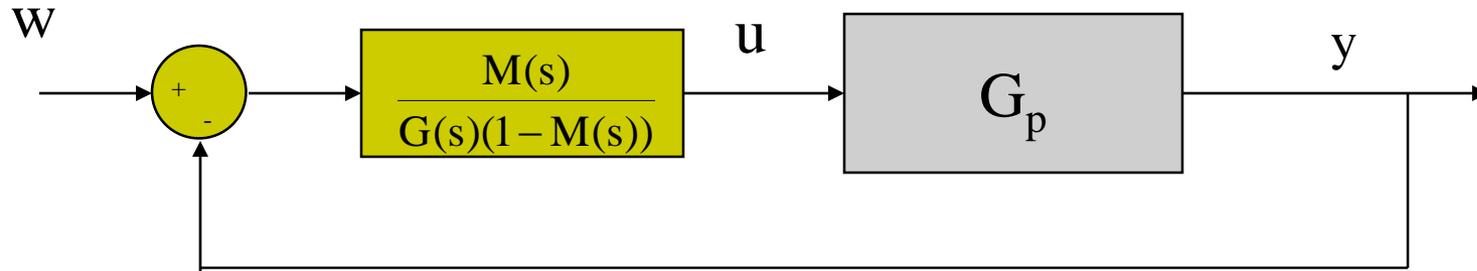
$$\begin{aligned} R(s) &= \frac{M(s)}{G(s)(1 - M(s))} = \frac{\frac{1}{\lambda s + 1}}{\frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2} \left(1 - \frac{1}{\lambda s + 1}\right)} = \frac{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2}{K\omega_n^2 (\lambda s + 1 - 1)} = \\ &= \frac{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2}{K\omega_n^2 \lambda s} = \frac{s^2 / \omega_n^2 + (2\delta / \omega_n) s + 1}{K\lambda s} = \\ &= \frac{2\delta}{\omega_n K\lambda} \frac{(2\delta / \omega_n)(1 / 2\delta\omega_n) s^2 + (2\delta / \omega_n) s + 1}{(2\delta / \omega_n) s} \end{aligned}$$

Regulador PID con

$$\text{PID ideal} = \frac{K_p (T_i T_d s^2 + T_i s + 1)}{T_i s}$$

$$K_p = \frac{2\delta}{\omega_n K\lambda} \quad T_i = \frac{2\delta}{\omega_n} \quad T_d = \frac{1}{2\delta\omega_n}$$

Cancelación



$$\text{CLTF} = \frac{G_p \frac{M}{G(1-M)}}{1 + G_p \frac{M}{G(1-M)}} = \frac{G_p M}{G(1-M) + G_p M} = \frac{G_p M}{G + (G_p - G)M}$$

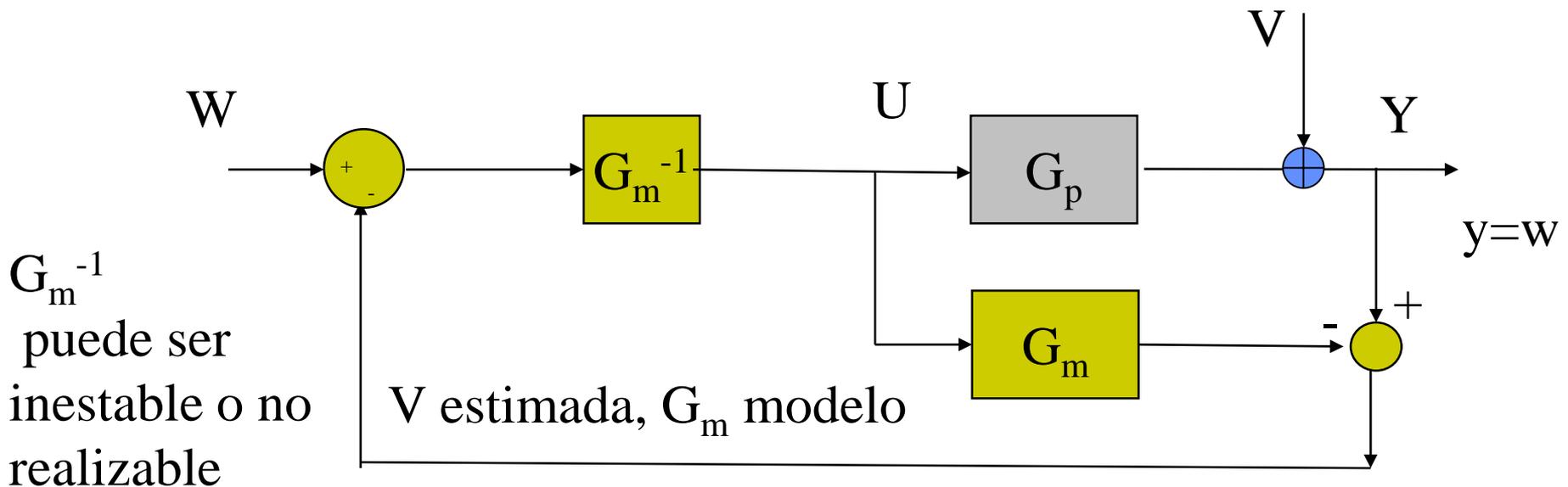
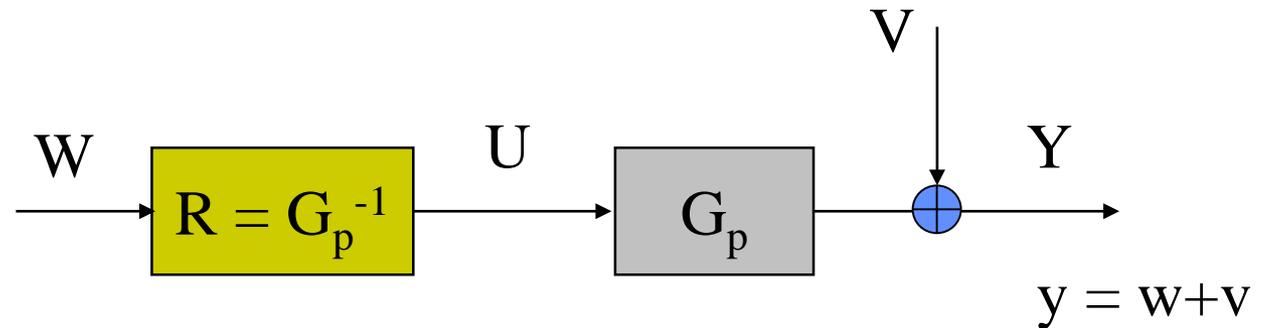
¡ Si no hay cancelación por inexactitud del modelo, los polos inestables en lazo abierto se conservan en lazo cerrado !

$$R(s) = \frac{M(s)}{G(s)(1-M(s))}$$

Sistemas de fase no mínima dan reguladores inestables!

Internal Model Control (IMC)

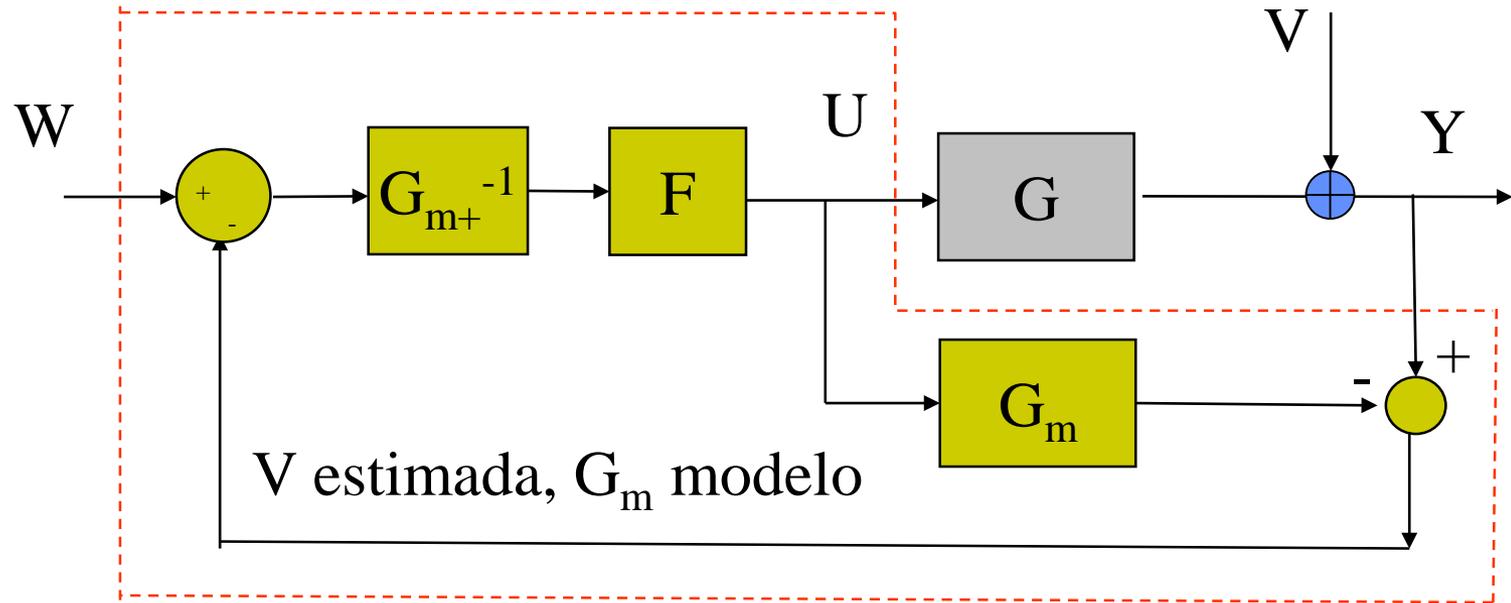
Control ideal:
Se necesita
realimentación
para rechazar
perturbaciones



G_m^{-1}
puede ser
inestable o no
realizable

IMC

R, regulador IMC



$$G_m = G_{m-} G_{m+}$$

G_{m-} contiene las partes no invertibles del modelo (retardos, fase no-mínima,...)

F filtro para asegurar realizabilidad

$$R = \frac{G_{m+}^{-1} F}{1 - G_{m+}^{-1} F G_m}$$

$$Y = \frac{G_{m+}^{-1} F G}{1 + G_{m+}^{-1} F (G - G_m)} W - \frac{1 - G_{m+}^{-1} F G_m}{1 + G_{m+}^{-1} F (G - G_m)} V$$

Rivera-Morari IMC (λ Tuning)

$$\text{Si } G(s) = G_m(s) = \frac{K_p e^{-ds}}{\tau s + 1} \Rightarrow \begin{cases} G_{m+} = \frac{K_p}{\tau s + 1} \\ G_{m-} = e^{-ds} \end{cases} \quad F(s) = \frac{1}{\lambda s + 1}$$

$$R = \frac{G_{m+}^{-1} F}{1 - G_{m+}^{-1} F G_m} = \frac{(\tau s + 1)}{K_p (\lambda s + 1) \left(1 - \frac{e^{-ds}}{(\lambda s + 1)}\right)} = \frac{(\tau s + 1)}{K_p (\lambda s + 1 - e^{-ds})}$$

$$Y = \frac{G_{m+}^{-1} F G}{1 + G_{m+}^{-1} F (G - G_m)} W - \frac{1 - G_{m+}^{-1} F G_m}{1 + G_{m+}^{-1} F (G - G_m)} V = \frac{e^{-ds}}{(\lambda s + 1)} W - \frac{(\lambda s + 1) - e^{-ds}}{(\lambda s + 1)} V$$

La dinámica en lazo cerrado viene dada por λ

Rivera-Morari IMC (λ Tuning)

$$R = \frac{(\tau s + 1)}{K_p (\lambda s + 1 - e^{-ds})}$$

Usando la
aproximación
de Padé:

$$e^{-ds} \approx \frac{1 - 0.5ds}{1 + 0.5ds}$$

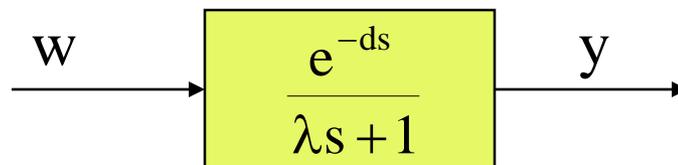
$$R \approx \frac{(\tau s + 1)}{K_p (\lambda s + 1 - \frac{1 - 0.5ds}{1 + 0.5ds})} = \frac{(\tau s + 1)(1 + 0.5ds)}{K_p (\lambda + d + 0.5d\lambda s)s}$$

$$\text{PID con filtro} = \frac{K_p (T_i T_d s^2 + T_i s + 1)}{T_i s (\alpha T_d s + 1)}$$

Identificando
coeficientes de igual
grado puede sacarse
una tabla de sintonía
 λ tuning

Rivera-Morari IMC (λ Tuning)

Tipo	K_p	T_i	T_d	λ recomendado $\lambda > 0.2\tau$ siempre
PI	$\frac{\tau}{K(\lambda + d)}$	τ		$\frac{\lambda}{d} > 1.7$
PI procesos con integrador	$\frac{2\lambda + d}{k(\lambda + d)^2}$	$2\lambda + d$		$\lambda > (3d, \dots, 15d)$
Paralelo PID con filtro	$\frac{2\tau + d}{2K(\lambda + d)}$	$\tau + \frac{d}{2}$	$\frac{\tau d}{2\tau + d}$	$\alpha = \frac{\lambda(2\tau + d)}{2\tau(\lambda + d)}$



λ constante de tiempo deseada en lazo cerrado

Práctica: $\lambda \geq \max(0.1\tau, 0.8d)$ conservadora: $\geq \max(0.5\tau, 4d)$

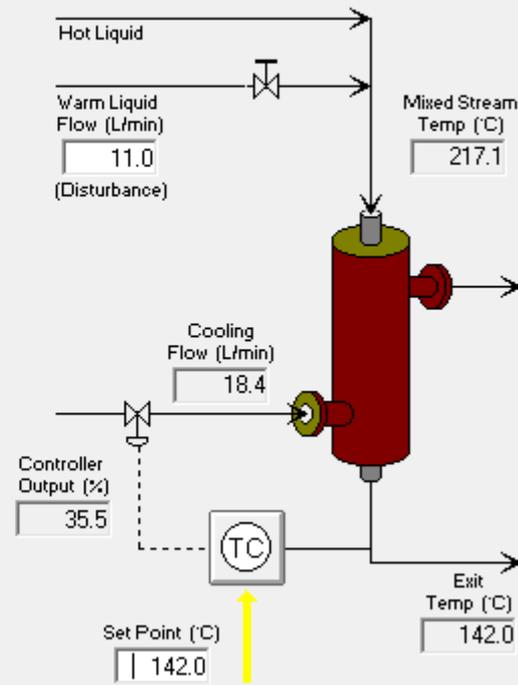
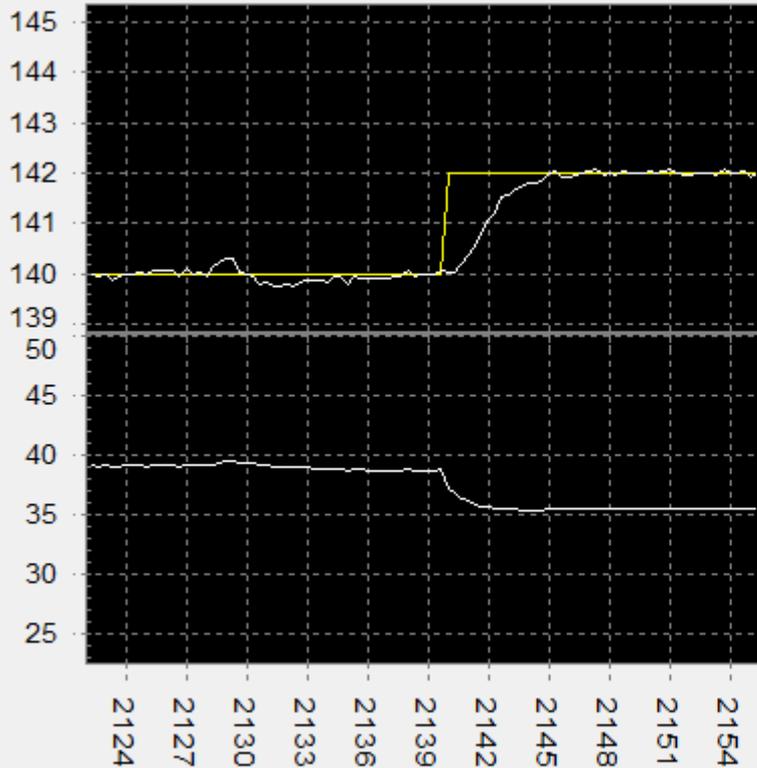
IMC λ Tuning

$$G(s) = \frac{-0.485e^{-0.88s}}{0.91s + 1}$$

$$K_p = \frac{\tau}{K(\lambda + d)}$$

$$T_i = \tau$$

$$\lambda / d = 2.27$$



$$K_p = -0.651$$

$$T_i = 0.91$$

Lambda tuning $\lambda = 2$

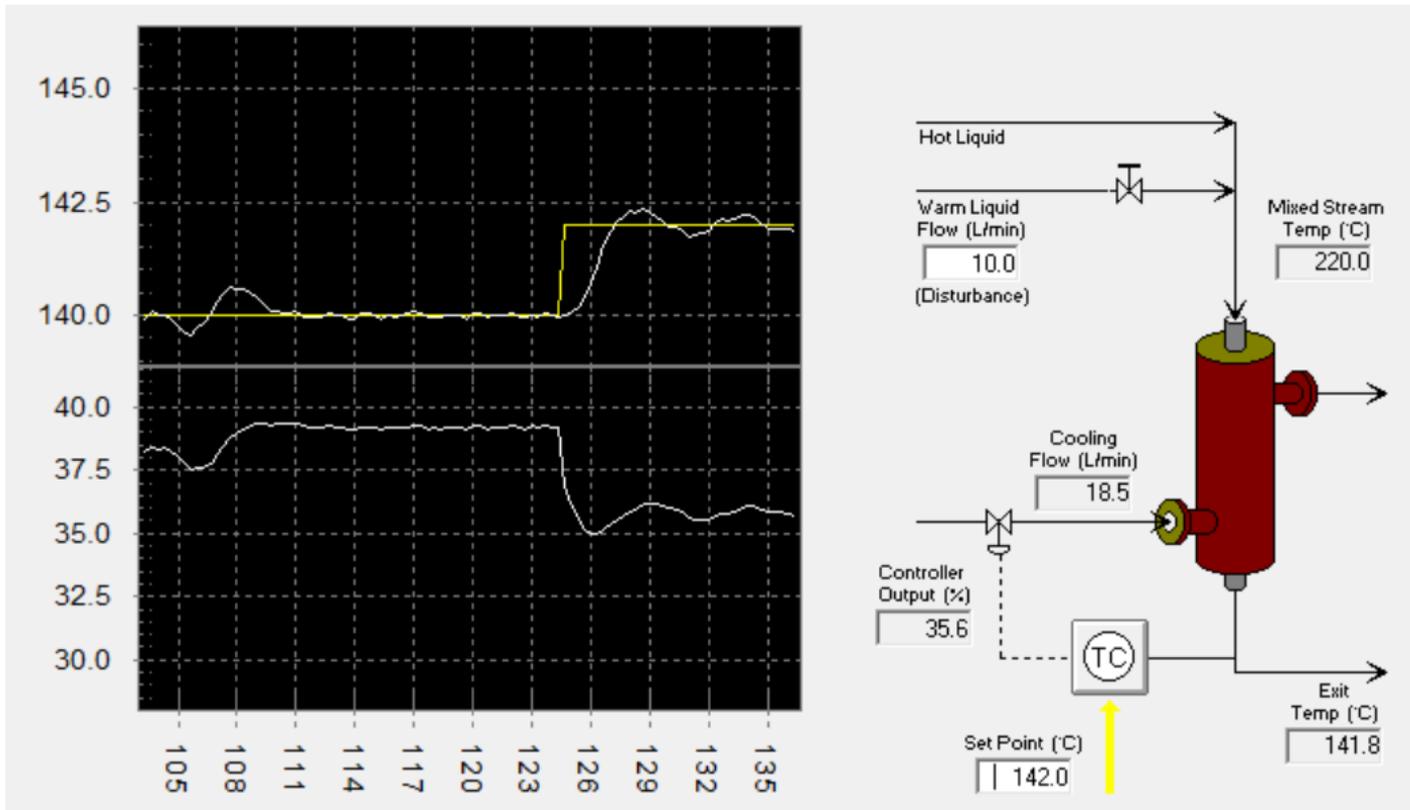
IMC λ Tuning

$$G(s) = \frac{-0.485e^{-0.88s}}{0.91s + 1}$$

$$K_p = \frac{\tau}{K(\lambda + d)}$$

$$T_i = \tau$$

$\lambda / d = 1.13$ no cumple la recomendación



$$K_p = -0.99$$

$$T_i = 0.91$$

Sintonía mas agresiva, Lambda tuning $\lambda = 1$

S –IMC Skogestad 2003

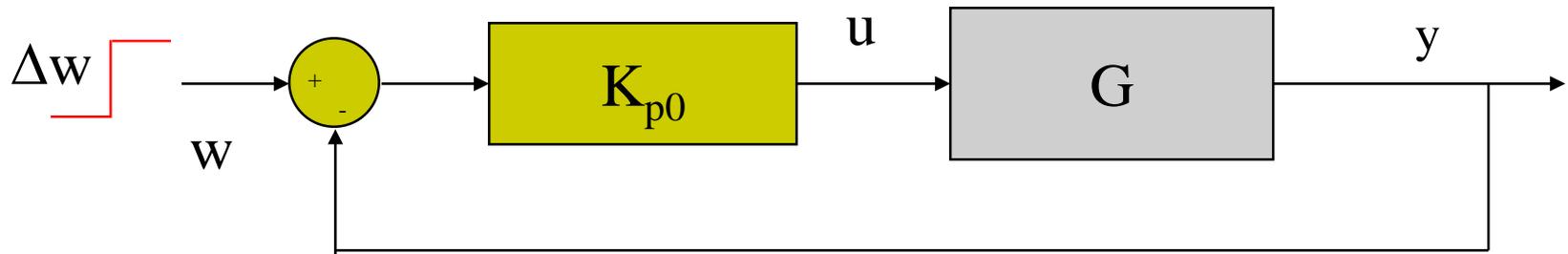
Tipo controlador	Kp	Ti
PI	$\frac{\tau}{K(\lambda + d)}$	$\min(\tau, 4(\lambda + d))$

Elección por defecto: $\lambda = d$

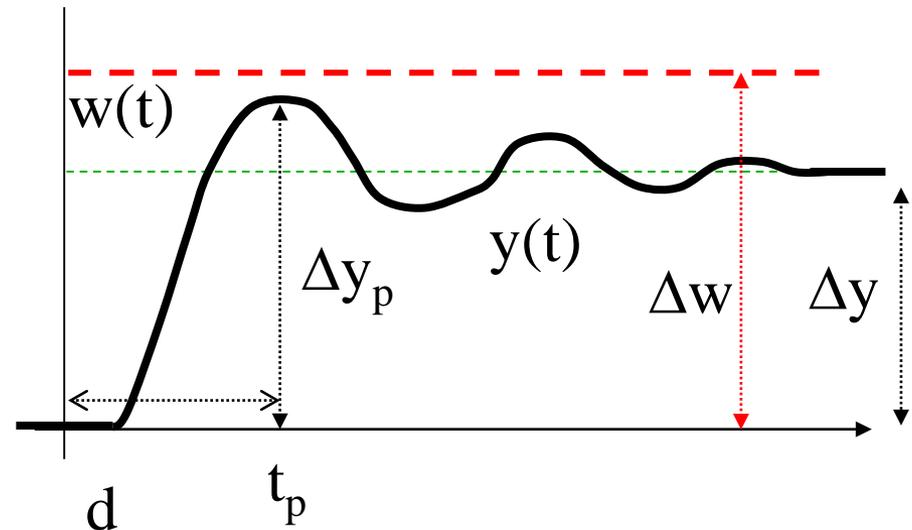
Disminuyendo λ se obtiene un control mas agresivo

Variando λ se obtiene un buen compromiso velocidad de respuesta / robustez

S-IMC lazo cerrado



Experimento en lazo cerrado con control proporcional (K_{p0}) y un salto en la referencia Δw , registrando el cambio en estado estacionario Δy , tiempo de pico t_p y sobrepico Δy_p

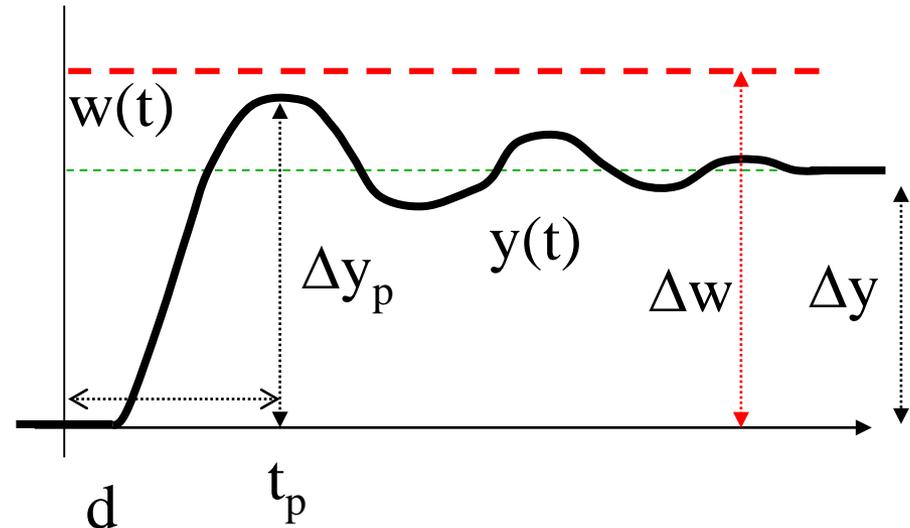


S-IMC lazo cerrado

$$b = \frac{\Delta y}{\Delta w}$$

$$O_s = \frac{\Delta y_p - \Delta y}{\Delta y}$$

$$A = 1.152O_s^2 - 1.607O_s + 1$$



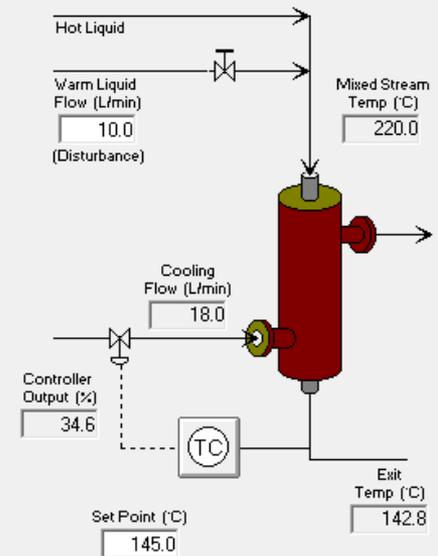
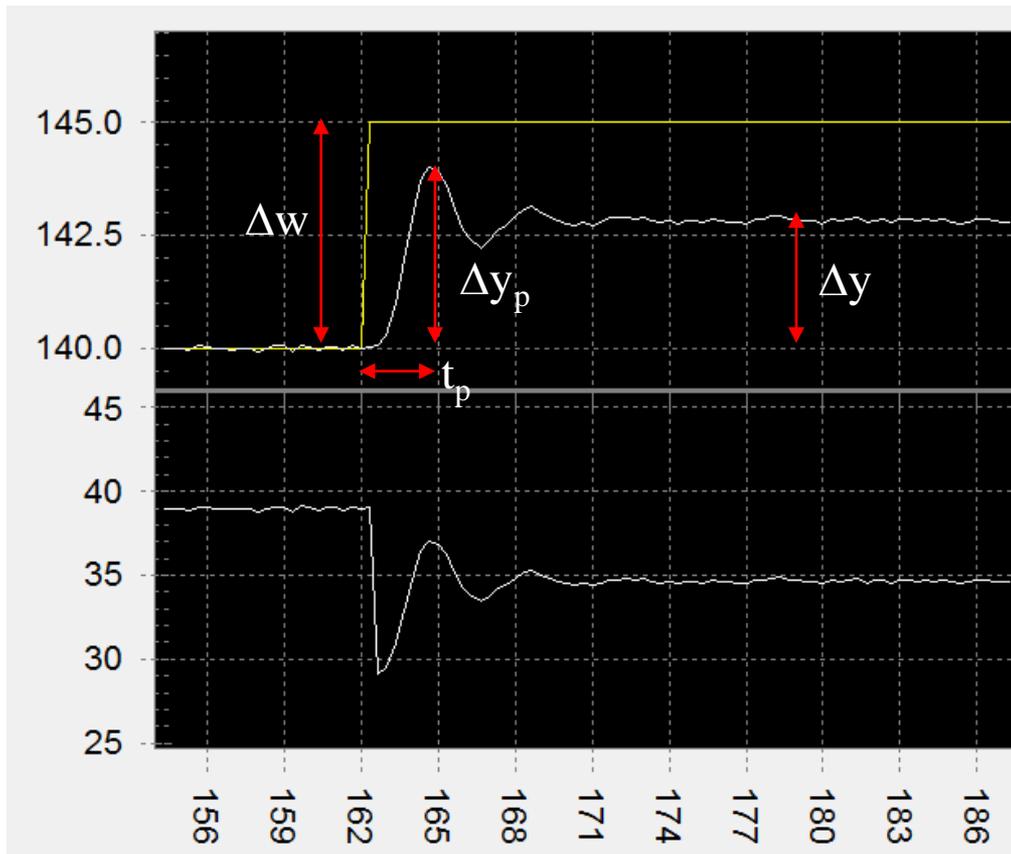
F es un parametro de sintonía. Incrementando $F=1$ da sintonias mas lentas y robustas y decreciendo F acelera la respuesta

$$K_p = \frac{K_{p0}A}{F} \quad \text{PI tuning rules}$$

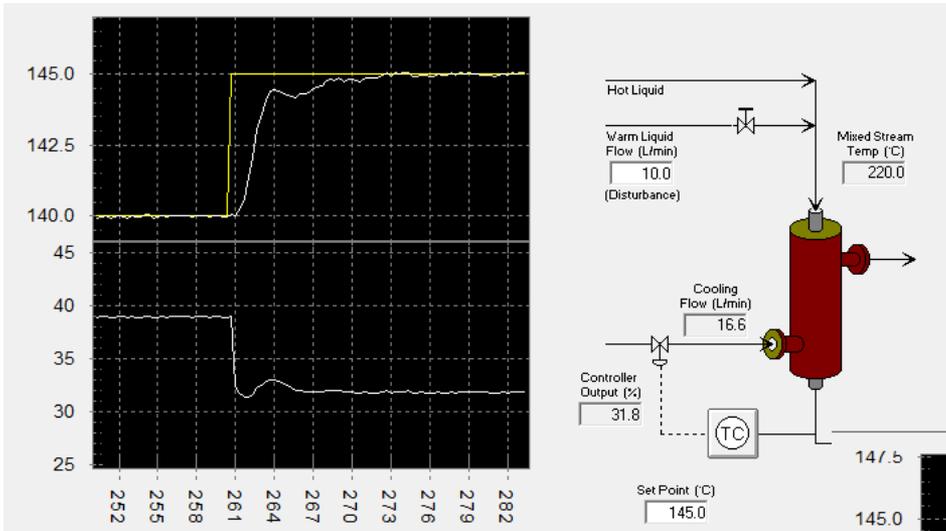
$$T_i = \min\left(0.86A \left| \frac{b}{1-b} \right| t_p, 2.44t_p F\right)$$

S-IMC lazo cerrado

$$\Delta w = 5^{\circ}\text{C} \quad \Delta y = 2.9^{\circ}\text{C}$$
$$\Delta y_p = 4^{\circ}\text{C} \quad t_p = 3 \text{ min.}$$



S-IMC lazo cerrado

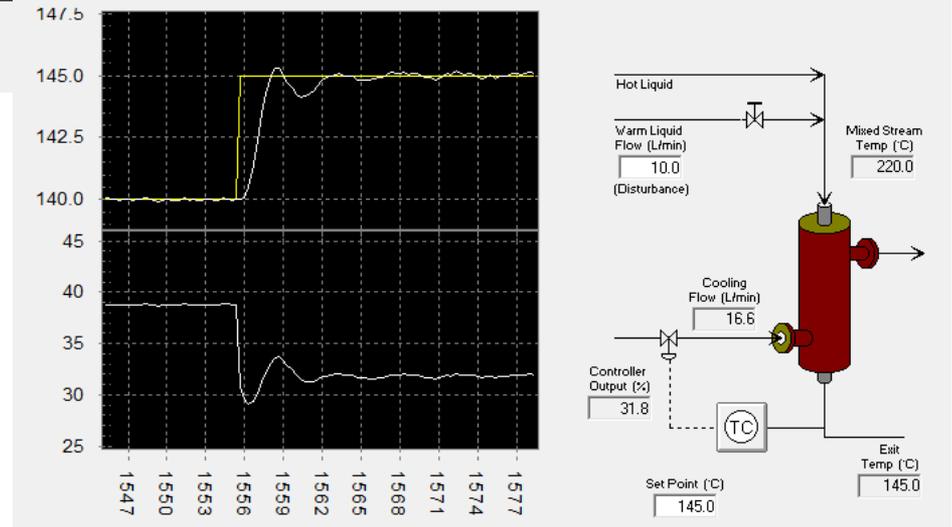


$$K_p = 1.112/F$$

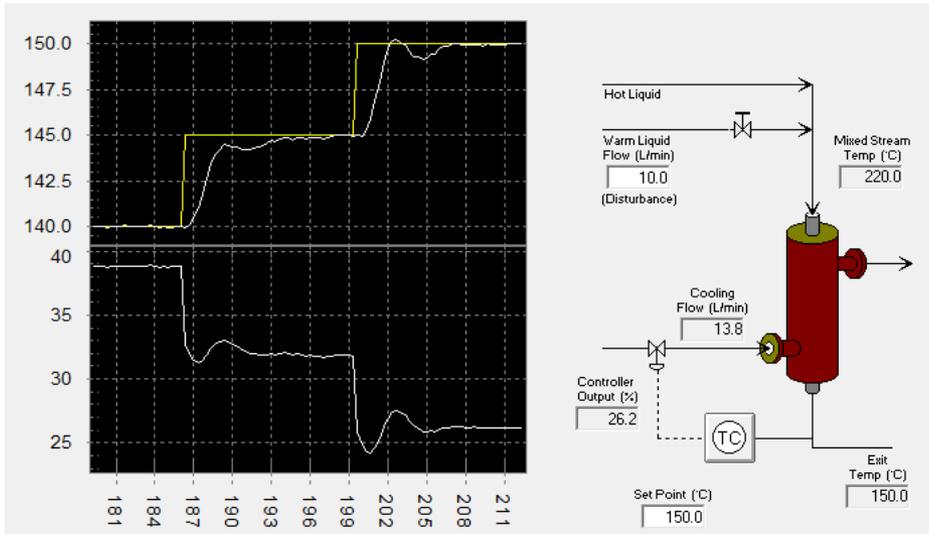
$$T_i = \min(1.98, 7.34 F)$$

$$F = 0.75$$

$$F = 1$$

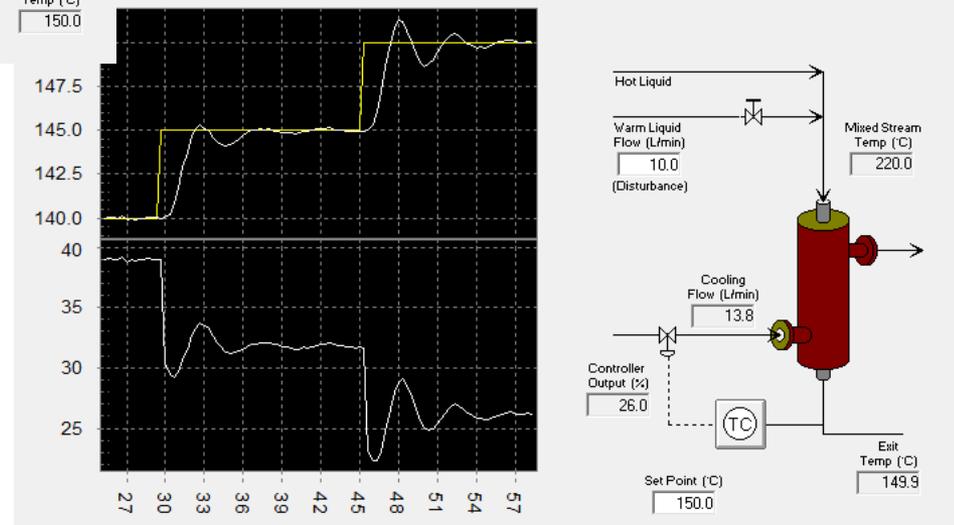


S-IMC Robustez



$F = 1$

$F = 0.75$



Margen de fase

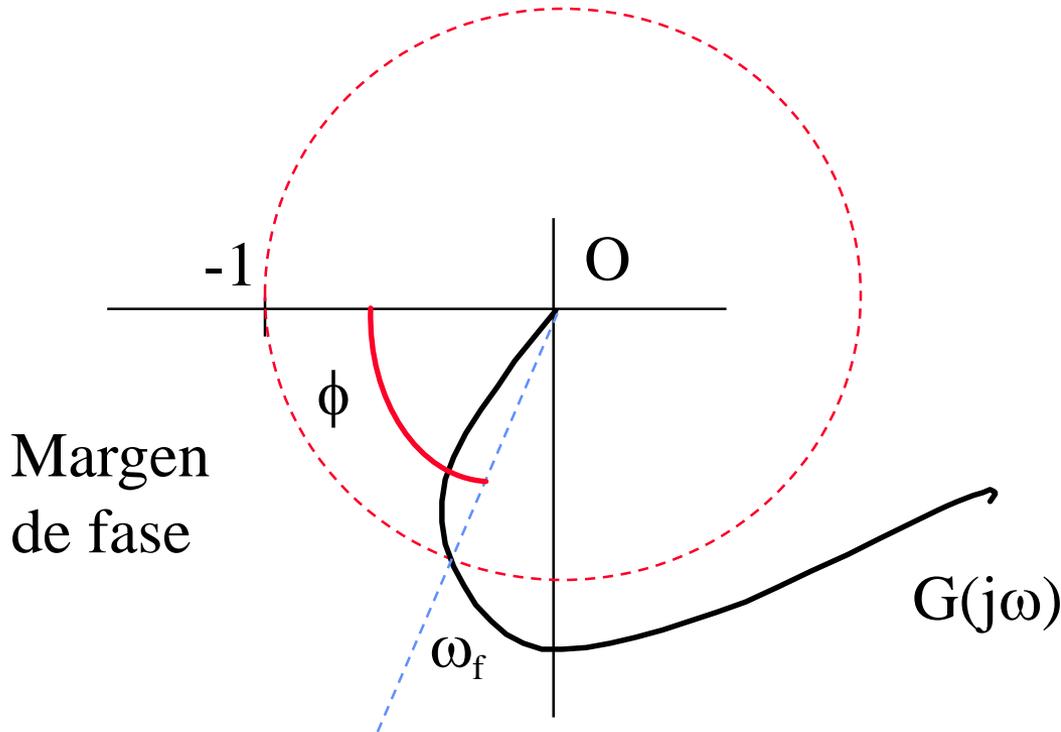


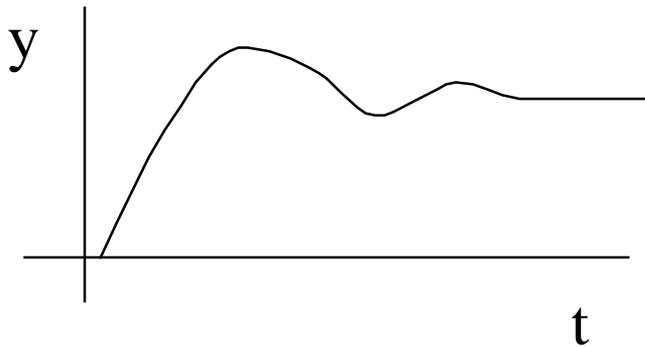
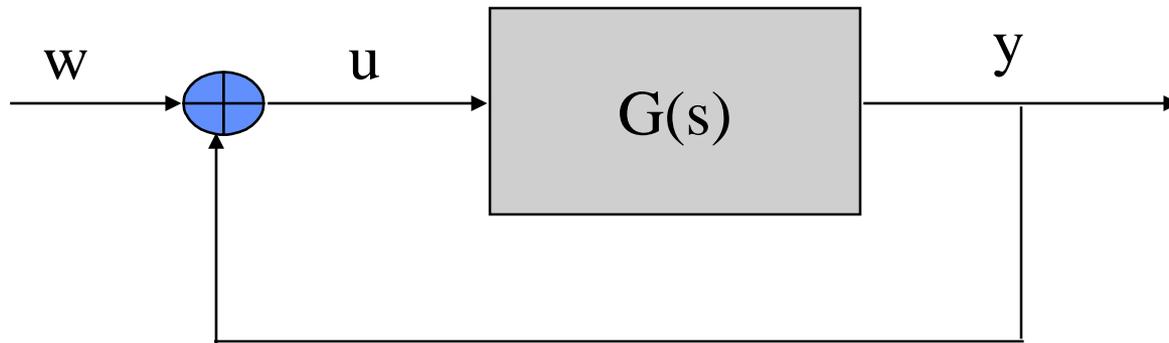
Diagrama de Nyquist

ω_f mayor frecuencia a la que
 ϕ angulo que verifica

$$|G(j\omega_f)| = 1$$

$$\arg(G(j\omega_f)) = -\pi + \phi$$

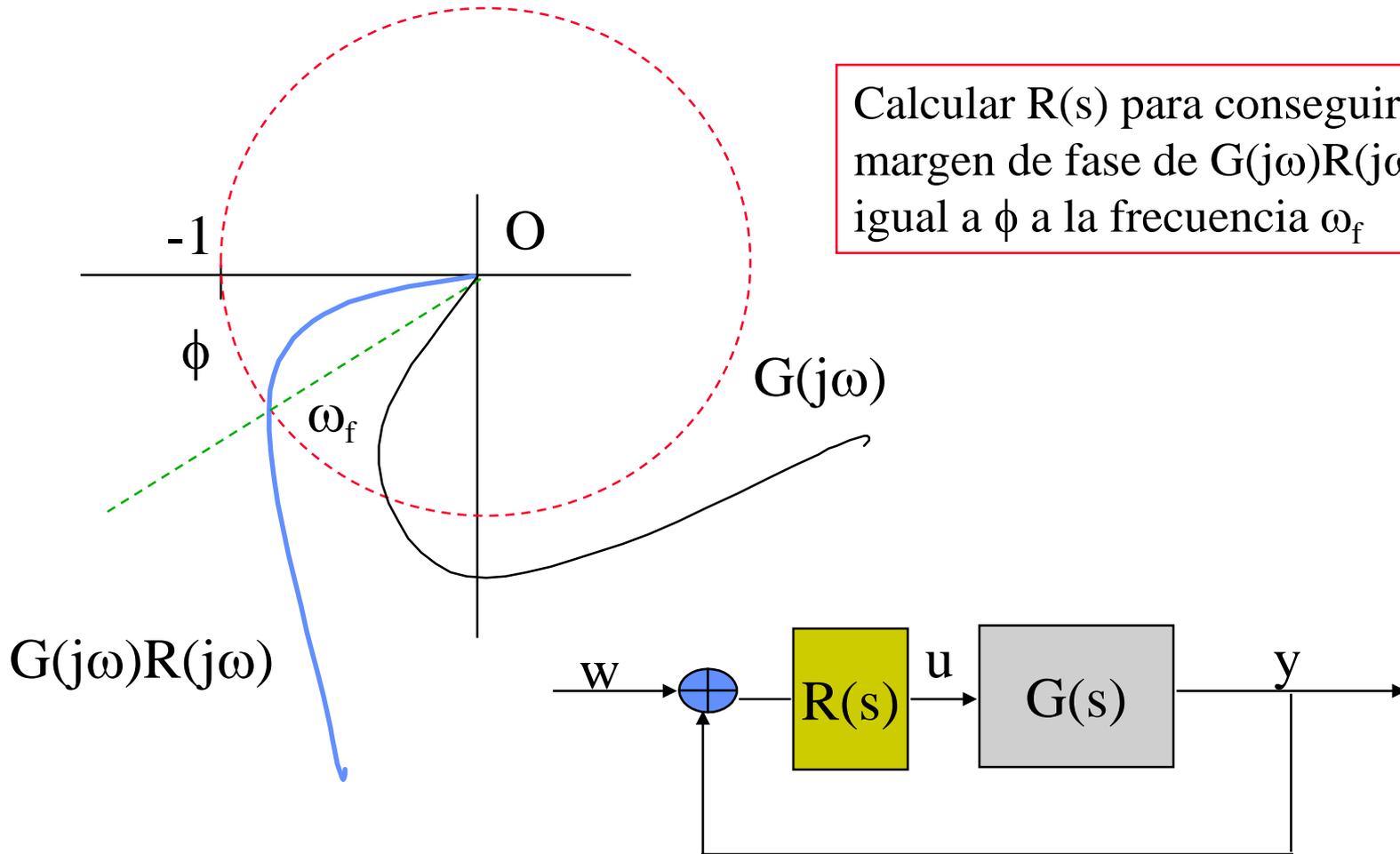
Margen de fase



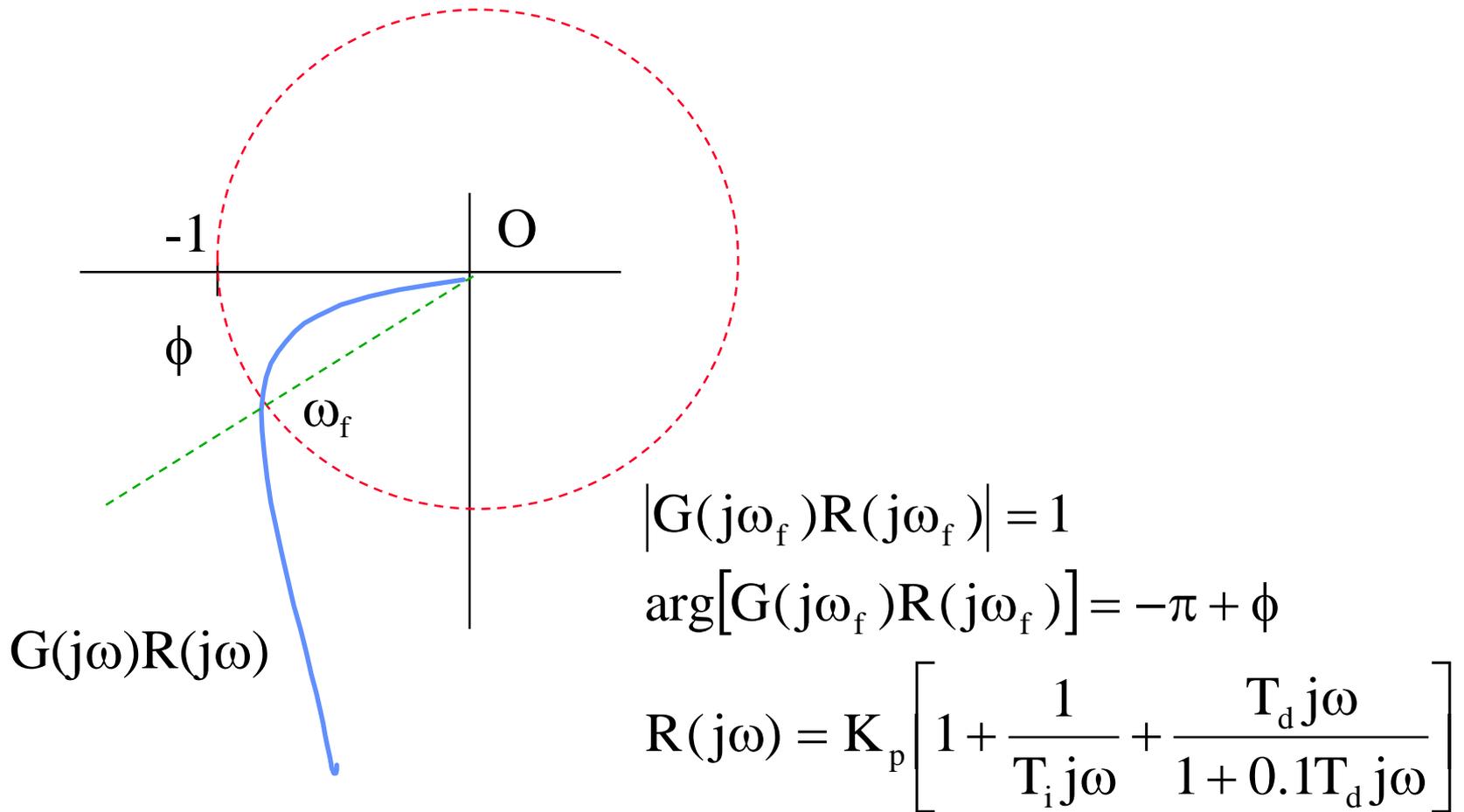
El margen de fase ϕ está relacionado con el sobrepico y la estabilidad
La frecuencia ω_f está relacionada con la velocidad de respuesta

Diseño con el Margen de fase

Calcular $R(s)$ para conseguir un margen de fase de $G(j\omega)R(j\omega)$ igual a ϕ a la frecuencia ω_f



Diseño de PID con especificación del margen de fase



Diseño de PID con especificación del MF

$$|G(j\omega_f)R(j\omega_f)| = 1$$

$$\arg[G(j\omega_f)R(j\omega_f)] = -\pi + \phi$$

$$K_p \left| 1 + \frac{1}{T_i j\omega_f} + \frac{T_d j\omega_f}{1 + 0.1T_d j\omega_f} \right| = \frac{1}{|G(j\omega_f)|}$$

$$R(j\omega) = K_p \left[1 + \frac{1}{T_i j\omega} + \frac{T_d j\omega}{1 + 0.1T_d j\omega} \right]$$

$$\arg \left[1 + \frac{1}{T_i j\omega_f} + \frac{T_d j\omega_f}{1 + 0.1T_d j\omega_f} \right] = -\pi + \phi - \arg[G(j\omega_f)]$$

$$T_d = \alpha T_i \quad \text{con } \alpha = 0 \dots 0.25$$

- Dos ecuaciones y tres incógnitas: K_p , T_i , T_d
- Especificar ω_f , ϕ
- Rango de valores para los que existe solución
- Basta conocer un punto del diagrama de Nyquist

Caso de reguladores PI

$$K_p \left| 1 + \frac{1}{T_i j\omega_f} \right| = \frac{1}{|G(j\omega_f)|}$$

$$\arg \left[1 + \frac{1}{T_i j\omega_f} \right] = -\pi + \phi - \arg[G(j\omega_f)]$$

$$\arg \left[1 + \frac{1}{T_i j\omega_f} \right] = \arg \left[1 - j \frac{1}{T_i \omega_f} \right] =$$

$$= -\arctg \frac{1}{T_i \omega_f} = -\theta$$

$$\left| 1 + \frac{1}{T_i j\omega_f} \right| = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{T_i \omega_f} \right)^2} =$$

$$= \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta} = \sec \theta$$

$$\theta = \pi - \phi + \arg[G(j\omega_f)]$$

$$T_i = \frac{1}{\omega_f \operatorname{tg} \theta}$$

$$K_p = \frac{\cos \theta}{|G(j\omega_f)|}$$

Caso de reguladores PD

$$K_p \left| 1 + \frac{T_d j\omega_f}{1 + 0.1T_d j\omega_f} \right| = \frac{1}{|G(j\omega_f)|}$$

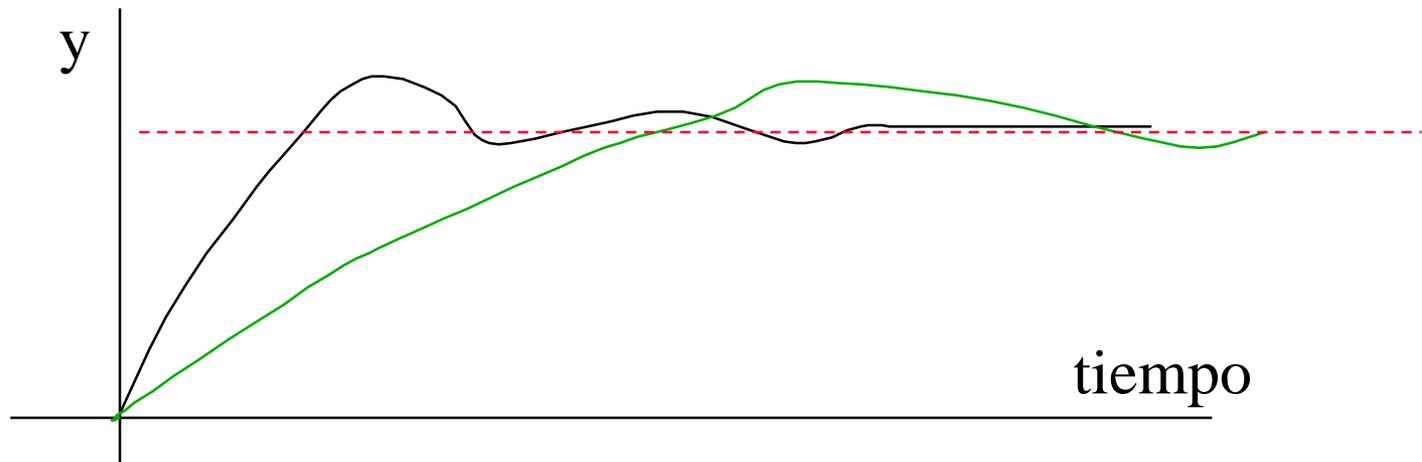
$$\arg \left[1 + \frac{T_d j\omega_f}{1 + 0.1T_d j\omega_f} \right] = -\pi + \phi - \arg[G(j\omega_f)]$$

$$K_p = \left[|G(j\omega_f)| \sqrt{1 + \left(\frac{T_d \omega_f}{1 + 0.1T_d \omega_f} \right)^2} \right]^{-1}$$

$$T_d = \frac{-1 + \sqrt{1 - 0.44 \operatorname{tg} \theta}}{0.22\omega_f \operatorname{tg} \theta}$$

$$\theta = \pi - \phi - \arg(G(j\omega_f))$$

Diseño con el MF



A mayor ϕ menor sobrepico

Valores mayores de ω_f dan respuestas mas rápidas
y controles mas activos

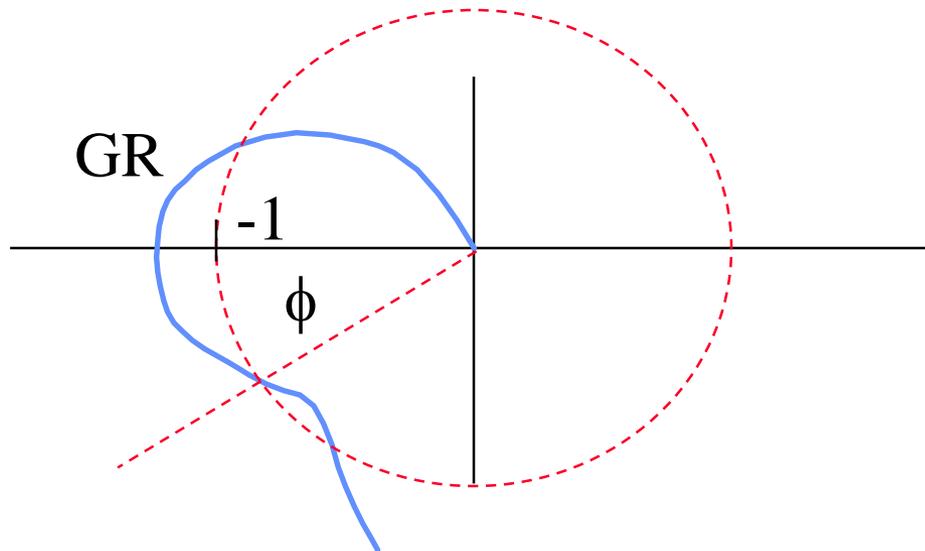
Diseño con el MF

El cumplimiento de las ecuaciones

$$|G(j\omega_f)R(j\omega_f)| = 1$$

$$\arg[G(j\omega_f)R(j\omega_f)] = -\pi + \phi$$

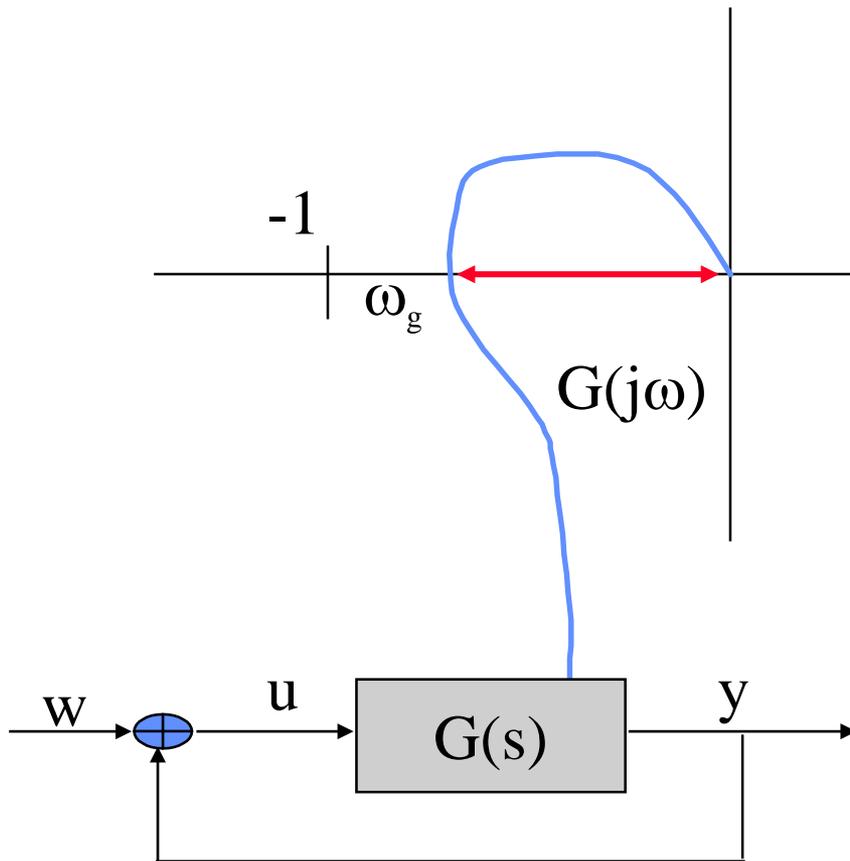
No garantiza la estabilidad en lazo cerrado



Margen de ganancia

$$MG = \frac{1}{|G(j\omega_g)|}$$

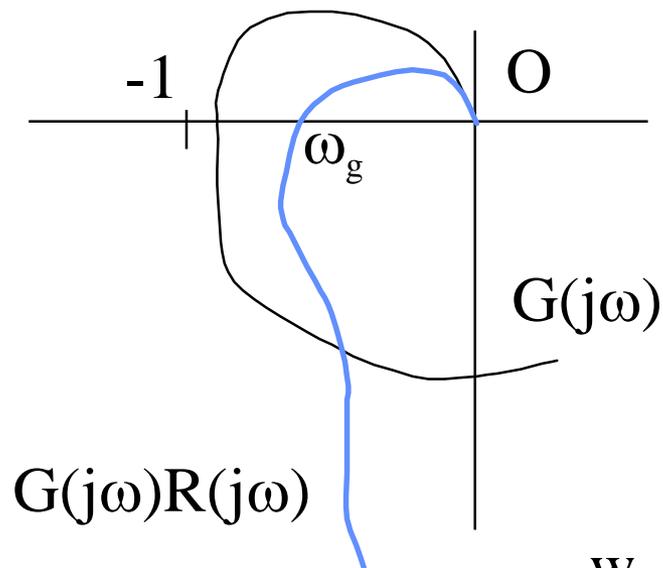
$$\arg(G(j\omega_g)) = -\pi$$



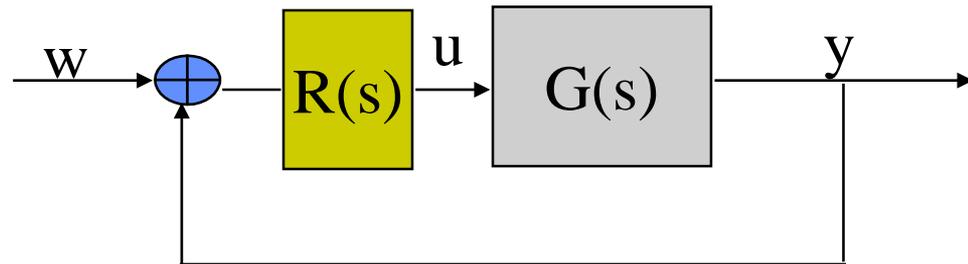
MG = factor en el que se puede incrementar la ganancia antes de que el sistema en lazo cerrado se haga inestable

Medida de robustez

Diseño con el MG



Calcular $R(s)$ para conseguir un margen de ganancia de $G(j\omega)R(j\omega)$ igual a M_γ a la frecuencia ω_g



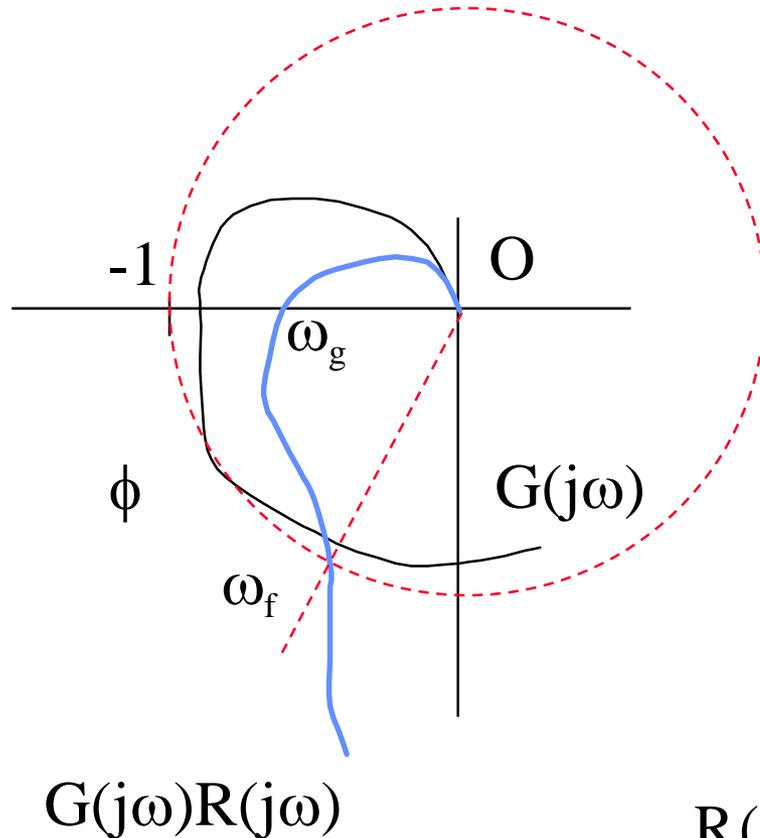
Diseño con el MG

$$\left|G(j\omega_g)R(j\omega_g)\right| = \frac{1}{M_g}$$
$$\arg[G(j\omega_g)R(j\omega_g)] = -\pi$$

$$R(j\omega) = K_p \left[1 + \frac{1}{T_i j\omega} + \frac{T_d j\omega}{1 + 0.1T_d j\omega} \right]$$

Problemas similares al diseño con el MF

Diseño con MF y MG



$$|G(j\omega_g)R(j\omega_g)| = \frac{1}{M_g}$$

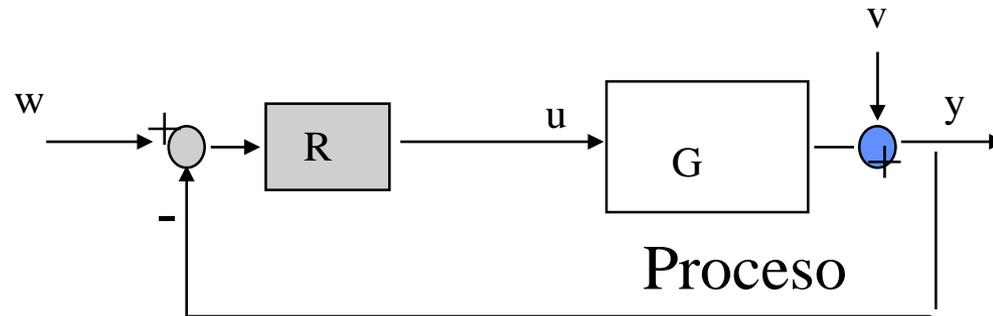
$$\arg[G(j\omega_g)R(j\omega_g)] = -\pi$$

$$|G(j\omega_f)R(j\omega_f)| = 1$$

$$\arg[G(j\omega_f)R(j\omega_f)] = -\pi + \phi$$

$$R(j\omega) = K_p \left[1 + \frac{1}{T_i j\omega} + \frac{T_d j\omega}{1 + 0.1T_d j\omega} \right]$$

Funciones de transferencia



$$y = \frac{GR}{1 + GR} w + \frac{1}{1 + GR} v$$

$$u = \frac{R}{1 + GR} w - \frac{R}{1 + GR} v$$

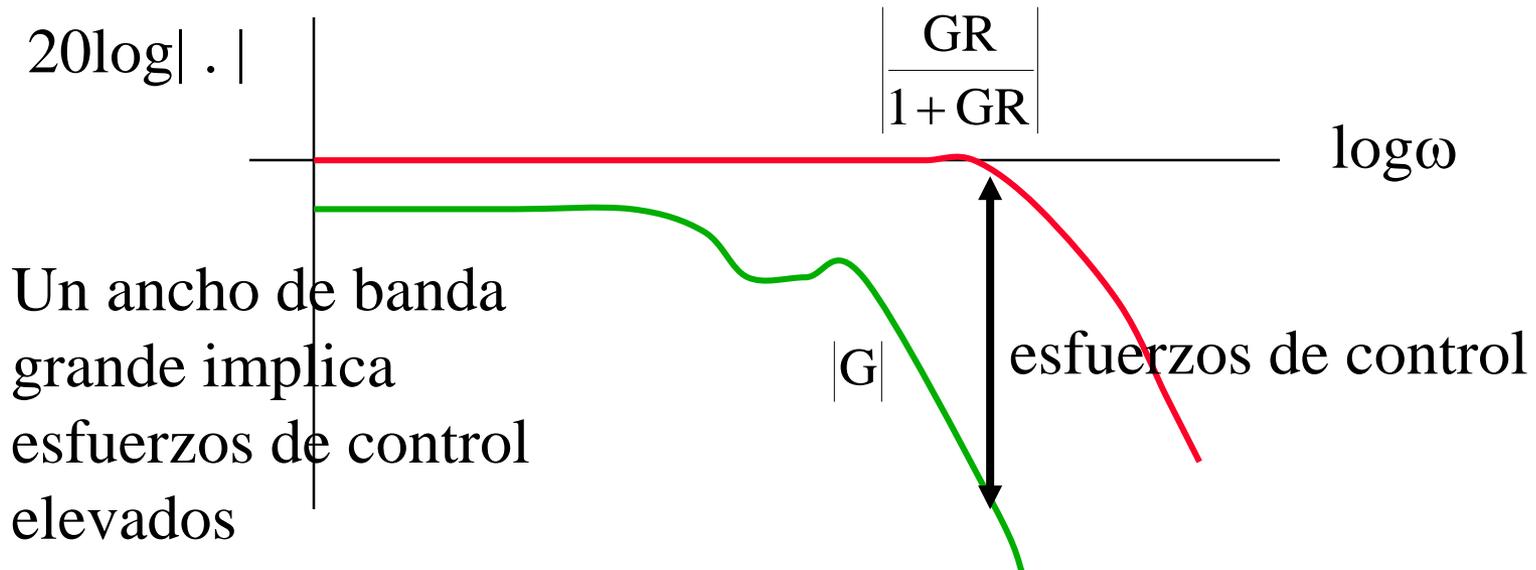
S_{wu}

S_{vu}

Esfuerzos de control

$$S_{yw} = \frac{GR}{1+GR} = G \frac{R}{1+GR} = G S_{uw}$$

$$20\log\left|\frac{GR(j\omega)}{1+GR(j\omega)}\right| - 20\log|G(j\omega)| = 20\log\left|\frac{R(j\omega)}{1+GR(j\omega)}\right|$$



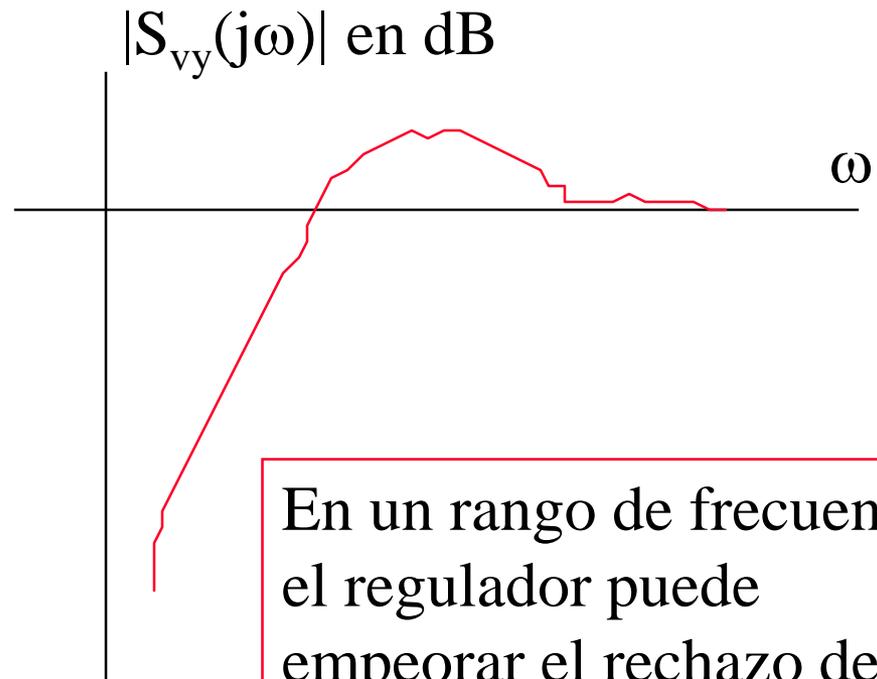
Rechazo de perturbaciones

$$S_{vy} = \frac{1}{1 + GR} = \frac{1}{1 + G(j\omega)R(j\omega)}$$

si R tiene accion integral

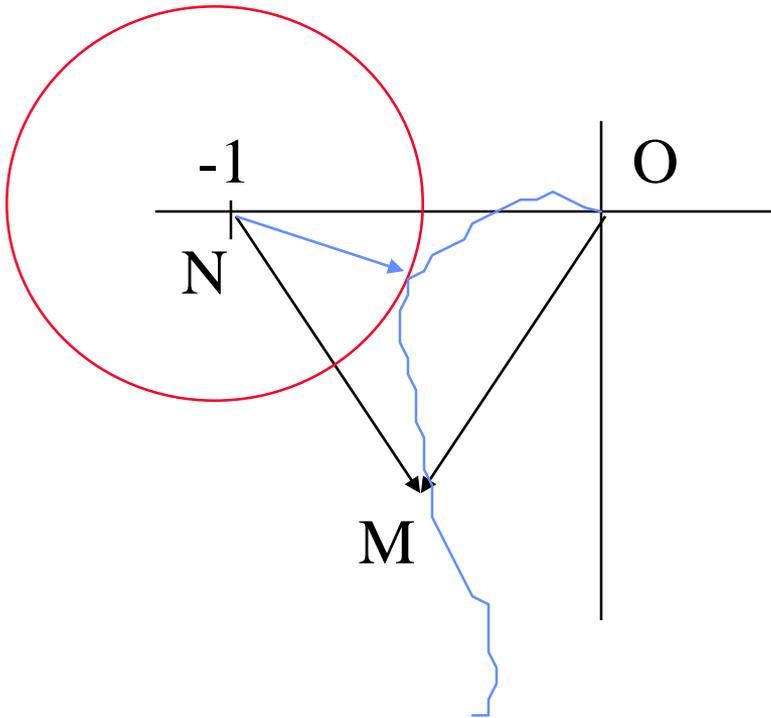
$$\text{si } \omega \rightarrow 0 \quad S_{vy} \rightarrow 0$$

$$\text{si } \omega \rightarrow \infty \quad S_{vy} \rightarrow 1$$



En un rango de frecuencias, el regulador puede empeorar el rechazo de perturbaciones. Importante minimizar el maximo $|S_{vy}(j\omega)|$

Margen de Módulo



$$\overline{-1 + NM} = \overline{OM} = G(j\omega)R(j\omega)$$

$$|\overline{NM}| = |1 + GR| = |S_{vy}^{-1}|$$

Margen de módulo = $\min |NM|$

$$\min |NM| = (\max |S_{vy}(j\omega)|)^{-1}$$

$$= \|S_{vy}(j\omega)\|_{\infty}^{-1}$$

Diagrama de Nyquist

Un margen de módulo mayor mejora el rechazo de perturbaciones

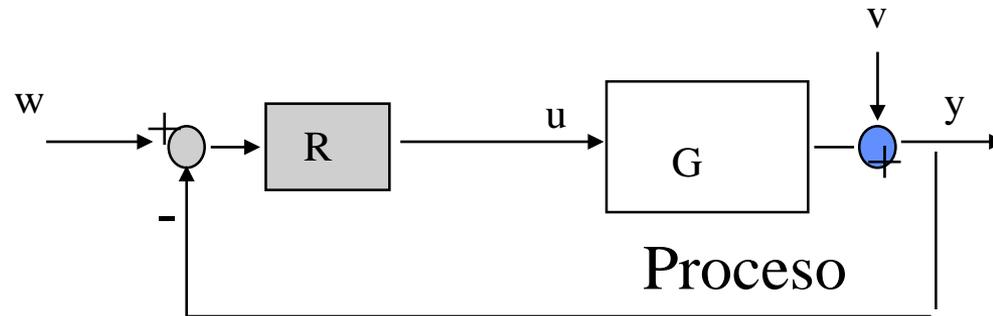
Diseño con el margen de módulo

$$\max_{K_p, T_i, T_d} \min_{\omega} |1 + G(j\omega)R(j\omega)|$$

$$R(j\omega) = K_p \left[1 + \frac{1}{T_i j\omega} + \frac{T_d j\omega}{1 + 0.1T_d j\omega} \right]$$

Optimización min max orientada al rechazo de perturbaciones

Robustez del diseño

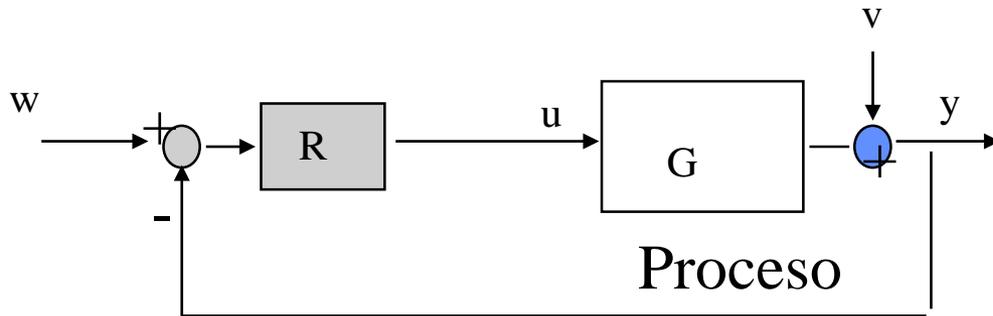


$$y = \frac{GR}{1 + GR} w + \frac{1}{1 + GR} v$$

¿ Como varía la respuesta en lazo cerrado cuando varían los parámetros del proceso?

$$\text{Sensibilidad } \frac{\frac{\partial T}{T}}{\frac{\partial G}{G}} = \frac{G}{T} \frac{\partial T}{\partial G} \quad T = \frac{GR}{1 + GR}$$

Robustez del diseño



$$y = \frac{GR}{1+GR} w + \frac{1}{1+GR} v$$

$$= Tw + Sv$$

$$\frac{G}{T} \frac{\partial}{\partial G} \left[\frac{GR}{1+GR} \right] = \frac{G(1+GR)(1+GR)R - GR^2}{GR(1+GR)^2} = \frac{1+GR}{R} \frac{R}{(1+GR)^2} = \frac{1}{(1+GR)} = S_{vy}$$

$$\frac{G}{S} \frac{\partial}{\partial G} \left[\frac{1}{1+GR} \right] = \frac{G(1+GR)(-R)}{1(1+GR)^2} = \frac{-GR}{(1+GR)} = -T$$

Función de sensibilidad S_{vy} = sensibilidad frente a errores en G

Importante minimizar los errores en la zona de frecuencias donde mayor es la sensibilidad frente a w o v

Métodos de sintonía automática

Casi todos los reguladores comerciales incorporan algún método de sintonía automática (autotuning)

En pocos casos hay funciones verdaderamente adaptativas

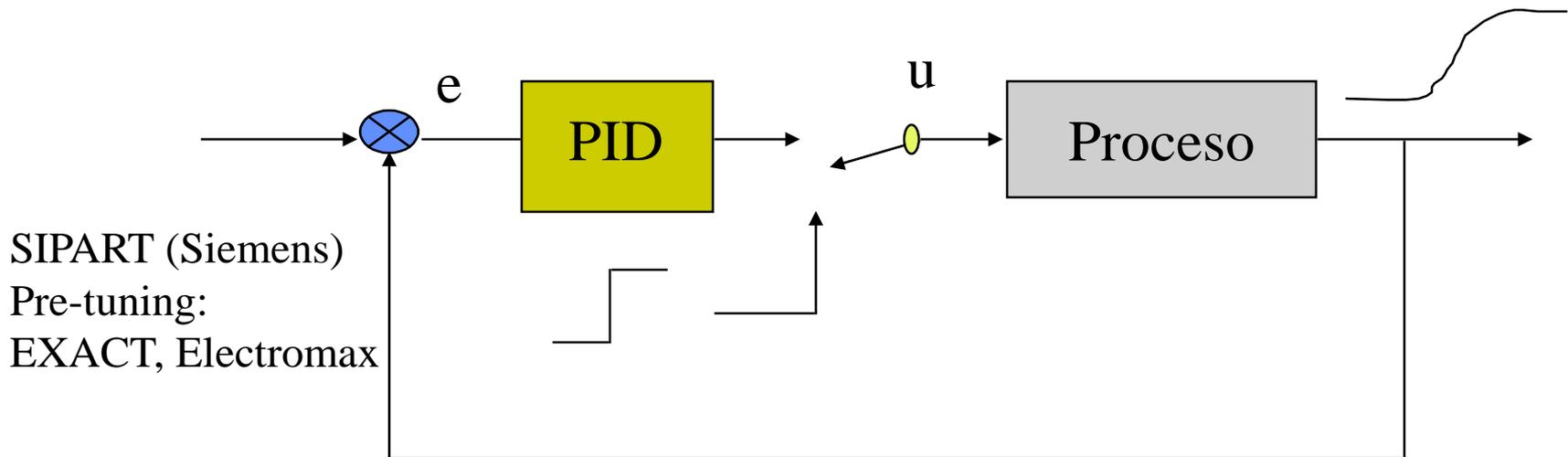
- Respuesta salto
- Método del relé
- Identificación de la respuesta en lazo cerrado (Exact)
- Control Adaptativo

Autotuners comerciales

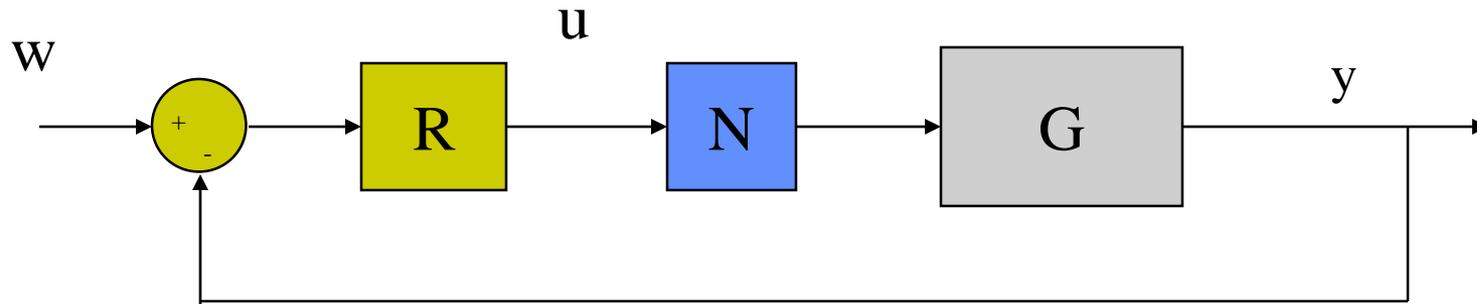
- Honeywell UDC3000 Accutune III
- Delta V Adapt controller
- Foxboro Exact controller
- Yokogawa SLPC
- Spirax Sarco Sx75

Respuesta salto

Si se activa la función de autosintonía, el regulador cambia a manual y da un salto a la variable manipulada. De la respuesta del proceso, identifica un modelo de primer orden con retardo a partir del cual calcula mediante tablas la nueva sintonía del regulador



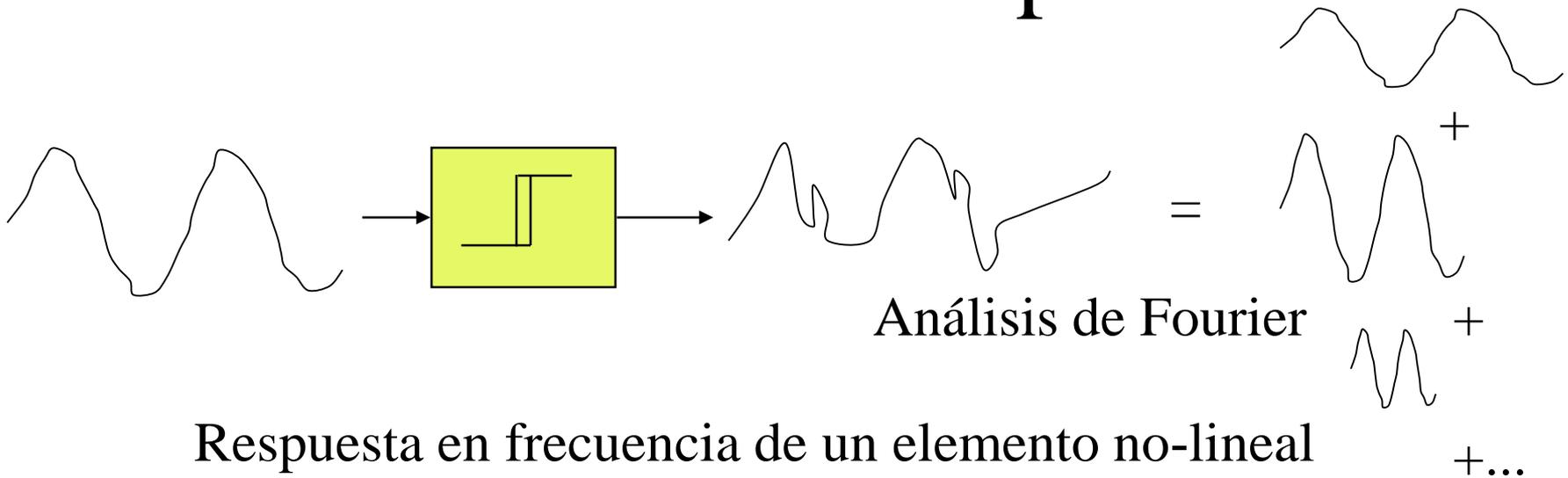
Análisis de sistemas con elementos no lineales



N : función descriptiva: aproximación lineal de la no-linealidad: relé, saturación, histéresis, etc

ecuación característica: $1+GRN = 0$

Función descriptiva

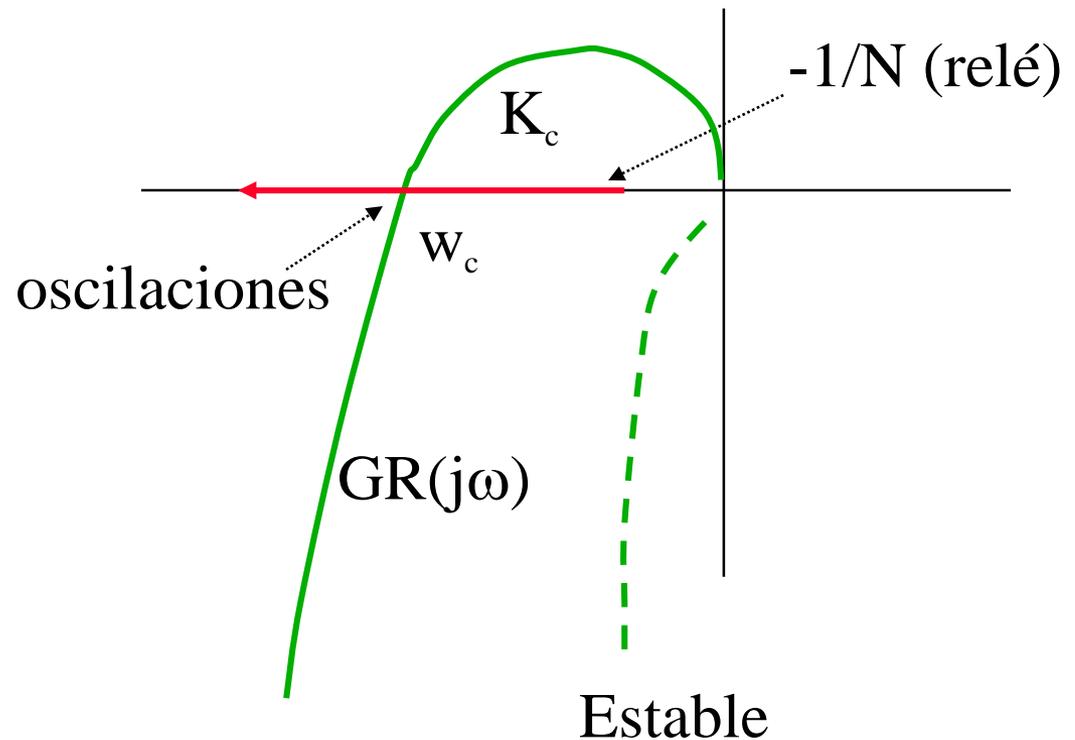


- 1 excitar el sistema con una senoide de frecuencia ω
- 2 Calcular el primer armónico de la señal de salida
- 3 Calcular la ganancia y desfase en relación al primer armónico

Análisis de sistemas con elementos no lineales

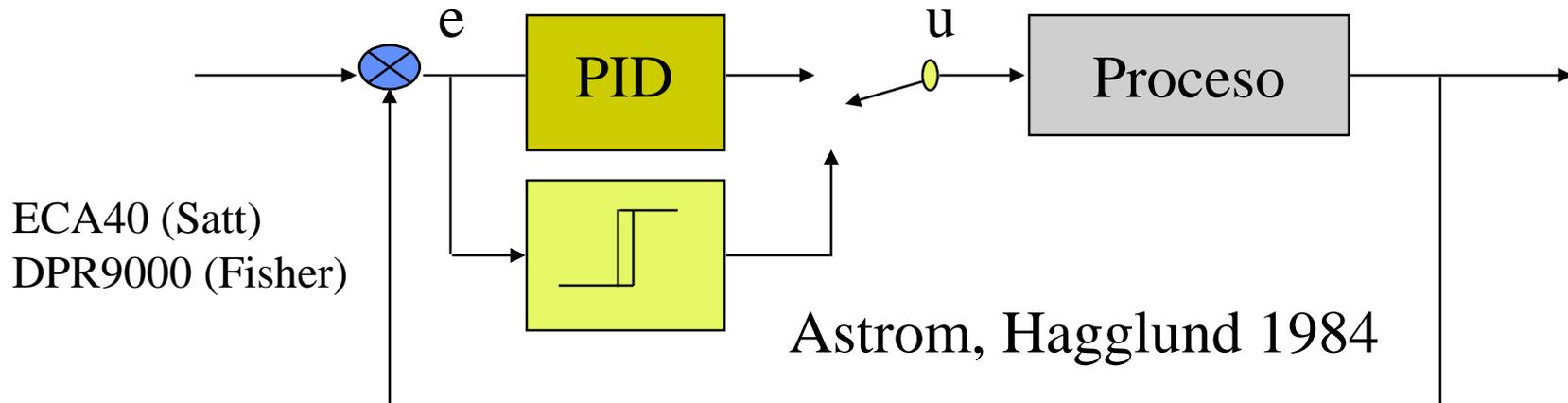
$$GR = -1/N$$

En el análisis de estabilidad de Nyquist, el trazo de $-1/N$ juega el mismo papel que el punto -1 en los sistemas lineales



Método del relé

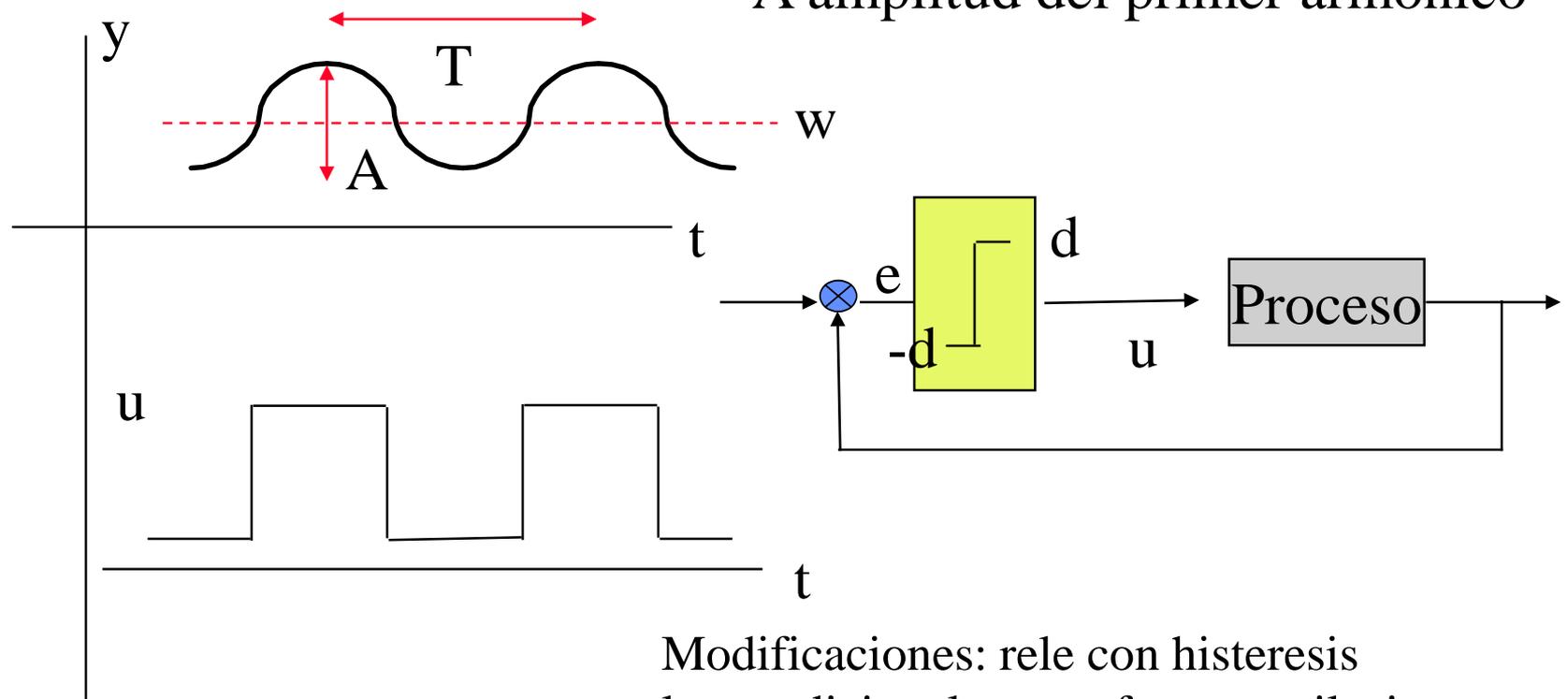
Si se activa la función de autosintonía, se conecta un relé en lugar del PID, que sirve para provocar oscilaciones controladas en el proceso que permitan la identificación de características dinámicas del mismo.



Método del Relé

T periodo de oscilación

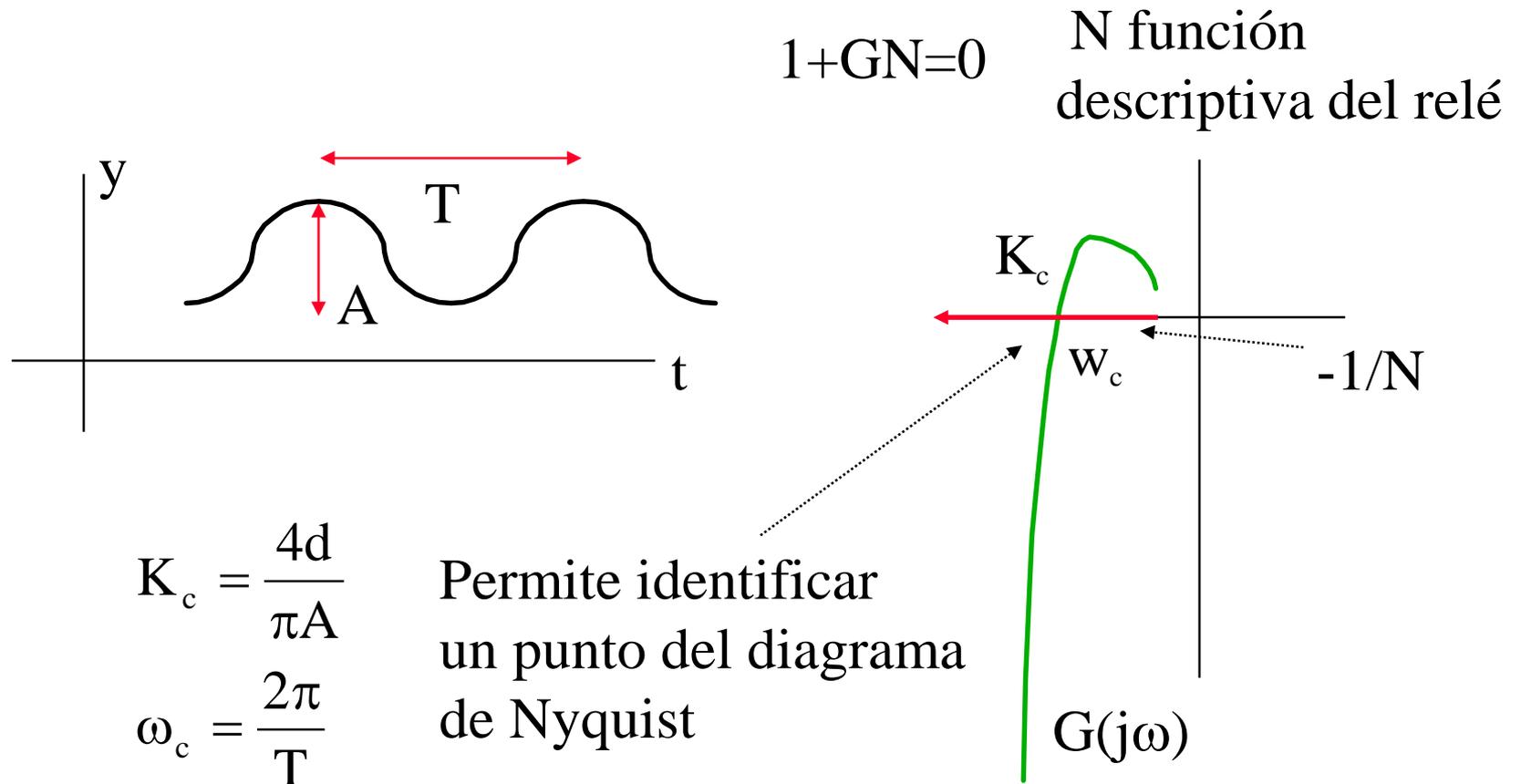
A amplitud del primer armónico



Modificaciones: rele con histeresis

lazos adicionales para forzar oscilaciones

Método del Relé

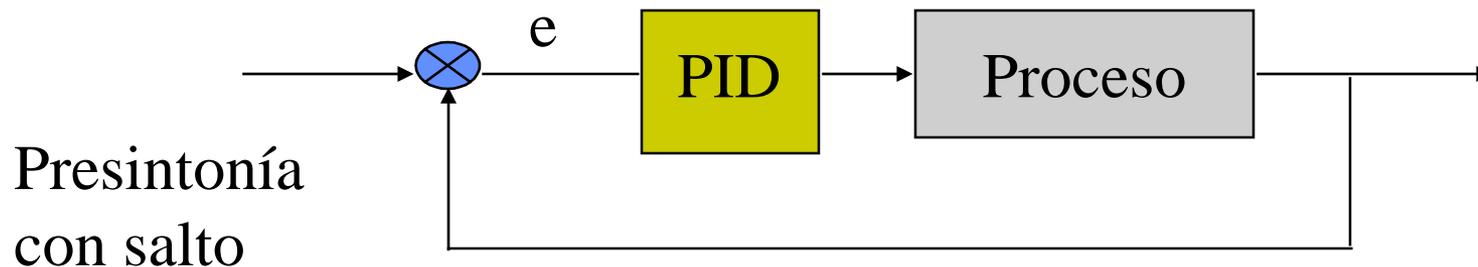


Sintonía mediante ajuste por margen de fase

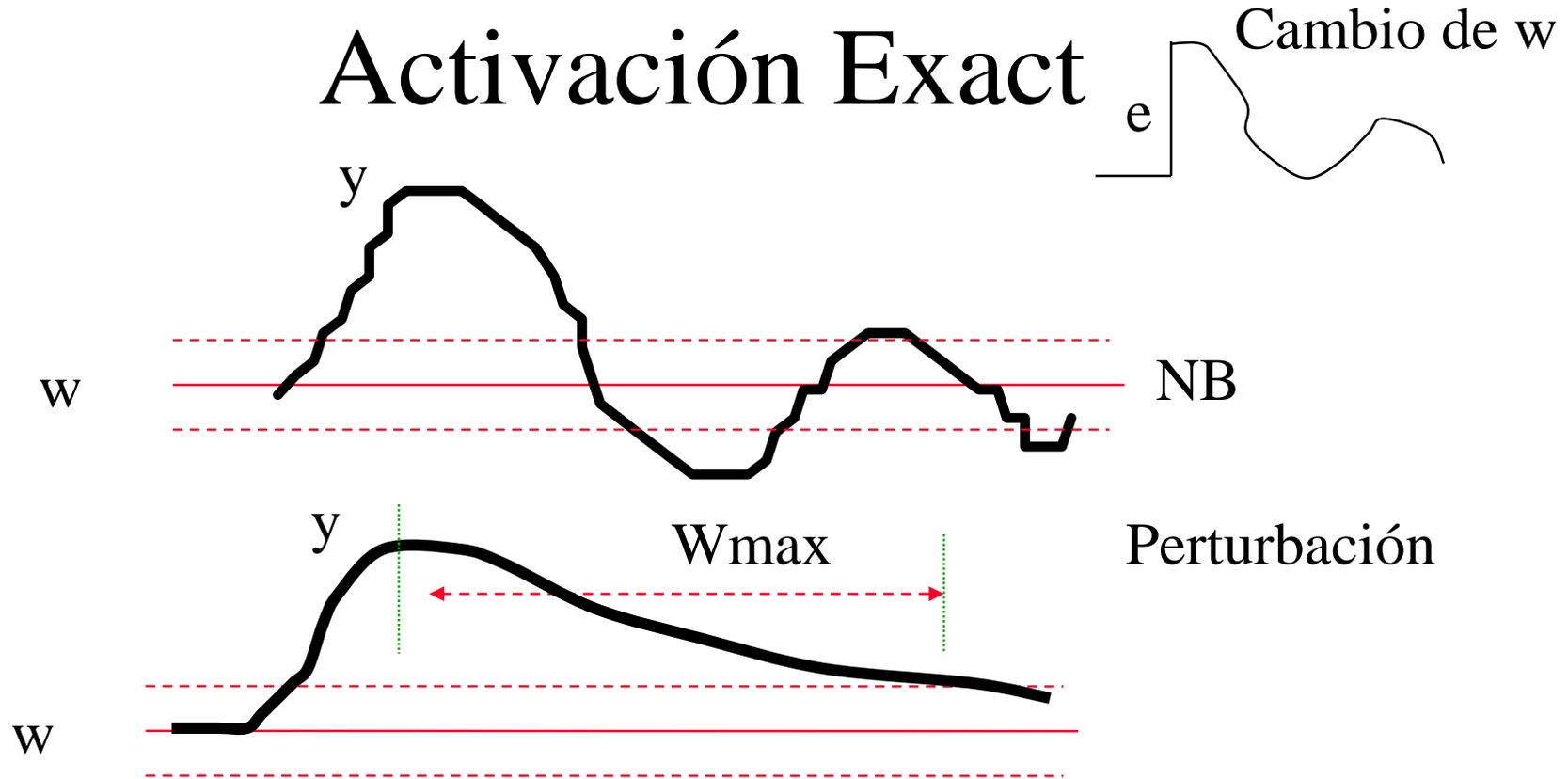
Método Exact

EXact **A**daptive **C**ontroller **T**uning (Foxboro)

- Sintonía continua en lazo cerrado
- Si el error excede unos límites, se identifica un modelo del proceso mediante reconocimiento de patrones
- El regulador calcula la nueva sintonía en tiempo real usando tablas modificadas de Ziegler-Nichols (+ reglas)
- Comportamiento deseado : sobrepico y amortiguamiento

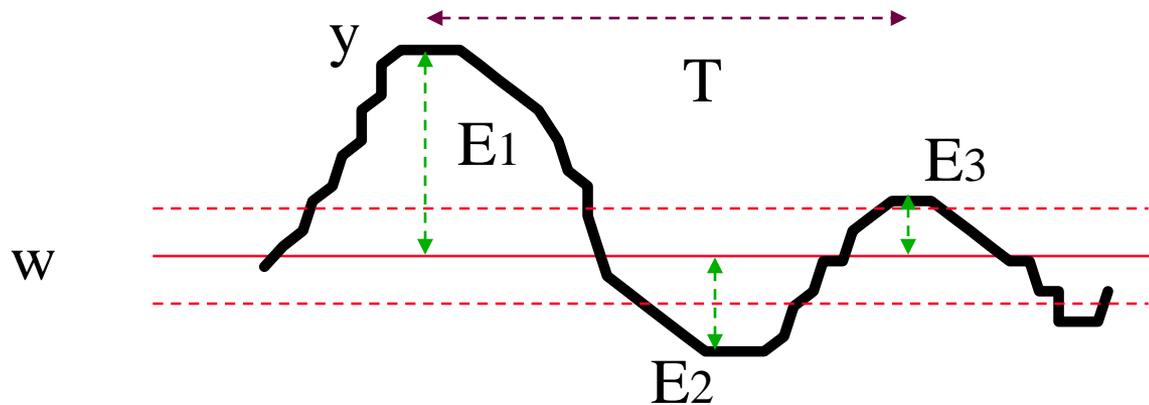


Activación Exact



Activación automática si el error supera la banda NB
y el segundo pico aparece antes de W_{max} sg. tras el primero.
Si se supera W_{max} se considera al proceso sobreamortiguado.

Exact



Cuando se activa la sintonía, el Exact mide los picos E_1 , E_2 , E_3 y sus instantes de ocurrencia, lo que se utiliza para estimar un modelo del proceso en base a:

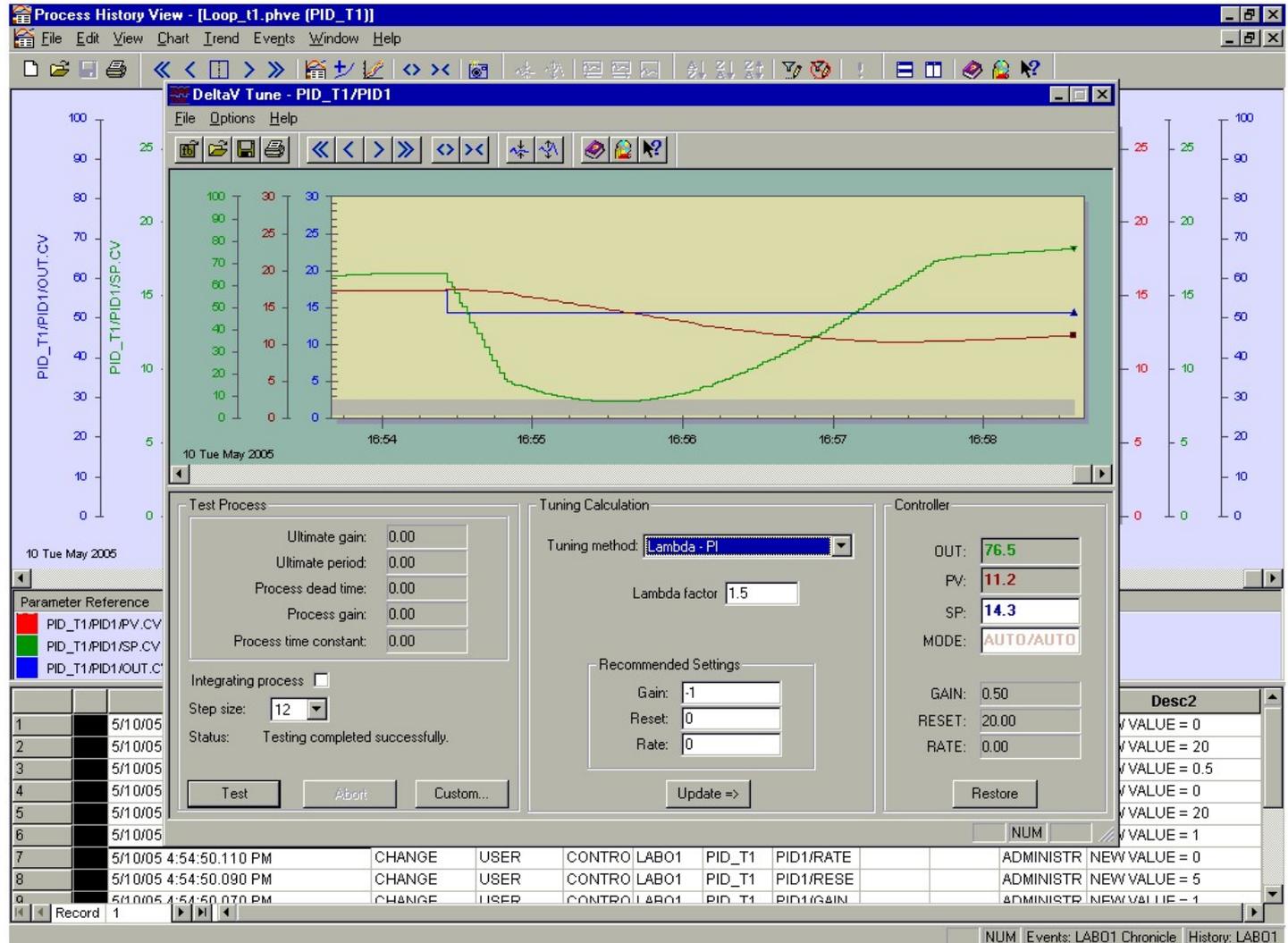
$$\text{amortiguamiento} = \frac{E_3 - E_2}{E_1 - E_2} \quad \text{sobrepico} = \frac{E_2}{E_1}$$

O un modelo del proceso sobreamortiguado

Posteriormente se aplican las tablas y reglas de sintonía

Sintonía en DCS

Aplicaciones de ayudas a la sintonía automática o manual en el DCS



PID Adaptativos

Electromax

Firstloop (First Control)

Identificación de un modelo con dos polos

Sintonía del PID por asignación de polos

Novatune (ABB)

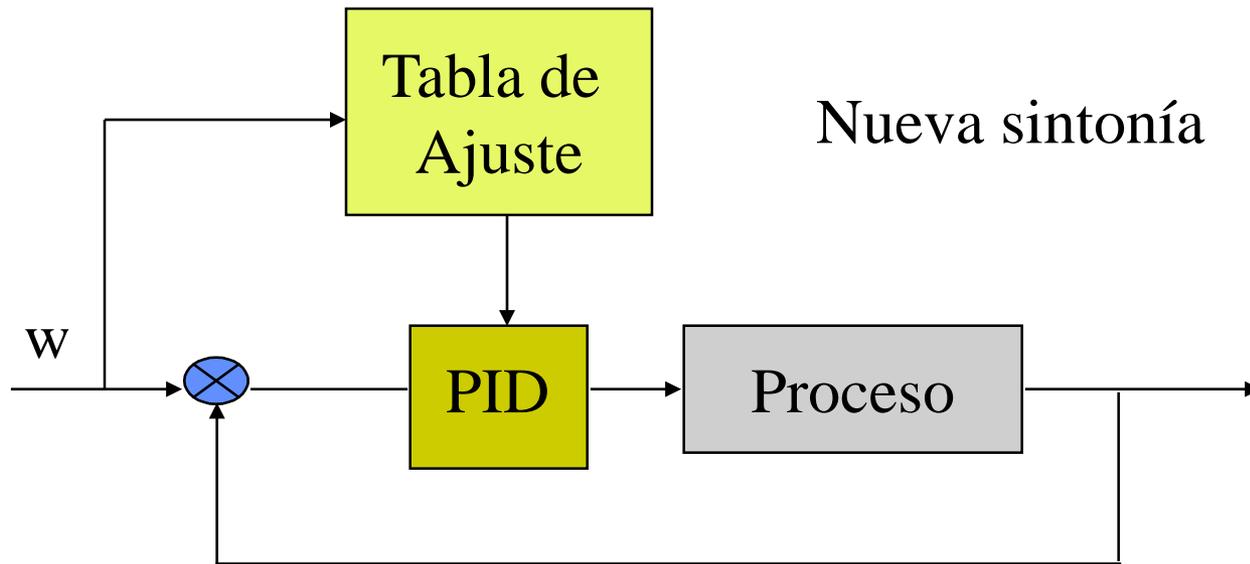
Identificación recursiva

Sintonía mediante varianza mínima

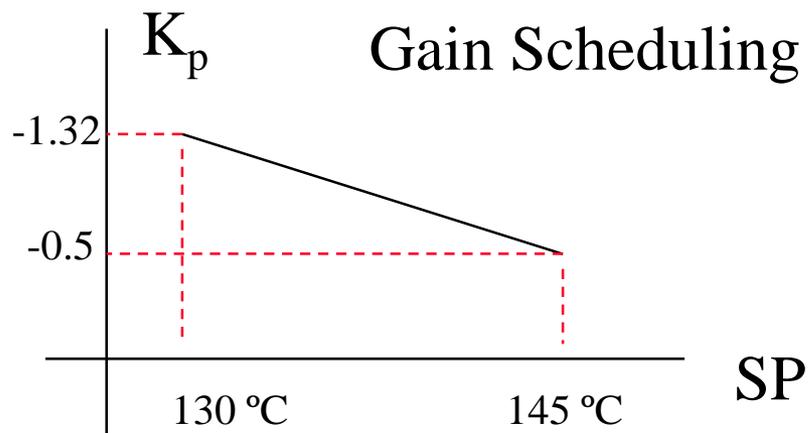
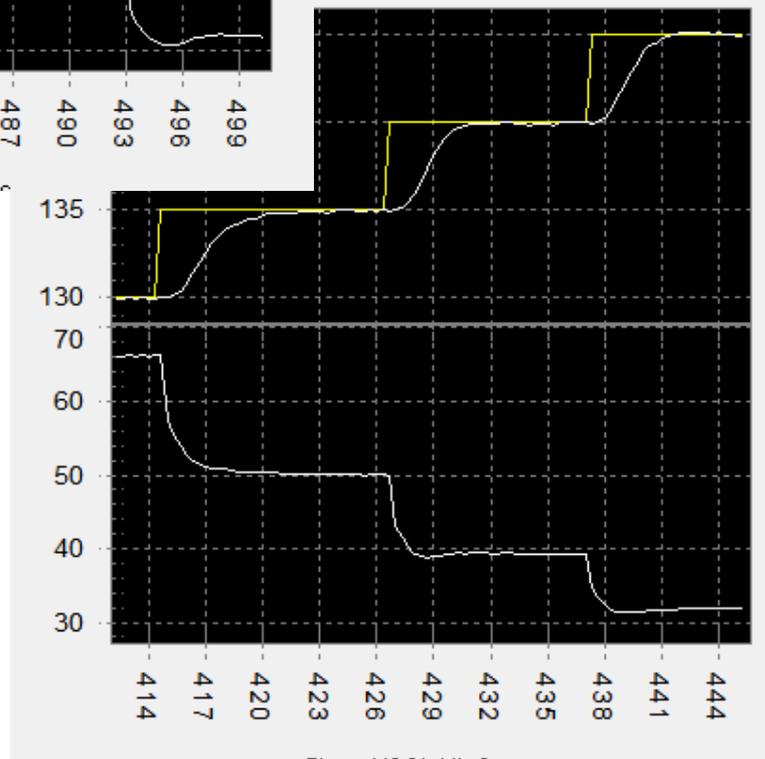
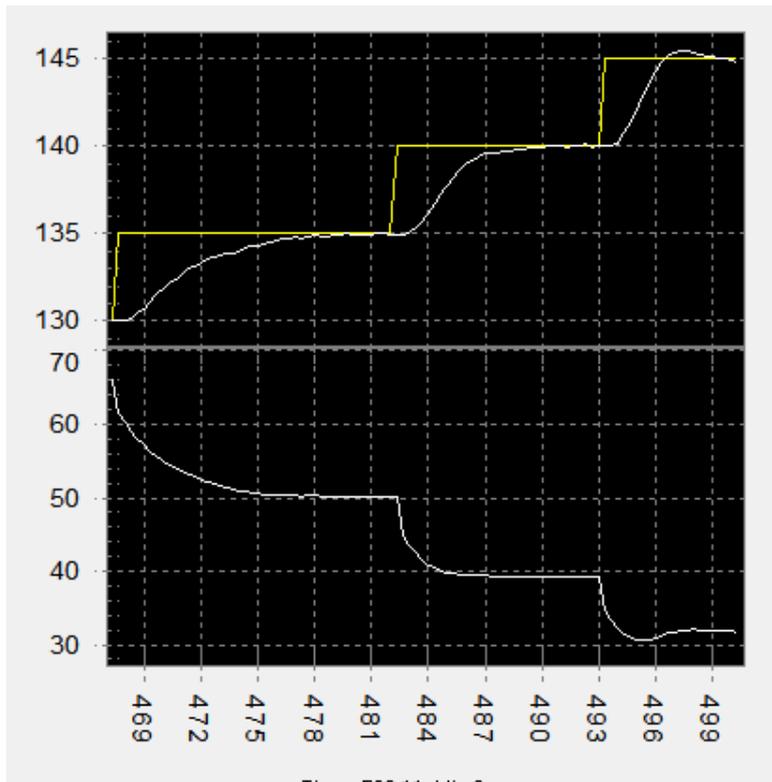
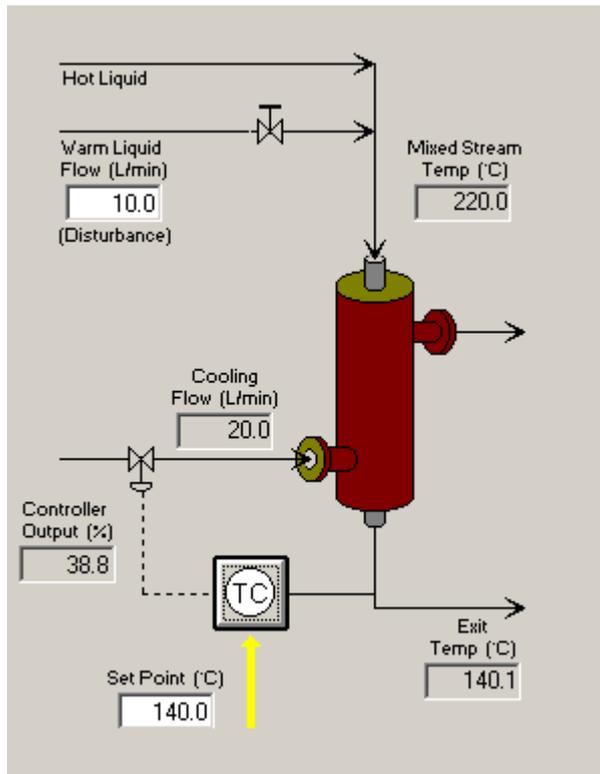
Wittenmark (1979) Cameron-Seborg (1983)

Radke-Isermann (1987) Vega/Prada (1987)

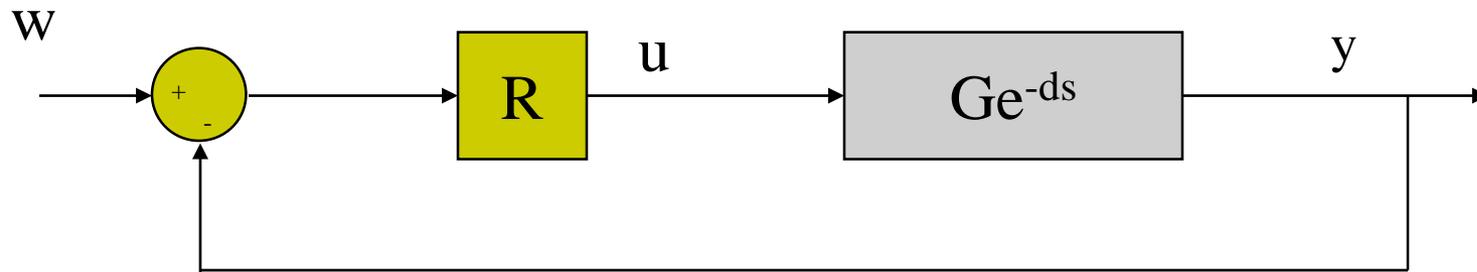
Ganancia Planificada



Se ajustan los parámetros del regulador mediante una tabla preestablecida función de alguna condición de operación: p.e. Punto de consigna.



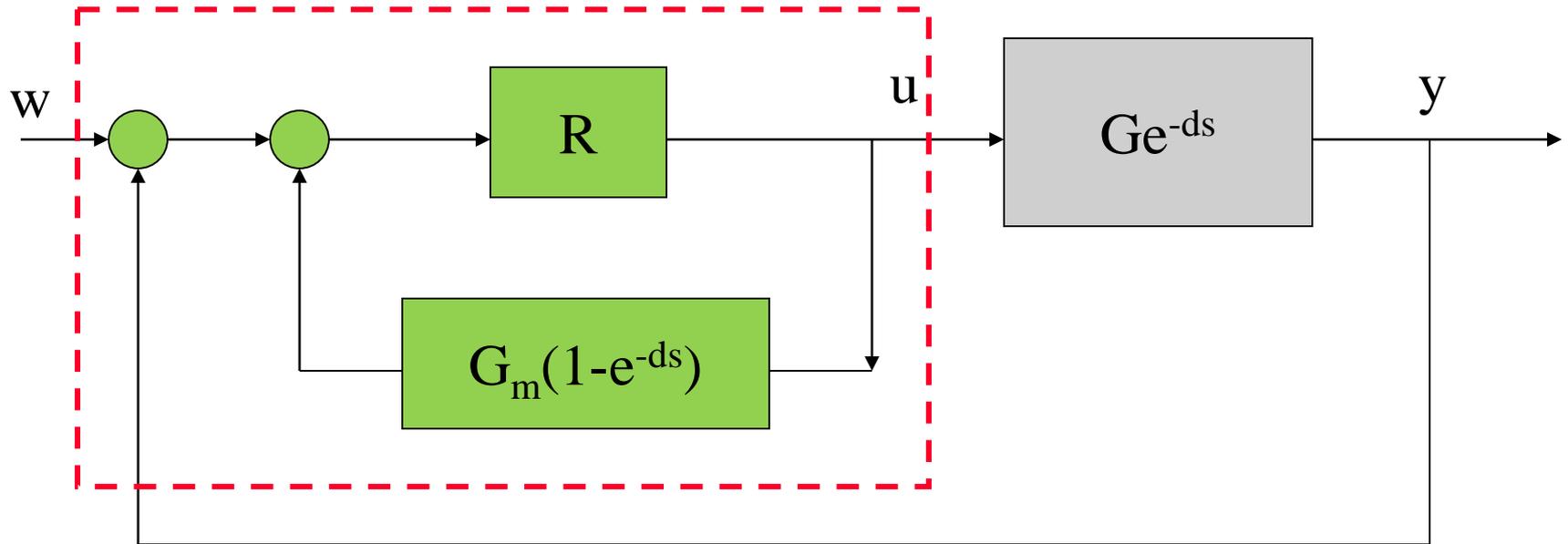
Sistemas con retardo



Si el retardo es mayor que la constante de tiempo del proceso, el sistema es difícil de sintonizar.

El predictor de Smith es un regulador que mejora la respuesta en estos casos. Necesita conocer el modelo Ge^{-ds}

Retardos: Predictor de Smith



$$\begin{aligned}
 y &= Ge^{-ds} u = Ge^{-ds} R[w - y - G_m(1-e^{-ds})u] = \\
 &= Ge^{-ds} R[w - Ge^{-ds} u - G_m(1-e^{-ds})u] \\
 \text{si } G &= G_m \quad y = Ge^{-ds} R[w - Gu]
 \end{aligned}$$

Predictor de Smith

$$y = e^{-ds} GR[w - Gu]$$

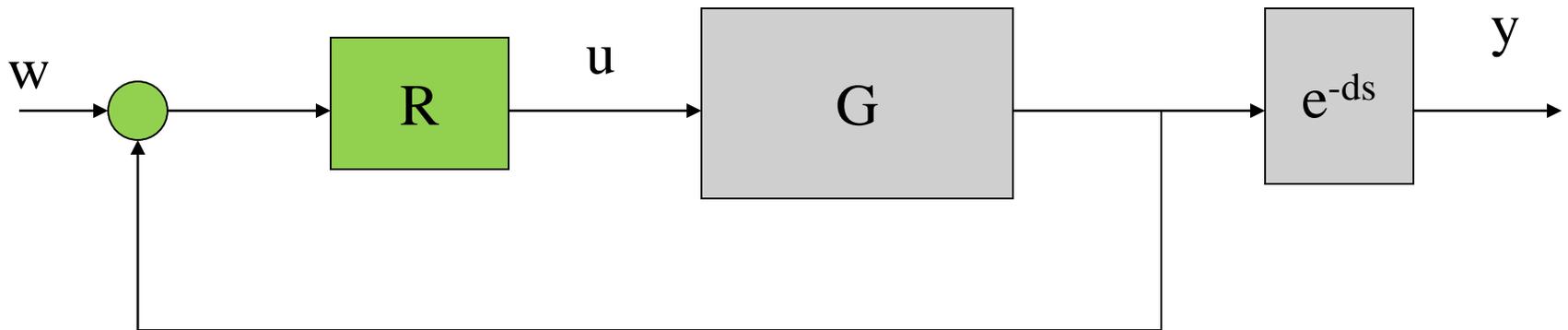
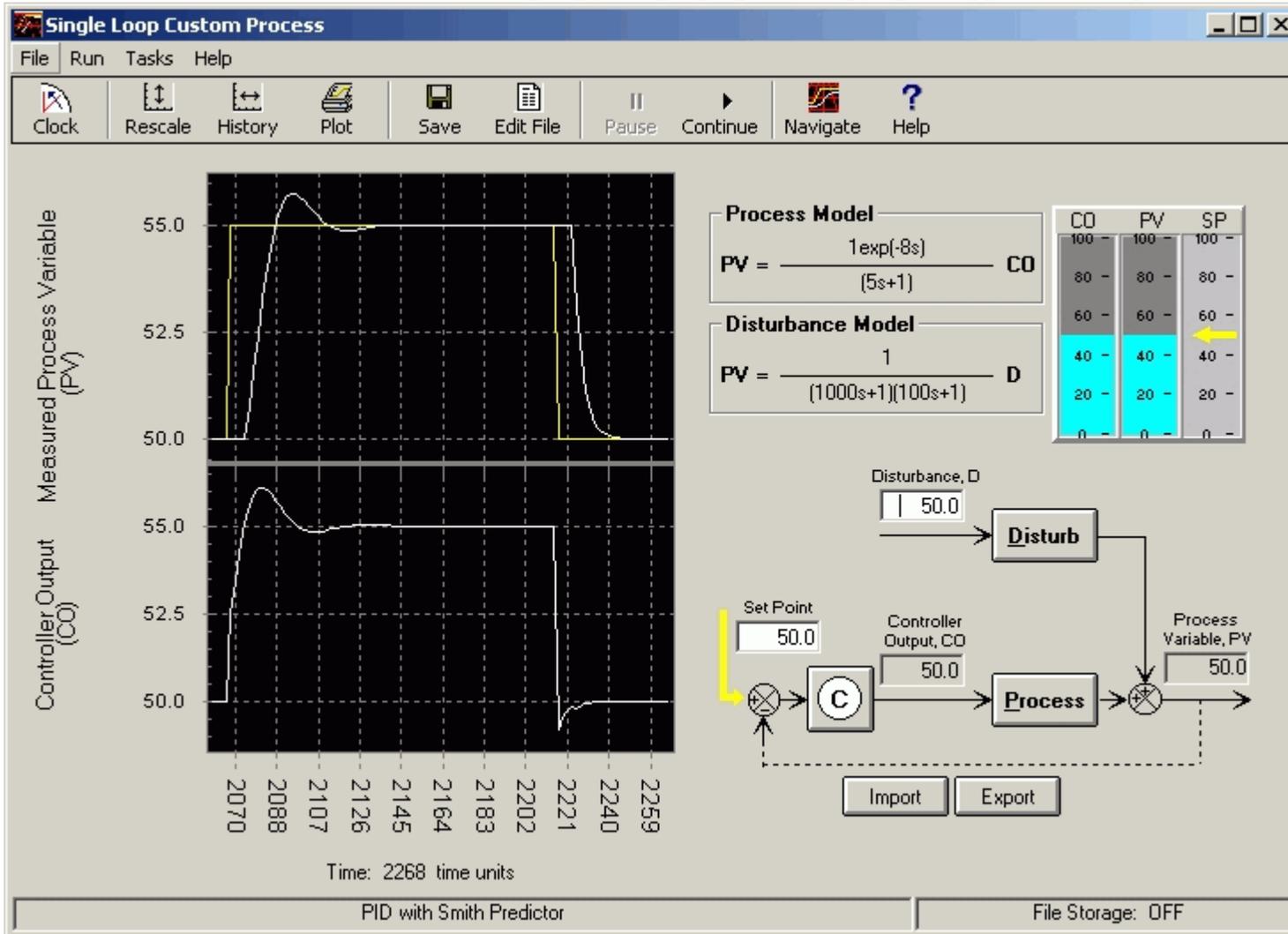


Diagrama equivalente

Puede sintonizarse R como si no existiera retardo

Predictor de Smith



$$K_p = 0.4$$

$$T_i = 5$$

Con
Smith

$$K_p = 1.2$$

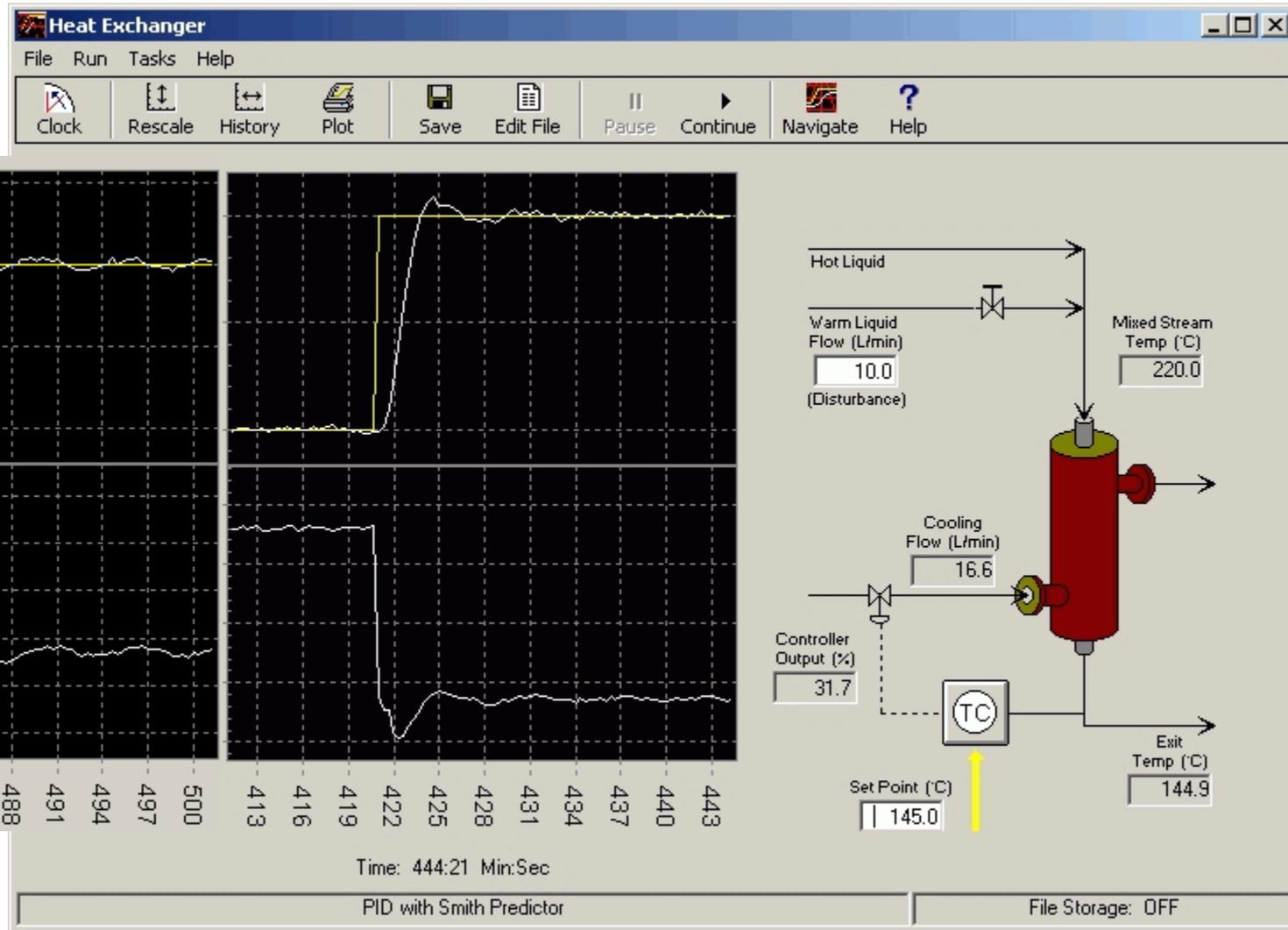
$$T_i = 5$$

$$-0.46e^{-0.87s}$$

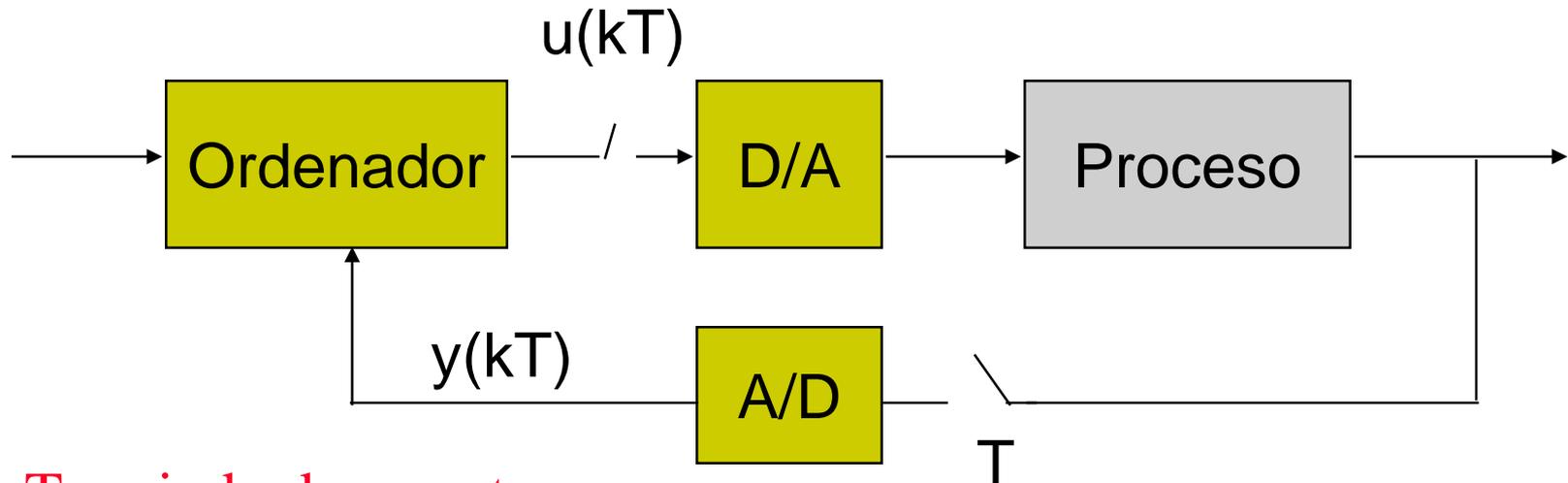
$$0.96s + 1$$

$$K_p = -1.32, T_i = 0.96$$

Predictor de Smith



CONTROL DIGITAL



T periodo de muestreo

T debe escogerse de acuerdo a la dinámica del proceso, y a los problemas numéricos de integración y derivación.

Integración. $T \cong 0.1 \dots 0.3 T_i$ Derivación. $T \cong 0.2 \dots 0.6 T_d / N$

La precisión depende de la resolución del D/A

Mayor precisión en los cálculos internos que el D/A

Discretización de reguladores PID

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de}{dt} \right) \quad \text{Aproximación rectangular}$$

$$u(t) \approx K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \sum_{i=1}^t e(iT)T + T_d \frac{e(t) - e(t-T)}{T} \right)$$

$$u(t-T) \approx K_p \left(e(t-T) + \frac{1}{T_i} \sum_{i=1}^{t-T} e(iT)T + T_d \frac{e(t-T) - e(t-2T)}{T} \right)$$

$$u(t) - u(t-T) = K_p \left(e(t) - e(t-T) + \frac{T}{T_i} e(t) + T_d \frac{e(t) - 2e(t-T) + e(t-2T)}{T} \right)$$

$$u(t) = u(t-T) + g_0 e(t) + g_1 e(t-T) + g_2 e(t-2T)$$

$$g_0 = K_p \left(1 + \frac{T}{T_i} + \frac{T_d}{T} \right) \quad g_1 = K_p \left(-1 - \frac{2T_d}{T} \right) \quad g_2 = K_p \frac{T_d}{T}$$

PID DIGITAL

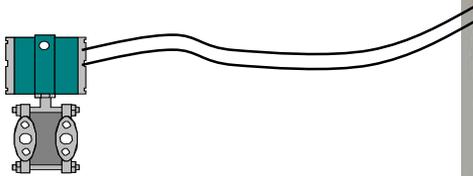
$$e(t) = w(t) - y(t)$$

$$u(t) = u(t-1) + g_0 e(t) + g_1 e(t-1) + g_2 e(t-2)$$

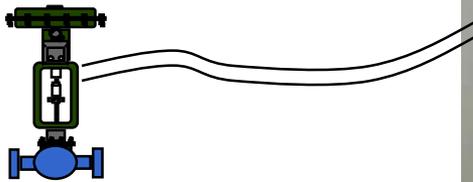
- varias formulaciones de discretización
- reguladores basados en microprocesador con múltiples funciones auxiliares
- Período de muestreo T a menudo fijado en 100...200 msg

Implementación

El algoritmo PID está programado en los controladores del DCS

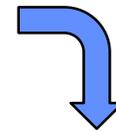


4 – 20 mA



Módulos de entrada / salida

Módulos de control



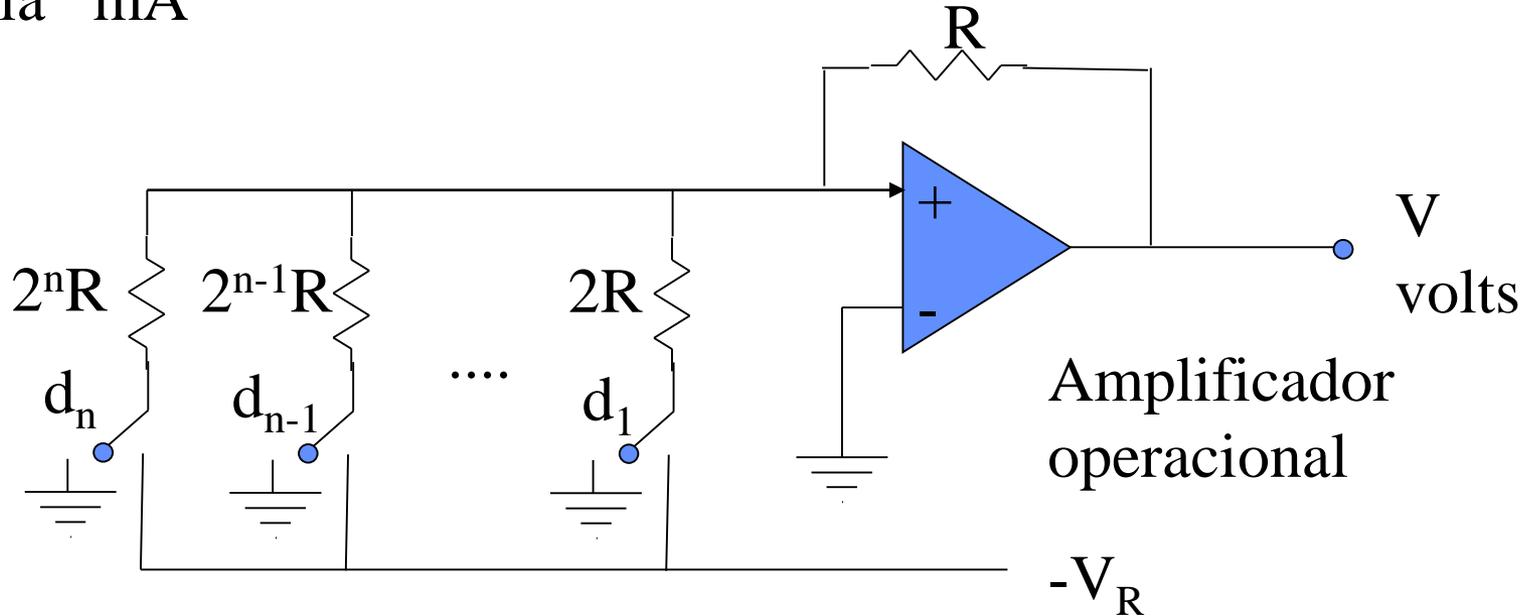
Sala de control



Armario de control

Convertidores D/A

Potencia mA



$$[d_1 d_2 d_3 \dots d_{n-1} d_n] \rightarrow V$$

$$325 = 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

$$[101 \dots 10]$$

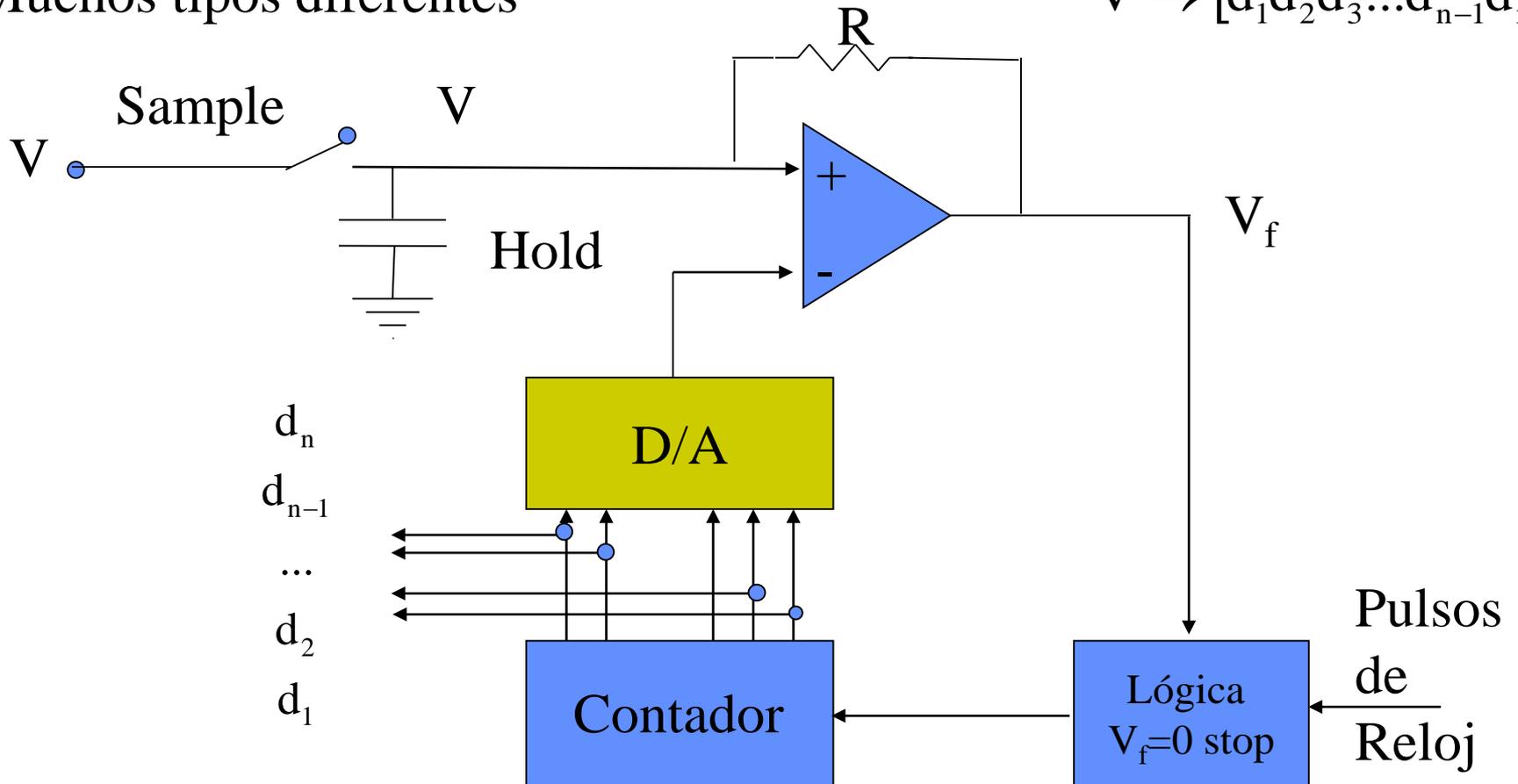
$$101 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

$$V = V_R \left(d_1 \frac{1}{2^1} + d_2 \frac{1}{2^2} + \dots + d_{n-1} \frac{1}{2^{n-1}} + d_n \frac{1}{2^n} \right)$$

Convertidores A/D

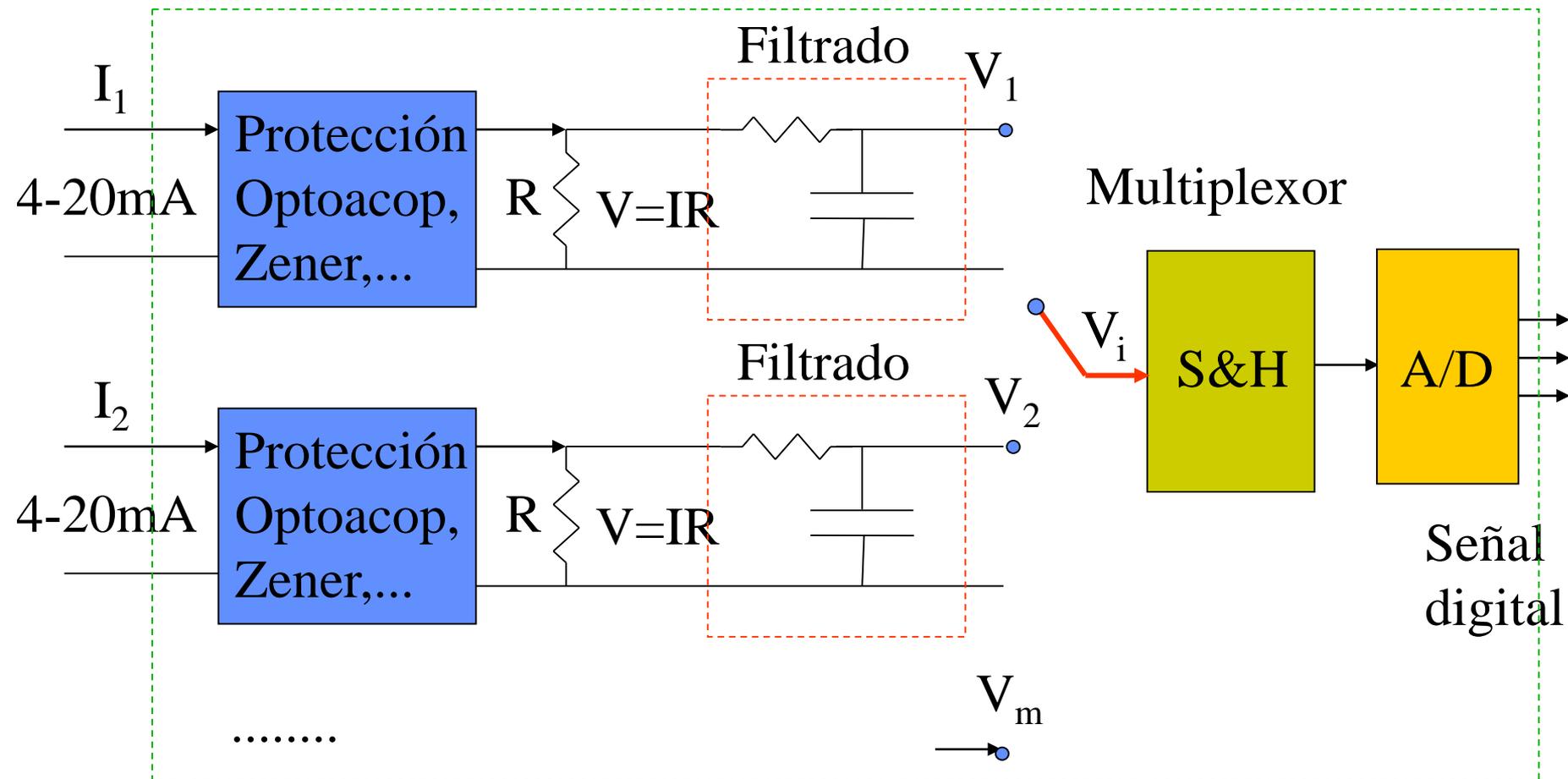
Muchos tipos diferentes

$$V \rightarrow [d_1 d_2 d_3 \dots d_{n-1} d_n]$$



Canales

Tarjeta A/D

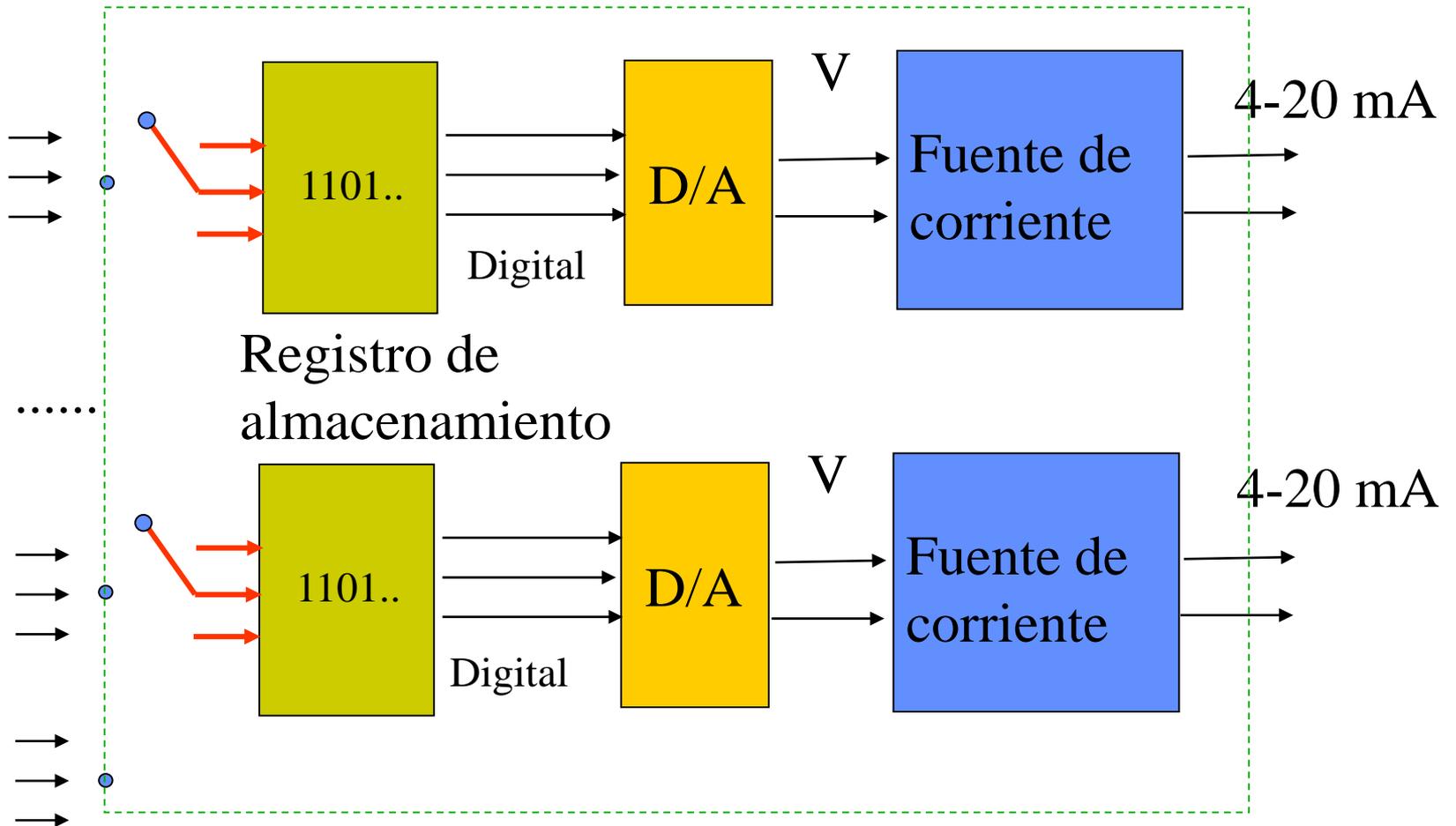


Canales independientes /tierra común

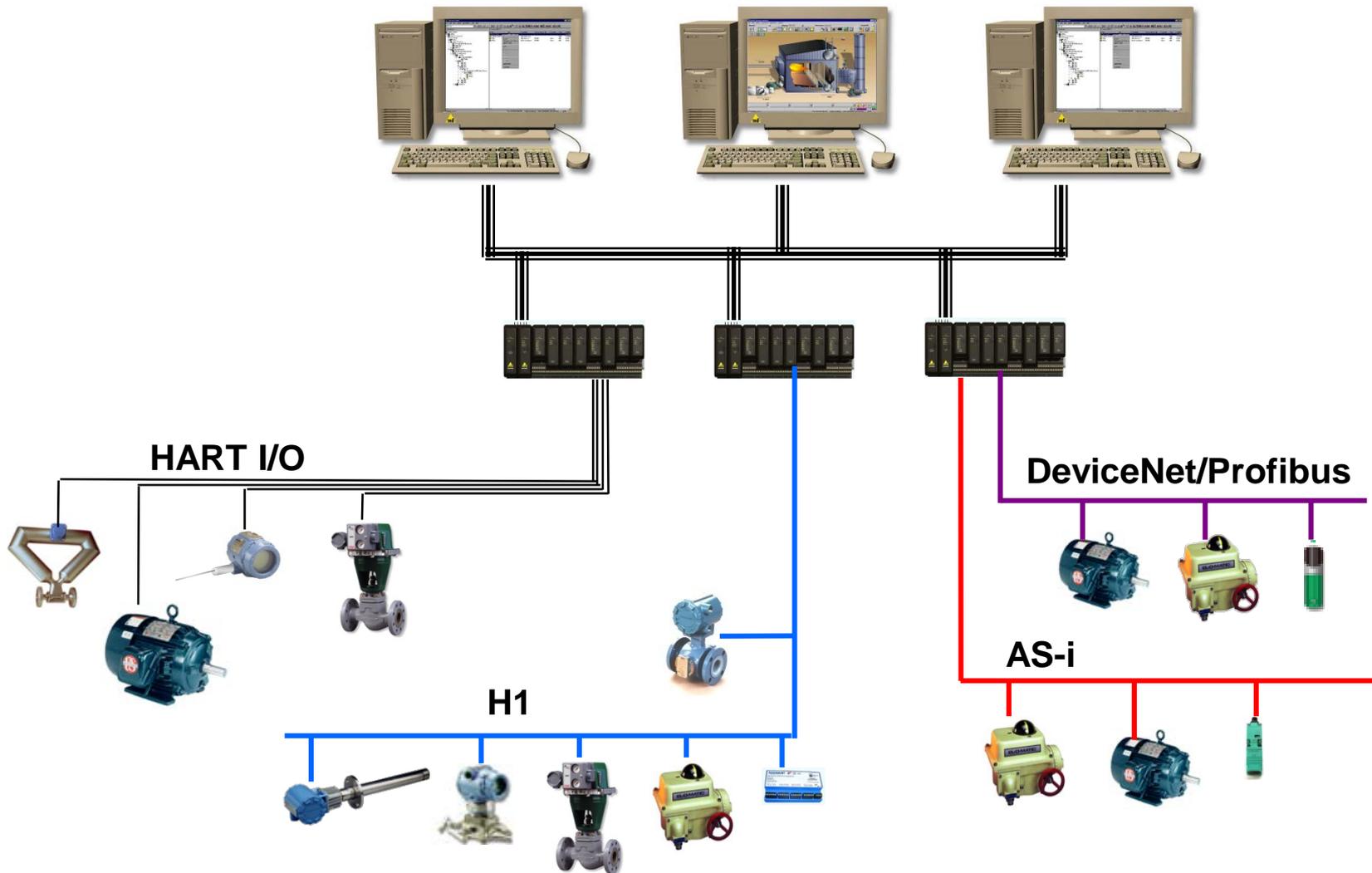
Otras funcionalidades: contadores, temporizadores, DMA, ...

Tarjeta D/A

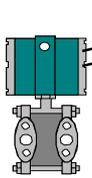
Por canal



Arquitecturas



Sala de control



4 – 20 mA



Operación



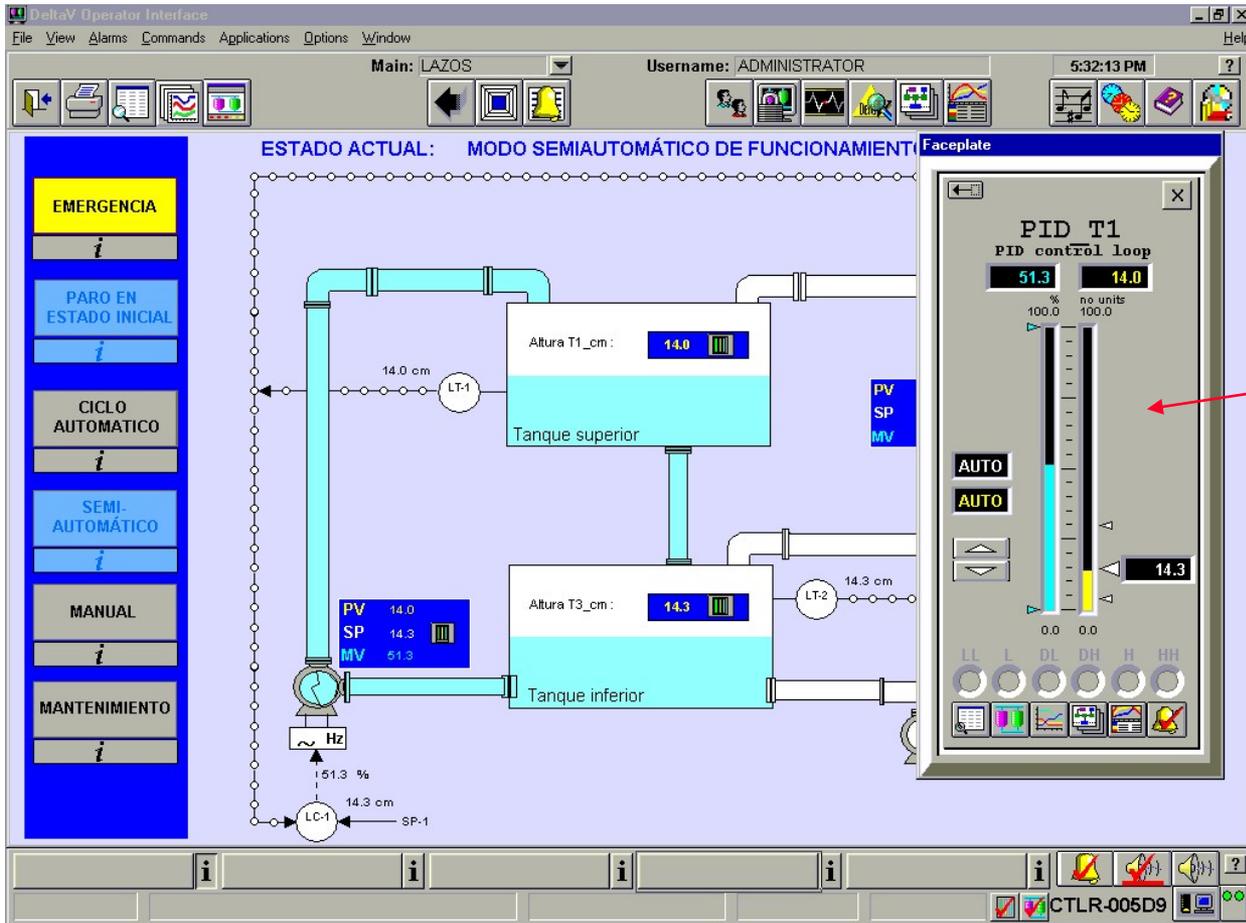
Configuración

Campo

Sala de control



Operación



Carátula típica de un PID

Configuración

Formularios
con parámetros
de
configuración

The screenshot displays the DeltaV Operator Interface for a PID control loop. The main window is titled "CO DE FUNCIONAMIENTO" and "Faceplate". The "Detail" window shows the configuration for "PID T1 PID control loop".

Configuration Parameters:

Parameter	Value
Hi Hi Lim	100.0
Hi Lim	95.0
Dev Hi Lim	0.0
Dev Lo Lim	0.0
Lo Lim	5.0
Lo Lo Lim	0.0
Out Hi Lim	100.0
Out Lo Lim	0.0
ARW Hi Lim	100.0
ARW Lo Lim	0.0
SP Hi Lim	30.0
SP Lo Lim	4.0
Alm Hysteresis	0.5 %

Alarms:

Alarm	Priority	Enable
Hi Hi	CRITICAL	<input type="checkbox"/>
Hi	WARNING	<input type="checkbox"/>
Dev Hi	ADVISORY	<input type="checkbox"/>
Dev Lo	ADVISORY	<input type="checkbox"/>
Lo	WARNING	<input type="checkbox"/>
Lo Lo	CRITICAL	<input type="checkbox"/>
PV Bad	CRITICAL	<input type="checkbox"/>

Diagnostics:

- Module OK
- Running
- In Service

Simulate:

Sim Enable	<input type="checkbox"/>
Sim Value	0.0 %
Field Value	0.0 %

Tuning:

Gain	0.5
Reset	20.0 s
Rate	0.0 s
PV Filter TC	0.0 s
SP Filter TC	0.0 s
SP Rate Dn	0.0 EU/s
SP Rate Up	0.0 EU/s
Structure	PID action on error
I Deadband	0.0

Faceplate:

PID T1 PID control loop

PV: 53.2, SP: 13.3

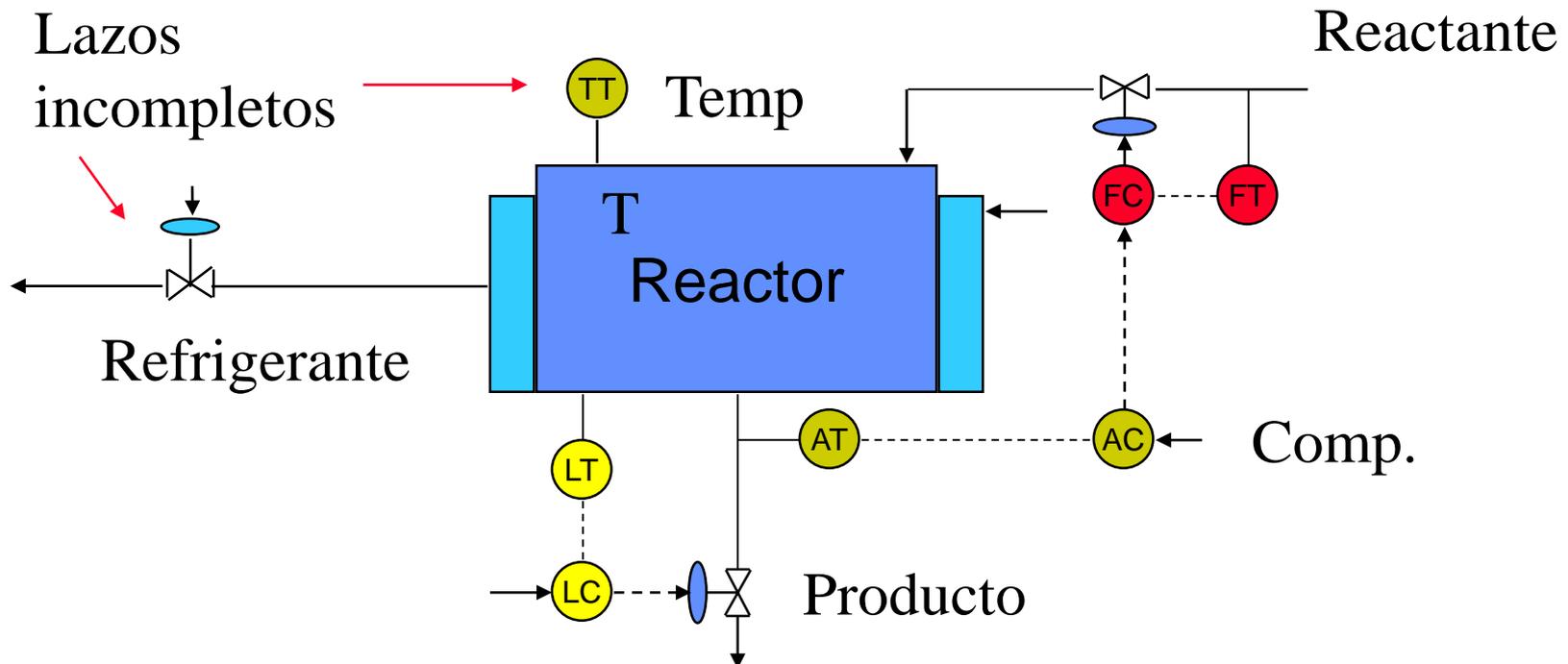
Control Mode: AUTO

Process Variable (PV): 14.3

LT-2: 14.5 cm

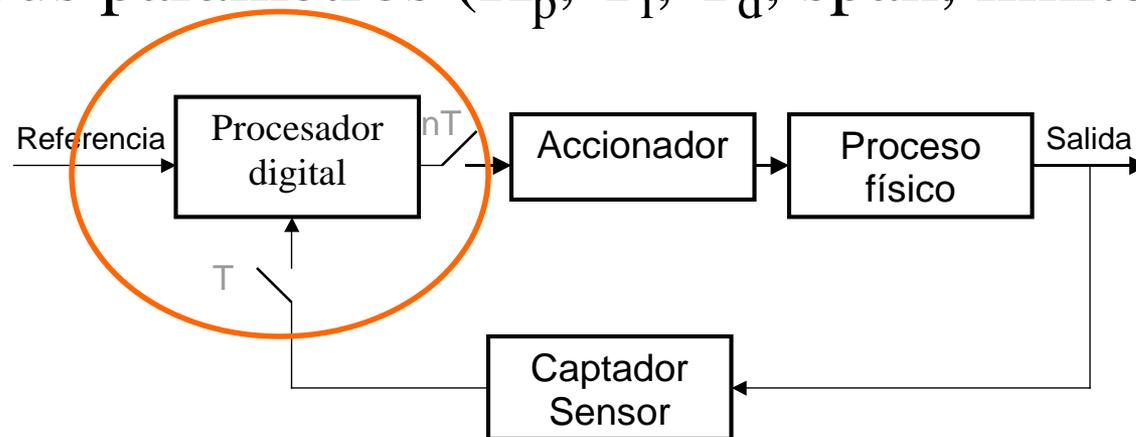
Java – Regula / Configuración

- Un sistema de control es un conjunto de lazos interconectados.

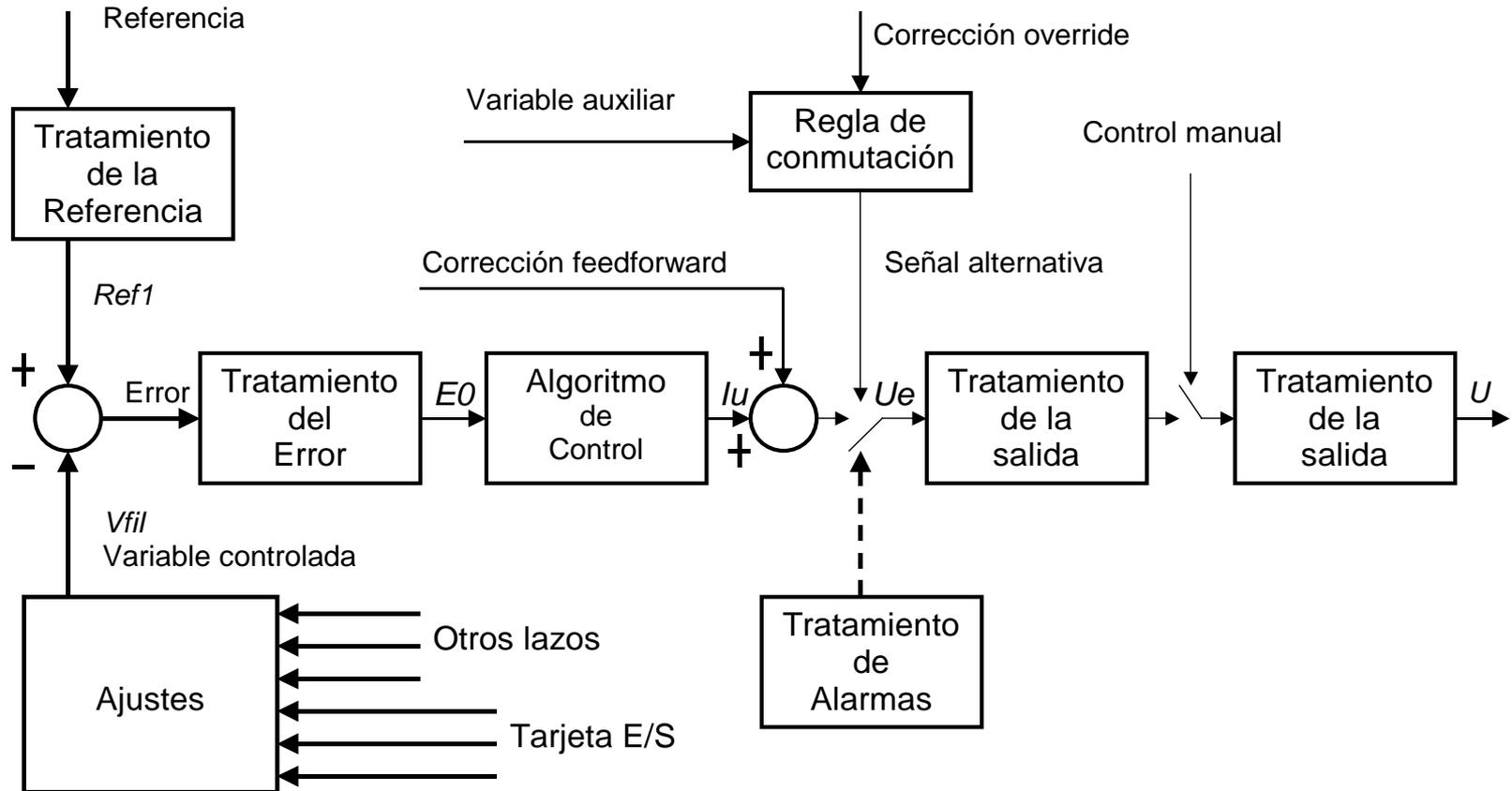


Java – Regula / Configuración

- Definir para cada lazo:
 - Cuales son sus entradas y salidas (w , y , u) y como están conectadas
 - Como está conectado a otros lazos (cascada, lazo simple,...)
 - Sus parámetros (K_p , T_i , T_d , span, límites,...)



Java – Regula / Lazo de Control



Fichero de configuración

```
# Periodo-Basico-Muestreo (sg)      Tpo-Graficas (min)      Per-Muestras-Hist (sg)
0.2                                5                        |1
#NOMBRE LAZO                        CODIGO
      Nivel                        LO1
#CABLE-ENTRADA                      CABLE-SALIDA           BLOQUE-ENTRADA         VO      V1      V2
      1                            0                       LO1                    0       0       0
#TIPO-AJUSTE                        AJO      AJ1      AJ2      PERIODO-MUESTREO (sg)
      1                            0       20       0       1
#TIPO-REGULADOR                     MODO(adaptativo)      AUTOMATICO
      1                            1       0
#REFERENCIA-INICIAL                 CONTROL-INICIAL
      20                            0
#SPAN-MEDIDA                        INCREMENTO-MAXIMO-MEDIDA      FACTOR-FILTRADO
      100                          10                            0
#CONTROL-MIN                        CONTROL-MAX      INCREMENTO-MAXIMO-CONTROL
      0                            100       10
#Kp      Ti      Td      G0      G1      G2
      5       0       0       0       0       0
#TIPO-REFERENCIA                    Ccr
      0                            0
#TIPO-ERROR      cce1      cce2      cce3
      0       0       0       0
#NUMERO-FEED-FORWARD                LAZOS-DE-DONDE-VIENEN
      0
#TIPO-VALVULA      Tcv      Ccv
      0       0
#TRATAMIENTO-ALARMA                 Pala      Vinf      Vsup      Varer      Halar
      0                            0       0       0       0       0
#ESCALA-INF      ESCALA-SUP      TIEMPO-GUARDAR-DATOS-GRAFICAS (en periodos basicos)
      0       100                            5
```

The Open Group Open Process Automation Forum (OPAF)

Currently installed control systems are predominantly closed and proprietary. This is in contrast to the open, interoperable network of instrumentation devices below them and the Information Technology (IT) systems above them in the typical automation hierarchy. Closed, proprietary systems are expensive to upgrade and maintain, and challenged when trying to insert new technology, especially from third parties. This is the problem that The Open Group Open Process Automation Forum (OPAF) is working to solve.

The Open Group

The Forum defines standards for an open, interoperable, secure process automation architecture. The standards enable development of fit-for-purpose systems consisting of cohesive functional elements acquired from independent suppliers and integrated easily via a modular architecture characterized by open standard interfaces between elements.

The Forum is considering both the business and technical aspects of the Open Process Automation approach.

