

Control Predictivo No Lineal

Cesar de Prada

Dpt. Ingeniería de Sistemas y Automática

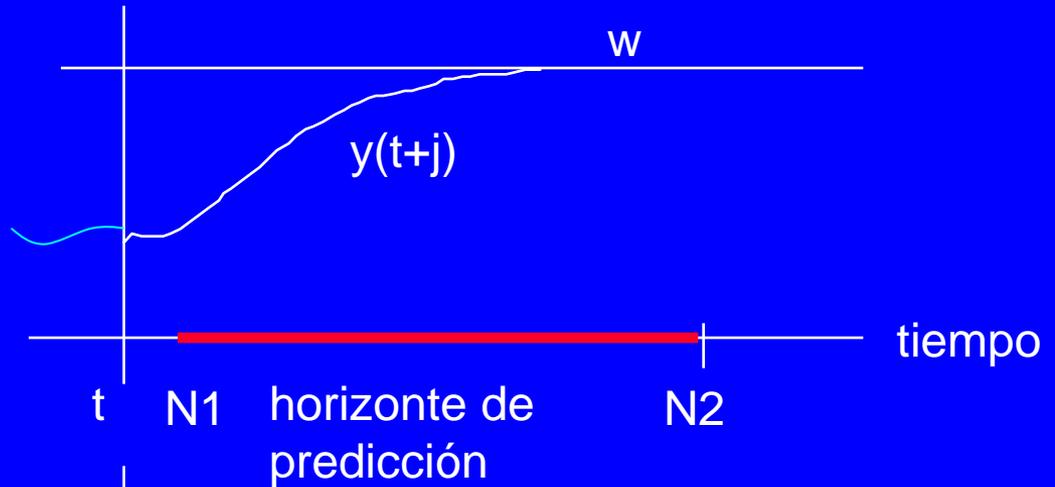
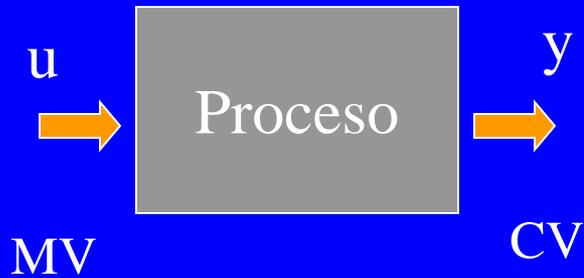
Universidad de Valladolid

prada@autom.uva.es

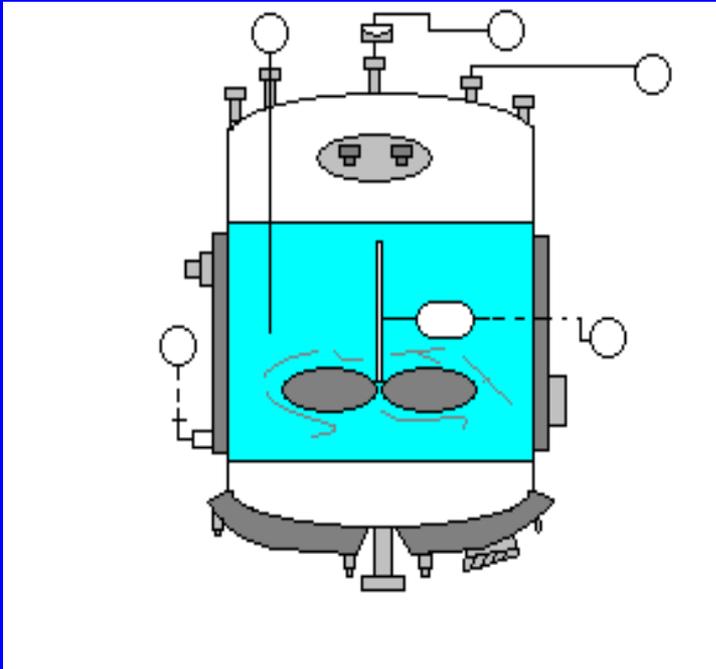
Indice

- NMPC
- Modelos
- Resolución
- Ejemplos
- Control batch
- Control Híbrido

Control Predictivo



Procesos no lineales



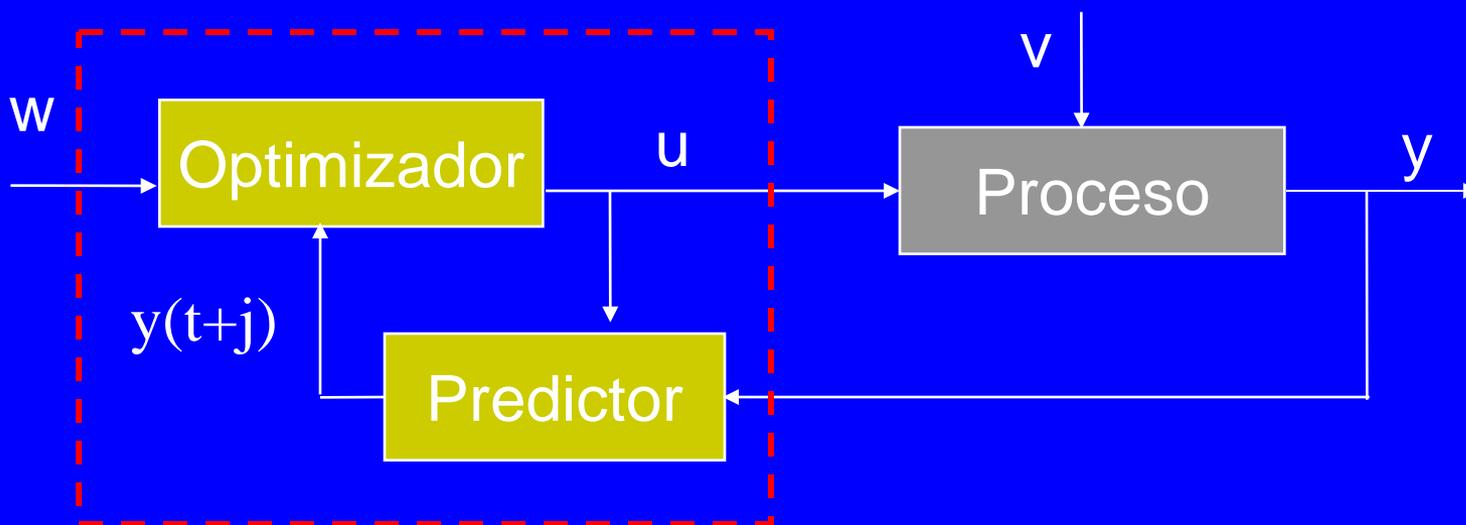
Proceso continuo sobre un punto de operación: Un modelo lineal puede ser aceptable para representar el comportamiento del proceso frente a cambios en las MV

Pero otros procesos, por su naturaleza no admiten un modelo lineal.

Ejemplos

- Procesos batch
- Procesos dinámicos difíciles
- Cambios frecuentes del punto de operación
- Arranques y paradas
- Procesos Híbridos

Control Predictivo NMPC



$$\min_{\Delta u} J = \int_t^{t+T_p} F(x(\tau), u(\tau)) d\tau$$

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad y(t) = g(x(t), u(t))$$

$$\underline{y} \leq y(t+j) \leq \bar{y} \quad \underline{u} \leq u(t+j) \leq \bar{u}$$

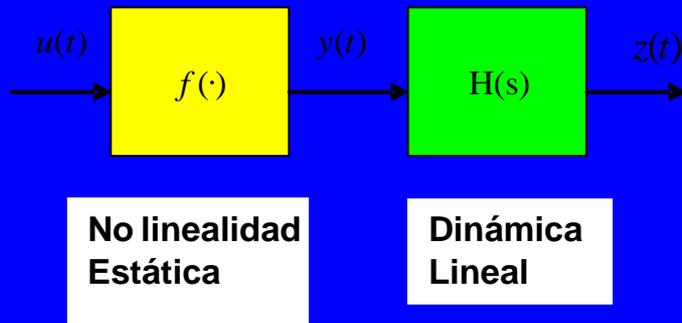
NMPC Modelos

- Modelos tipo Wiener, Hammestein
- Series de Volterra
- Multimodelos lineales
- Redes Neuronales
- Modelos de conocimiento
- Modelos grises
-

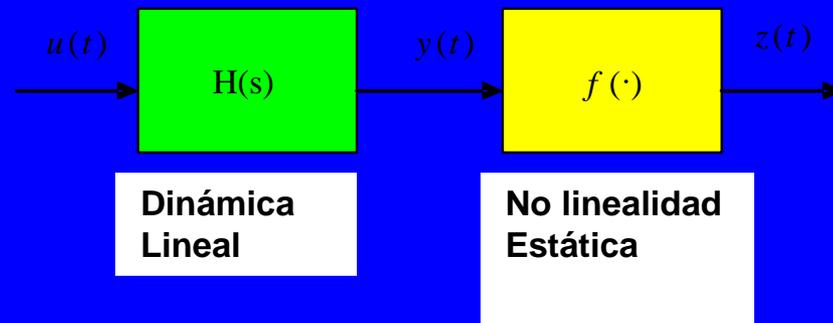
Wiener, Hammerstein



**Modelo
Hammerstein**

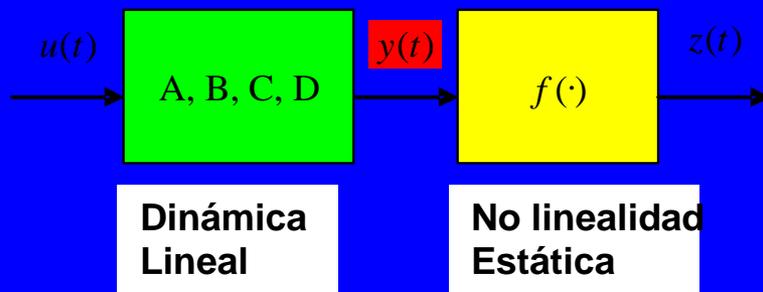


Modelo Wiener



Wiener

Modelo en Espacio de Estados de un sistema Wiener



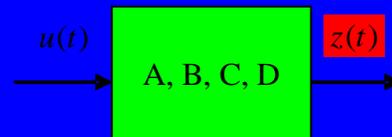
$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k$$

$$y_k = Cx_k + Du_k$$

$$z_k = f(y_k) + v_k$$

Identificación modelos Wiener

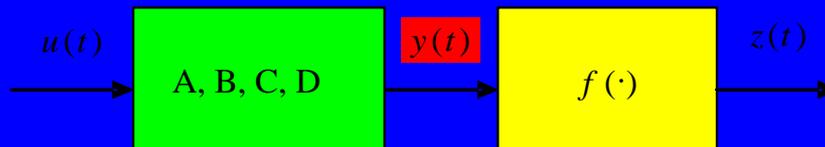
1. Identificar la parte dinámica: a partir de los datos de entrada y salida medidos u_k , z_k



Dinámica Lineal

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k$$

$$y_k = Cx_k + Du_k$$



Dinámica Lineal

No linealidad Estática

Usar la salida de este modelo y_k como entrada para identificar la parte no lineal, con salida z_k

Identificación modelos Wiener

2. Estimar la parte no lineal como combinación lineal de polinomios de Tschebychev

$$f(y_k, \eta) = a_0 T_0(y_k) + a_1 T_1(y_k) + a_2 T_2(y_k) + \dots + a_\eta T_\eta(y_k)$$

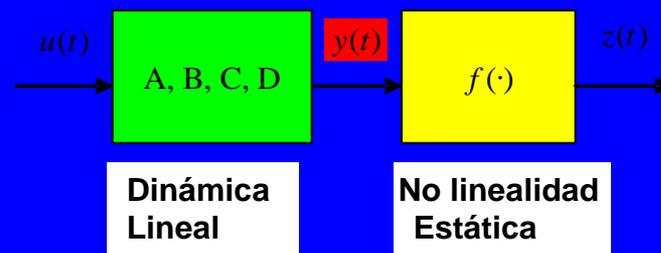
$$T_0(y_k) = 1$$

$$T_1(y_k) = y_k$$

$$T_\eta(y_k) = 2y_k T_{\eta-1}(y_k) - T_{\eta-2}(y_k)$$

Orden del
Polinomio

$$\eta \geq 2$$



Identificación modelos Wiener

$$f(y_k, a) = \begin{bmatrix} T_0(y_k) & T_1(y_k) & \cdots & T_\eta(y_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_\eta \end{bmatrix} = T(y_k)'a$$

Los coeficientes de los polinomios se obtienen mediante:

$$\min_a \sum_k (z_k - T(y_k)'a)^2$$

Ajuste de
minimos
cuadrados

$$a = (T(y_k))^\dagger \cdot z_k$$

Identificación Wiener

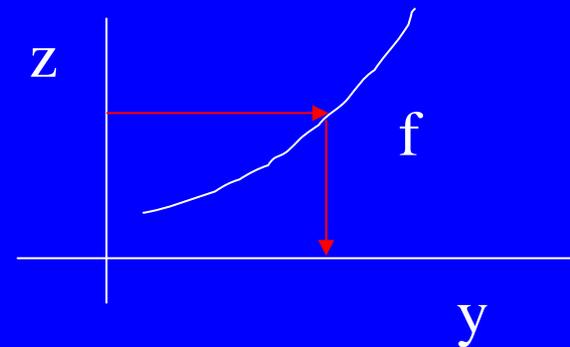
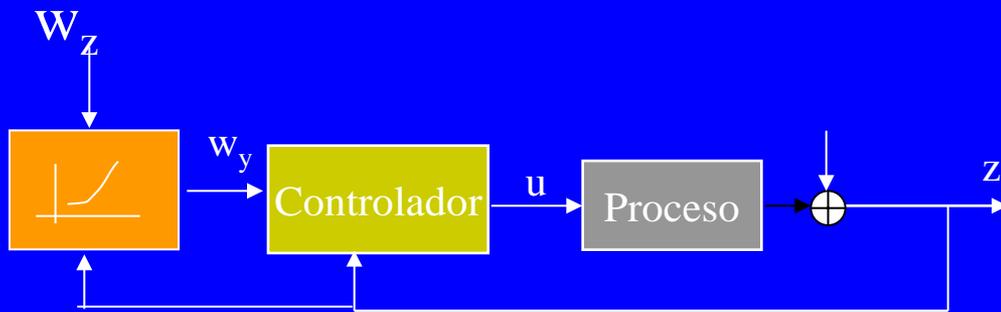
- Como resultado de la identificación No Lineal se tiene:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k$$

$$y_k = Cx_k + Du_k$$

$$z_k = T(y_k)'a$$

Las consignas y y variables en z se recalculan para y , resolviéndose un problema lineal



Series de Volterra

$$y(k) = y_0 + \sum_{i=1}^N a_i u(k-i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=i}^N b_{ij} u(k-i)u(k-j)$$

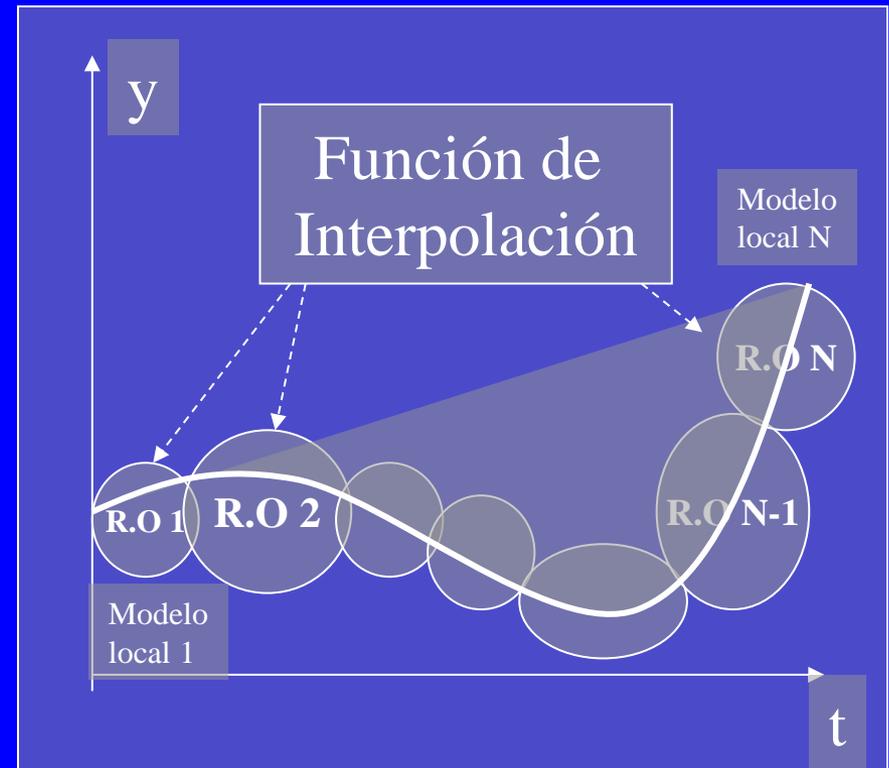
Modelo de segundo orden

Multimodelos

División del espacio de operación en zonas o regímenes de operación

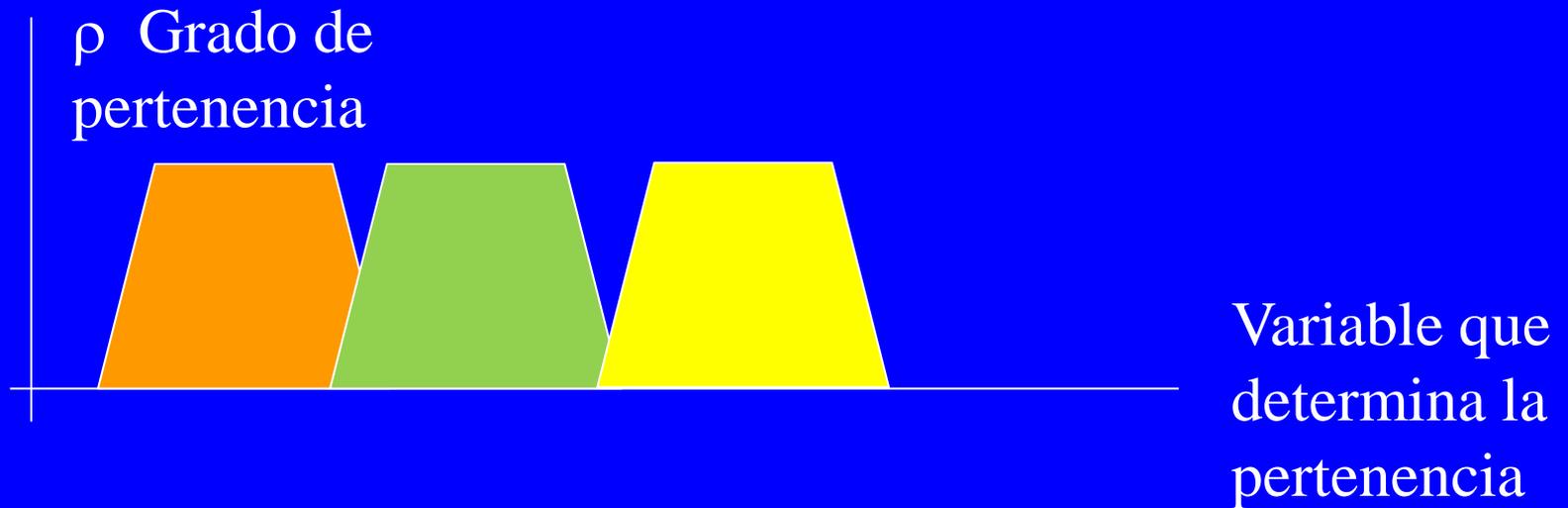
Estimación de un modelo lineal en cada régimen

La salida se considera una cierta combinación con diferentes pesos de los distintos modelos



El establecimiento de regímenes de operación no es trivial

Zonas de operación



Zonas de operación con funciones de pertenencia fuzzy

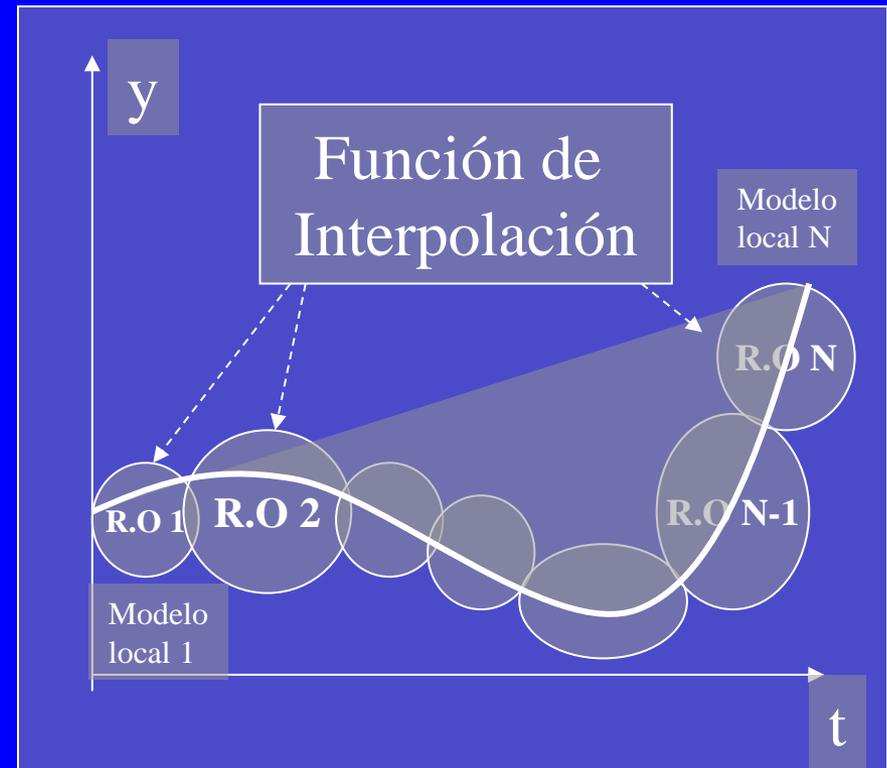
Multimodelos

Cálculo del control para cada modelo de cada zona

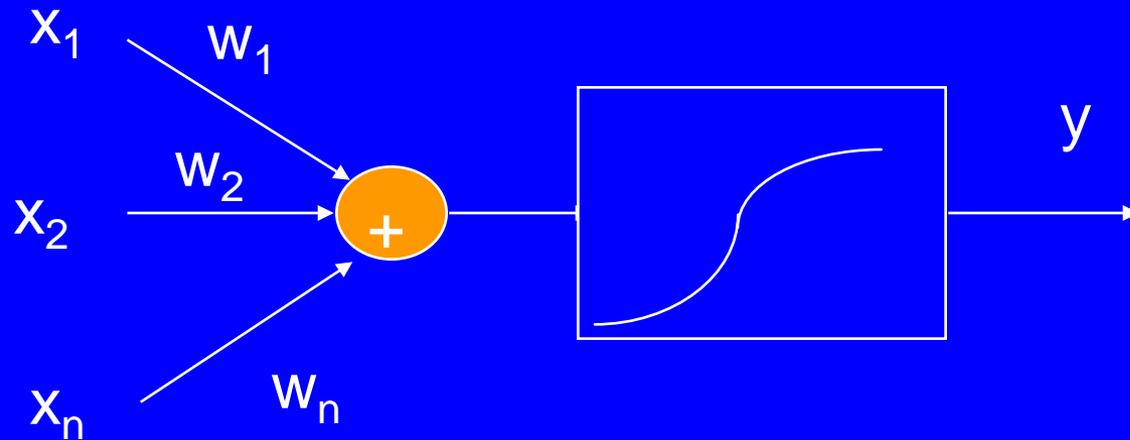
El control resultante se calcula aplicando interpolación Fuzzy a cada resultado

$$y = \sum_{i=1}^N g_i(x, u, \theta_i, t) w_i(z)$$

$$w_i(z) = \frac{\rho_i(z)}{\sum_{j=1}^N \rho_j(z)}$$



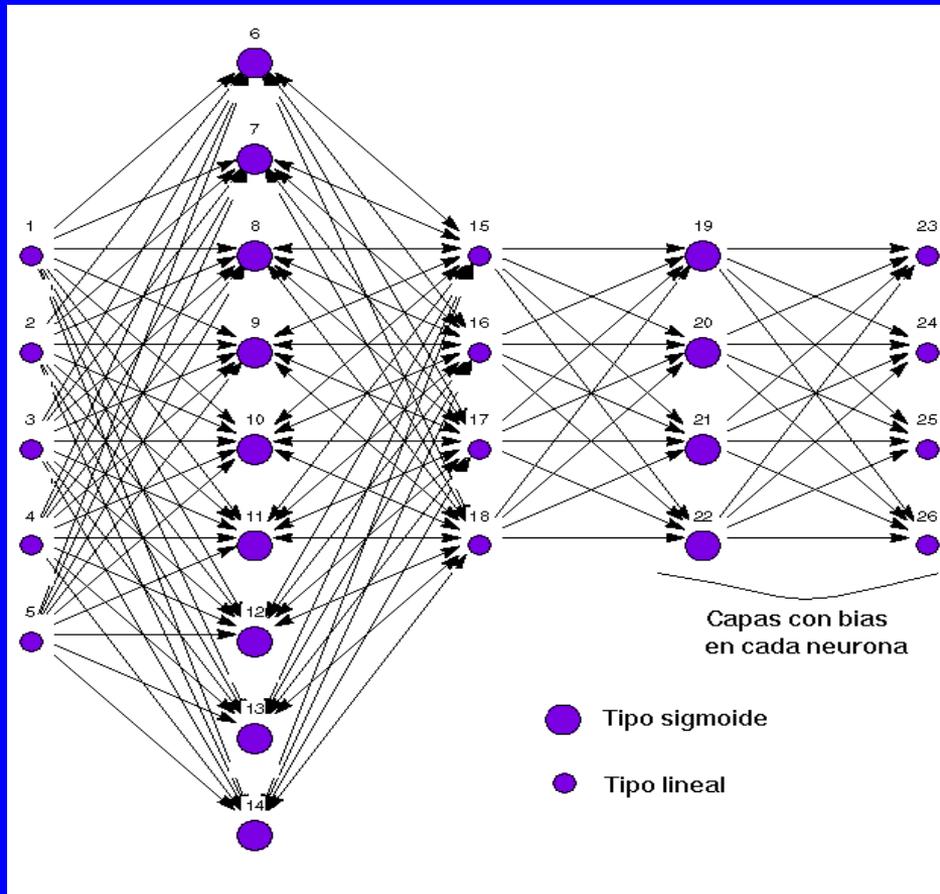
Redes Neuronales



$$y = F(w_1x_1 + w_2x_2 + \dots + w_nx_n)$$

Elemento básico: Neurona

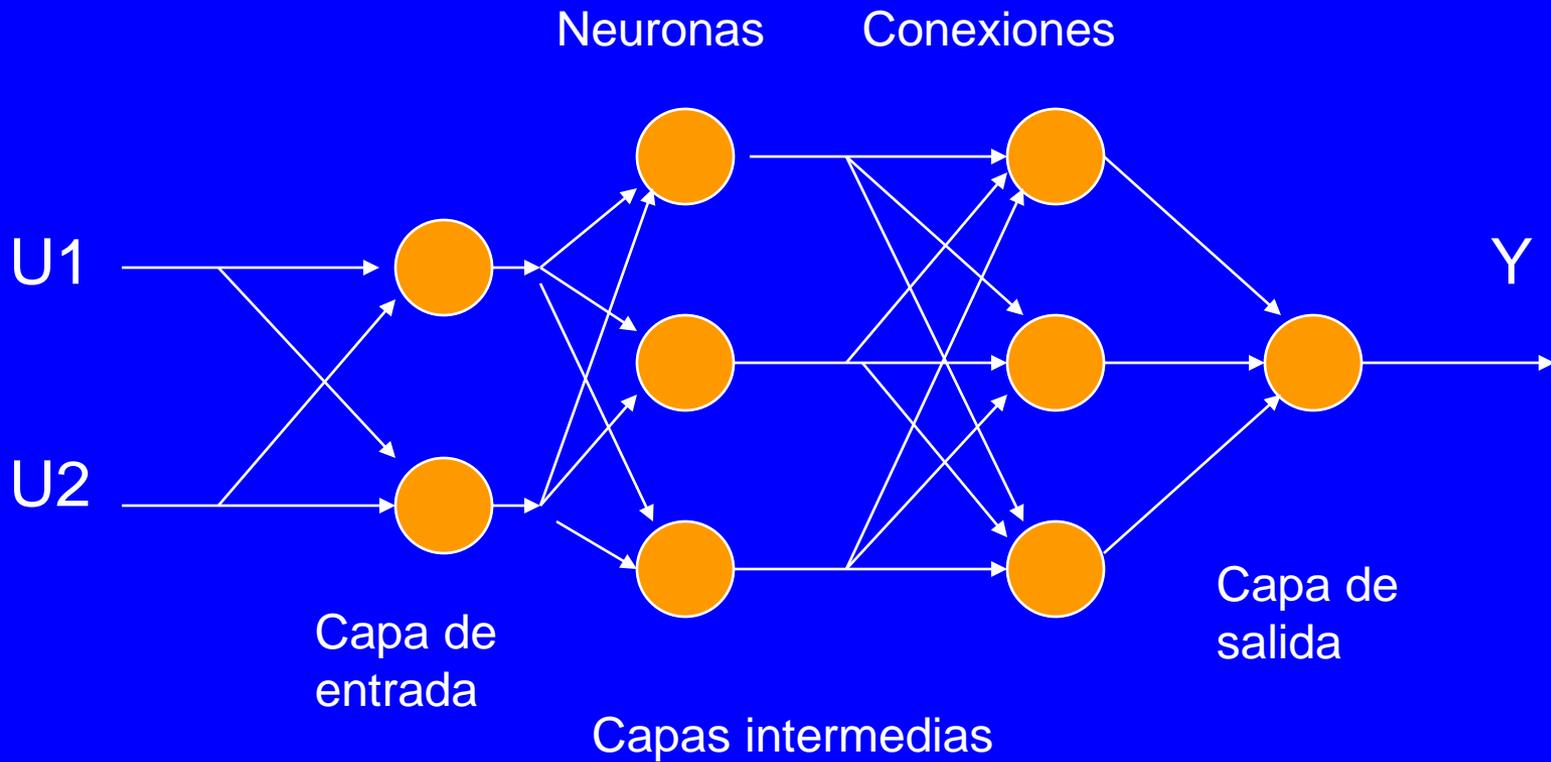
Redes Neuronales



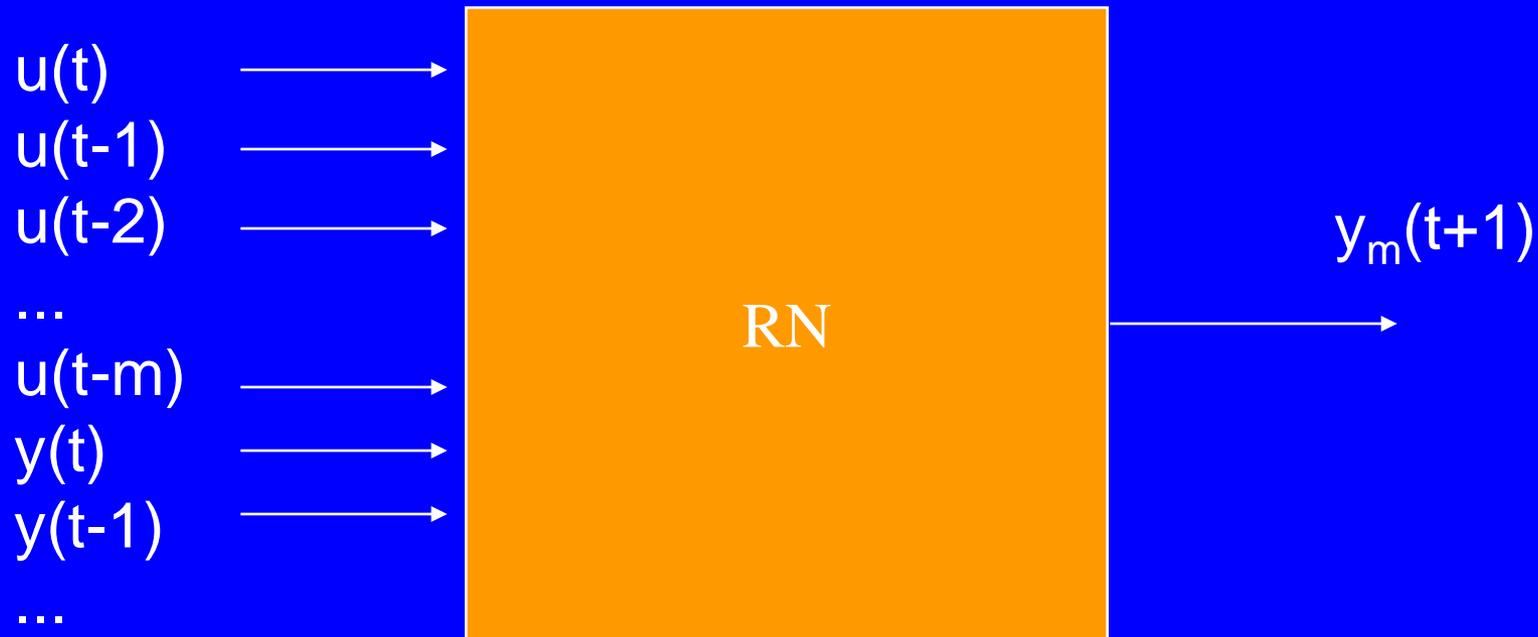
Una red neuronal esta formada por neuronas en paralelo formando capas, que se interconectan en serie.

Una red Neuronal es un aproximador general de funciones no lineales

Redes Neuronales

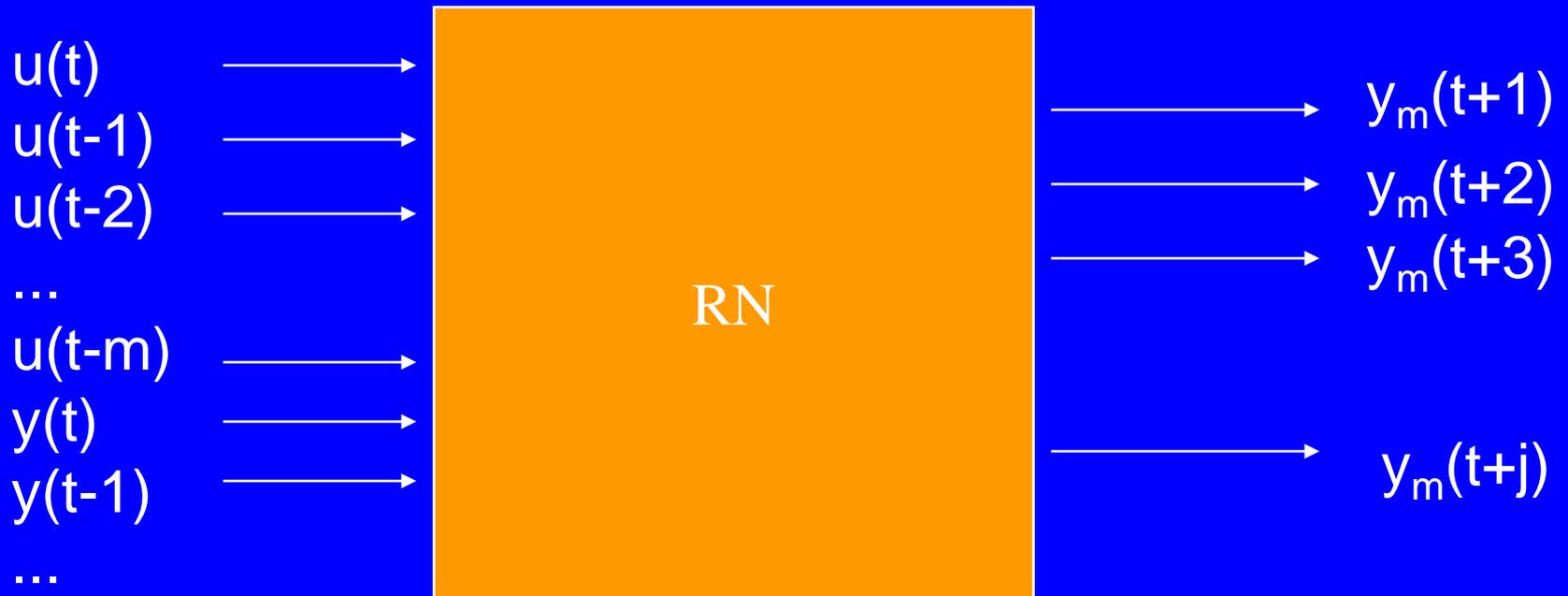


Redes Neuronales Dinámicas



Red no-recurrente. Predicción a un paso

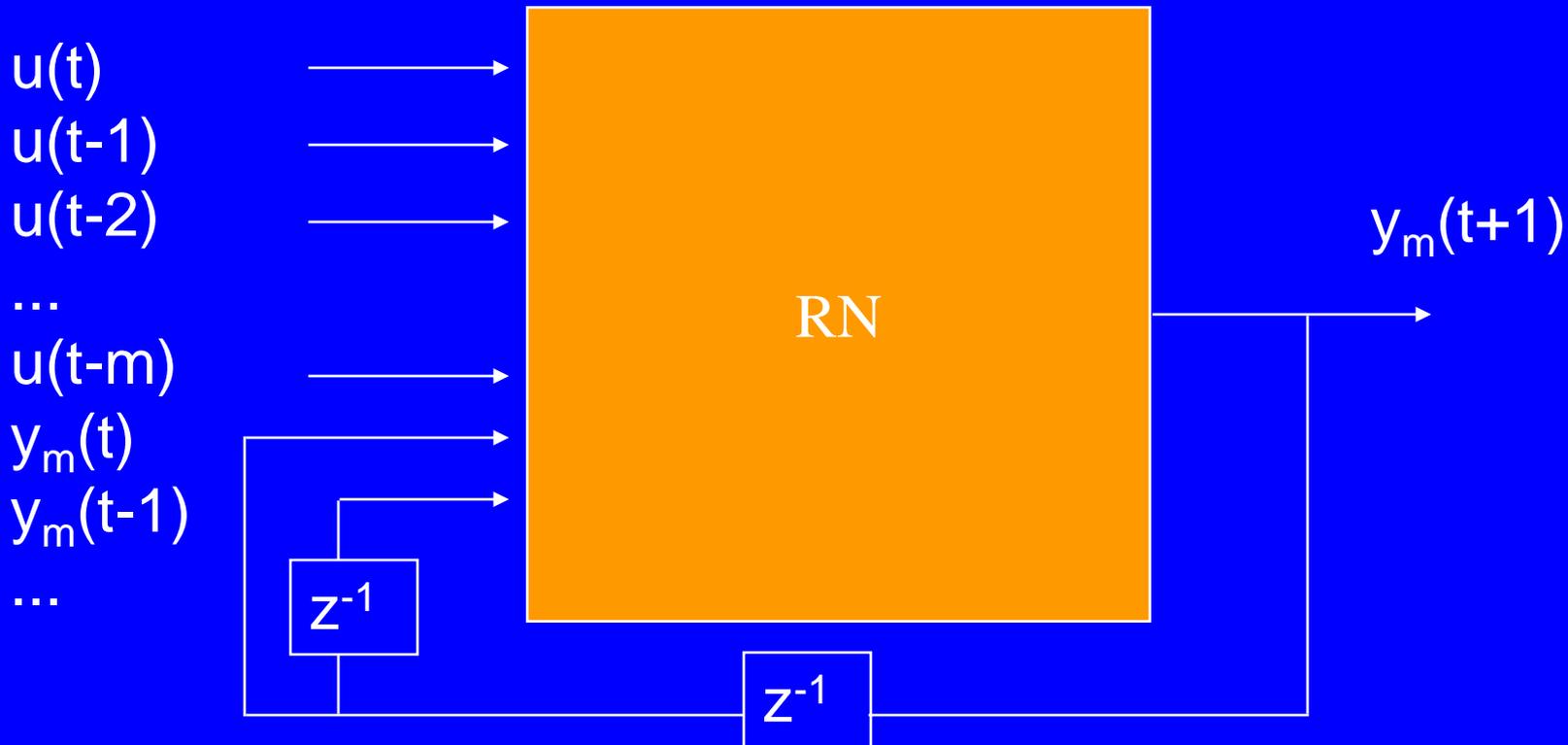
Redes Neuronales Dinámicas



Red no-recurrente. Predicción a j pasos

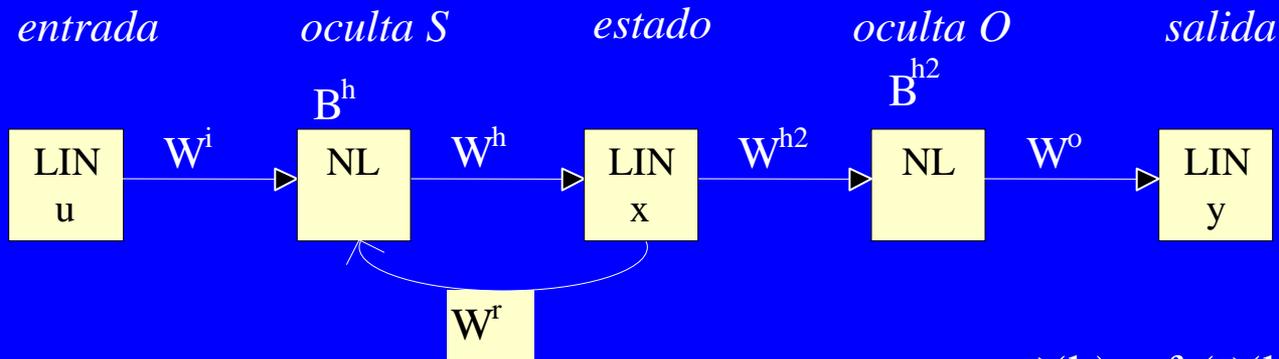
Redes Neuronales Dinámicas

Red recurrente (Modelo independiente)



Red Neuronal con recurrencia interna

- Red Dinámica Neuronal internamente recursiva
- Predicciones recursivas
- Validez limitada al rango de los experimentos



LIN: Elementos de proceso lineales

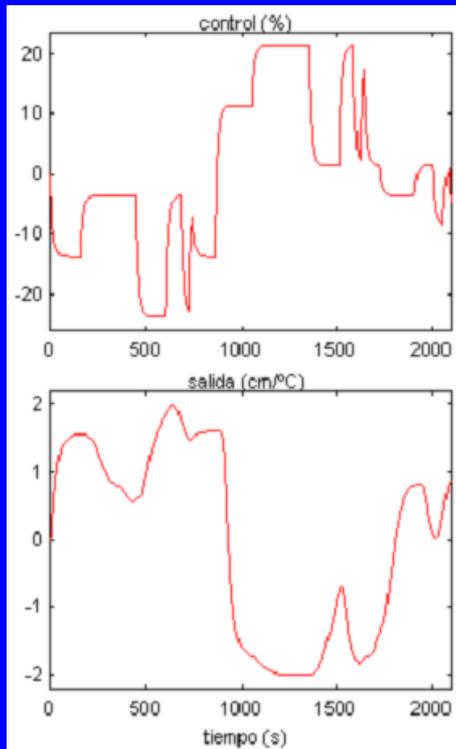
NL: Elementos de proceso no-lineales (sigmoide)

$$\vec{x}(k) = f_1(\vec{x}(k-1), \vec{u}(k-1), \vec{d}(k-1))$$

$$\vec{y}(k) = f_2(\vec{x}(k))$$

Identificación

1 - Identificación de una planta de pH con HIDEN

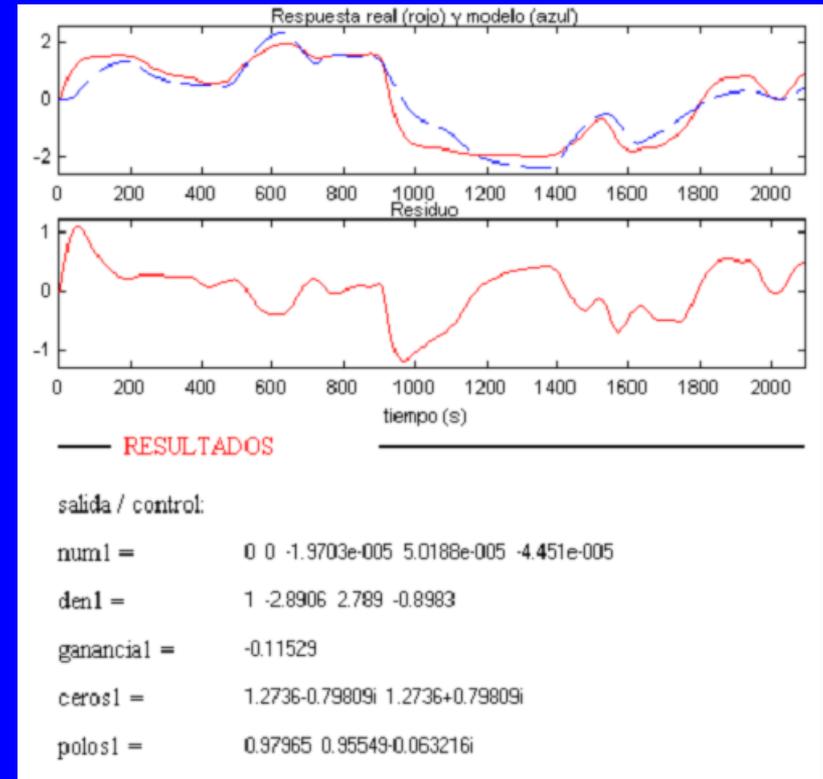


Datos de planta
(Regula)

Min. OE



F.T (q^{-1})

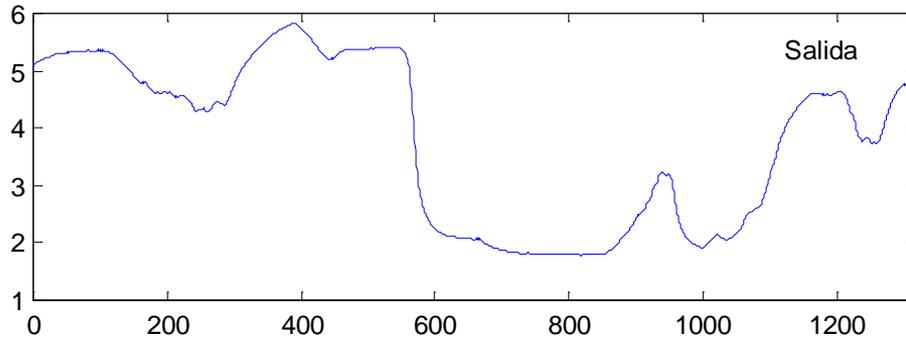


Resultados de la identificación
Sist. No lineal

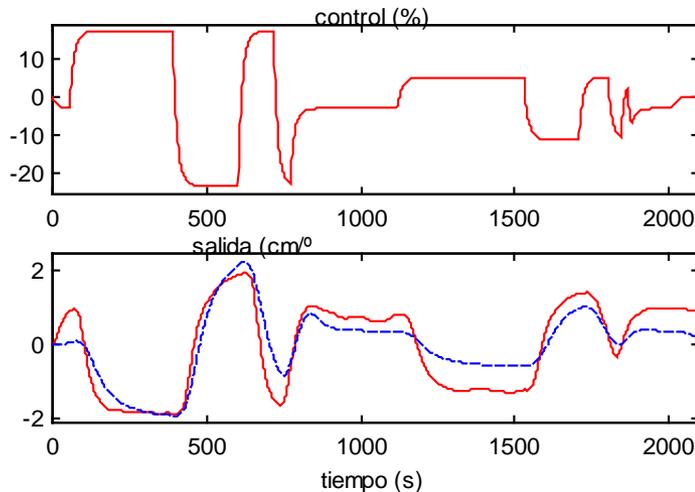
$$pH(q) = -0.11529 \frac{-1.9703e^{-5} + 5.0188e^{-5} \cdot q^{-1} - 4.451e^{-5} \cdot q^{-2}}{1 - 2.8906 \cdot q^{-1} + 2.789 \cdot q^{-2} - 0.8983 \cdot q^{-3}} B(q)$$



Validación

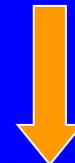


datos en datos3-fil.mat - modelo de la sesión



Comprobación con
datos
distintos a los de
identificación

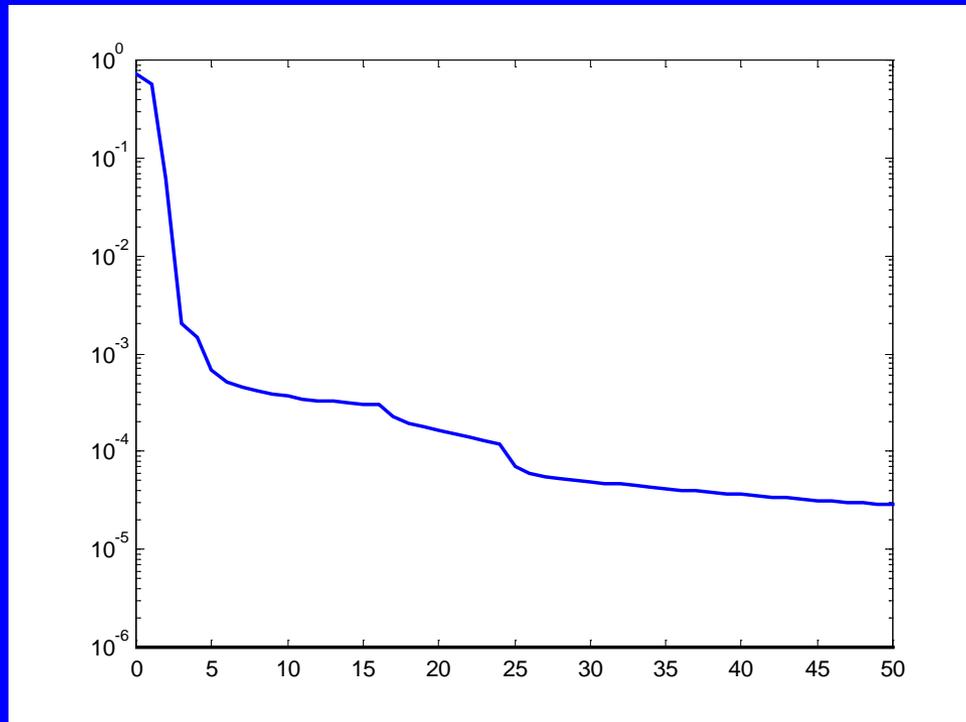
La validación da peores
resultados



Ajuste usando
redes neuronales

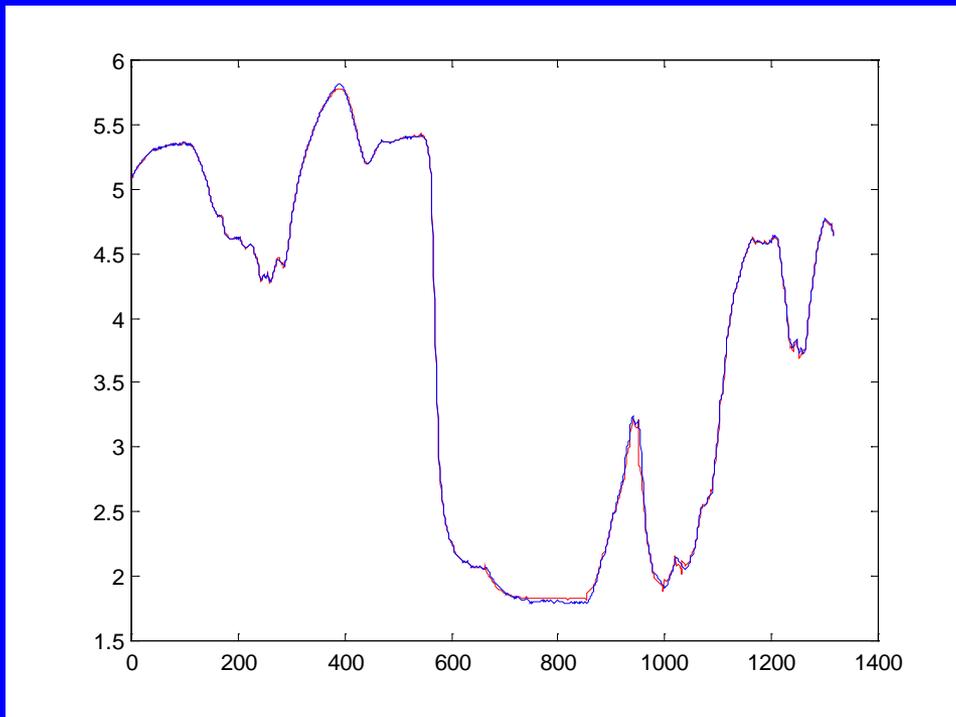
Identificación usando red neuronal (NPC)

- Red neuronal: modelo regresivo no lineal (**NARX**), con la forma:
$$y_{\text{modelo}} = f(y(t-1), \dots, y(t-n), u(t-1), \dots, u(t-m))$$
- Aprendizaje de la red neuronal:



Validación de la red neuronal

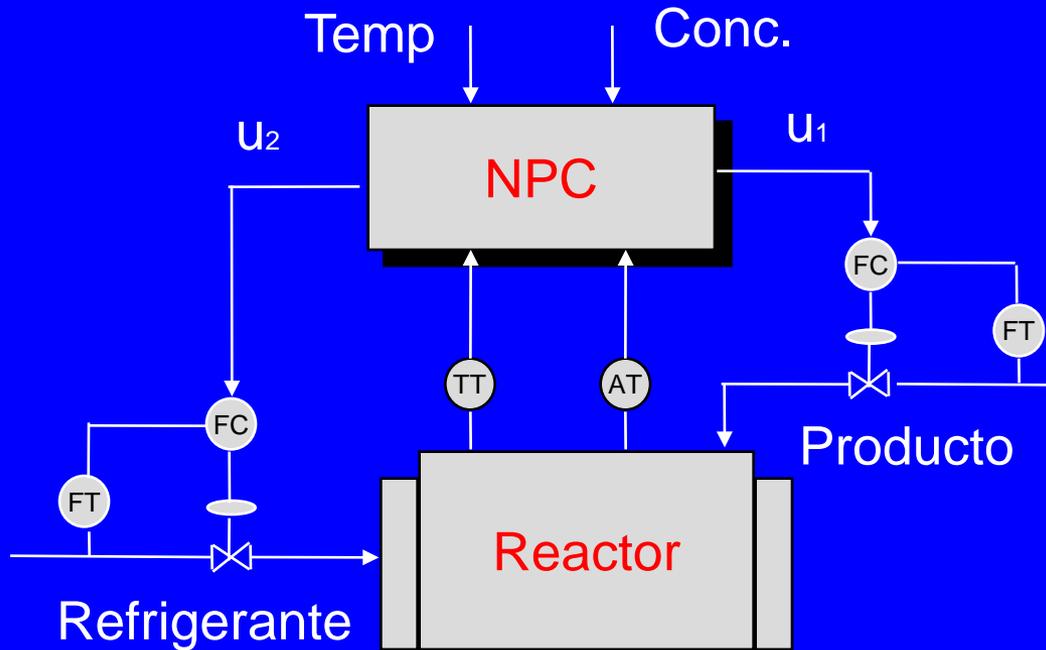
- Resultados excelentes: ajusta el sistema en todo tipo de situaciones: *frecuencias “rapidas”, lentas, aumentos y disminuciones del pH*



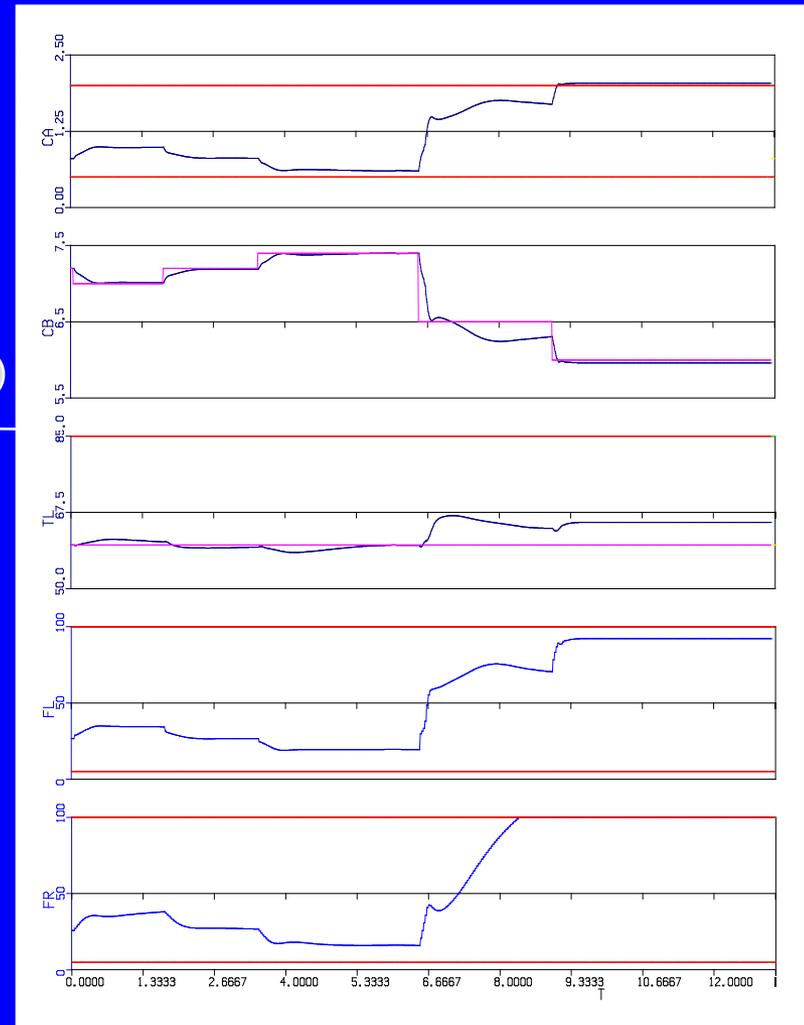
-- Es una opción recomendable para modelar la planta en el rango de trabajo de los experimentos

Puede dar problemas si se quiere extrapolar resultados fuera del rango de los experimentos. No se usa industrialmente

NPC reactor químico $A \rightarrow B$

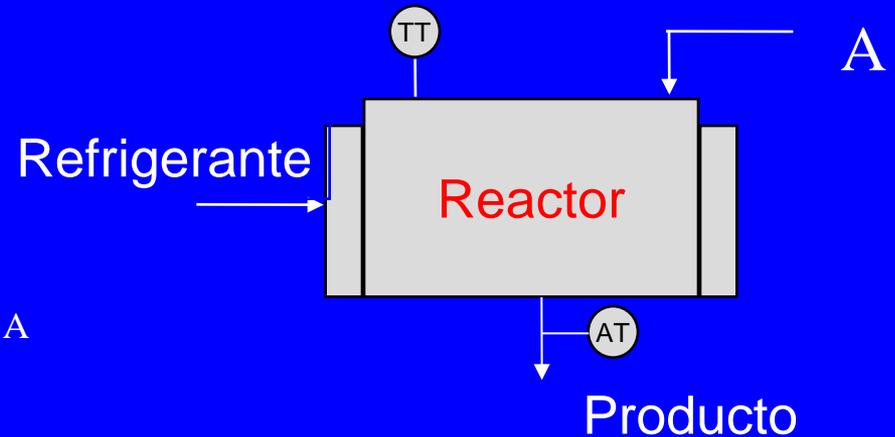


Buenos resultados excepto en la zona intermedia donde los datos de ajuste eran escasos



Modelos de conocimiento

Reactor Químico $A \rightarrow B$



$$V \frac{dc_A}{dt} = Fc_{Ai} - Fc_A - Vke^{-E/RT}c_A$$

$$V \frac{dc_B}{dt} = -Fc_B + Vke^{-E/RT}c_A$$

$$V\rho c_e \frac{dT}{dt} = F\rho c_e T_i - F\rho c_e T + Vke^{-E/RT}c_A \Delta H - UA(T - T_r)$$

$$V_r \rho_r c_{er} \frac{dT_r}{dt} = F_r \rho_r c_{er} T_{ri} - F_r \rho_r c_{er} T_r + UA(T - T_r)$$

NMPC Problemas principales

$$\min_{\Delta u} J = \sum_{j=N_1}^{N_2} [\hat{y}(t+j) - r(t+j)]^2 + \sum_{j=0}^{N_u-1} [\beta \Delta u(t+j)]^2$$

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad y(t) = g(x(t), u(t))$$

$$\underline{y} \leq y(t+j) \leq \bar{y} \quad \underline{u} \leq u(t+j) \leq \bar{u}$$

✓ Problemas de resolución numérica

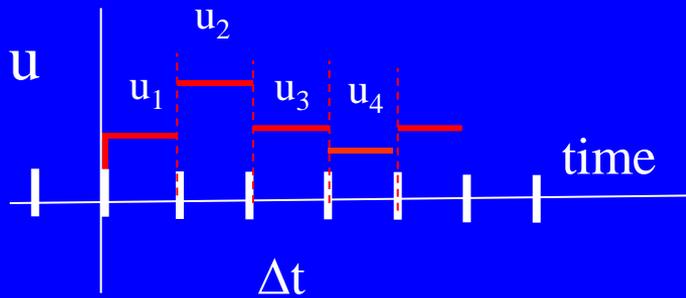
- Simulación
- Resolución directa

✓ Problemas de estimación de estados

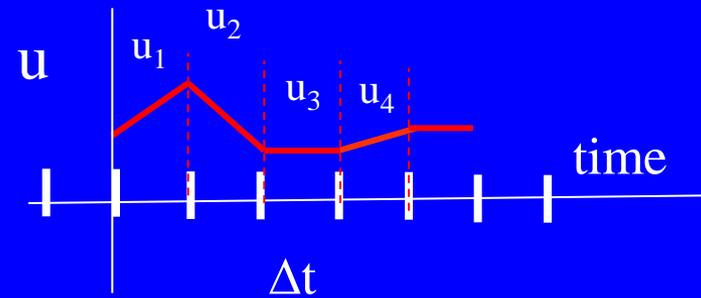
NMPC Técnicas de solución

- Optimización directa por simulación
- Conversión a NLP por discretización de estados y controles
- Linealización sobre una trayectoria
- Linealización por realimentación
- PPC
- ,....

Parametrization



$$u_i = p_i$$



$$u_i = p_i t + b_i$$

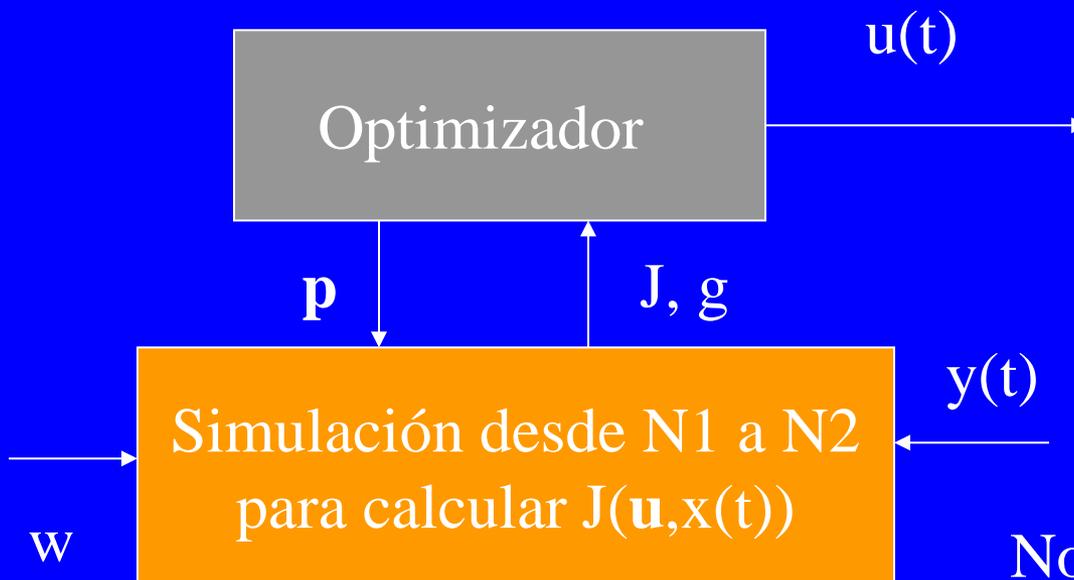
$$\min_p J(p) = \int_0^T L(x, u(p)) dt$$

$$F(\dot{x}, x, u(p)) = 0$$

$$g(x, u(p)) \leq 0$$

Resolución con simulación

$$\min_p J(p) = \int_0^T L(x, u(p)) dt$$
$$F(\dot{x}, x, u(p)) = 0$$
$$g(x, u(p)) \leq 0$$



No facilita la imposición de restricciones sobre x o y

Discretización

$$\begin{aligned} \min_p \quad & J(p) = \int_0^T L(x, u(p)) dt \\ & F(\dot{x}, x, u(p)) = 0 \\ & g(x, u(p)) \leq 0 \end{aligned}$$

Discretizar las ecuaciones del modelo

$$F(\dot{x}, x, u(p)) = 0$$



$$F\left(\frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}, x(t + \Delta t), t + \Delta t\right) = 0$$

$$\int_0^T L(x, u(p)) dt$$



$$\sum_{j=0}^N [L(x(j), u(j, p))] \Delta t$$

Resolución simultanea

$$\begin{aligned} \min_p \quad & J(p) = \int_0^T L(x, u(p)) dt \\ & F(\dot{x}, x, u(p)) = 0 \\ & g(x, u(p)) \leq 0 \end{aligned}$$



$$\min_{p,x} \quad J = \sum_{j=0}^N [L(x(j), u(j, p))] \Delta t$$

$$F(x(1), x(0), u(0, p)) = 0$$

$$F(x(2), x(1), u(1, p)) = 0$$

$$F(x(3), x(2), u(2, p)) = 0$$

.....

$$F(x(N), x(N-1), u(N-1, p)) = 0$$

✓ El número de variables de decisión (y ecuaciones) se incrementa a $p + x(0), \dots, x(N)$

✓ Se facilita el cálculo de gradientes y el tratamiento de las restricciones de camino

✓ La discretización puede ser difícil (colocación ortogonal)

$$g(x(0), u(0, p)) \leq 0$$

$$g(x(1), u(1, p)) \leq 0$$

$$g(x(2), u(2, p)) \leq 0$$

$$g(x(N-1), u(N-1, p)) \leq 0$$

Todas las x y p son variables independientes

Se resuelve con software NLP

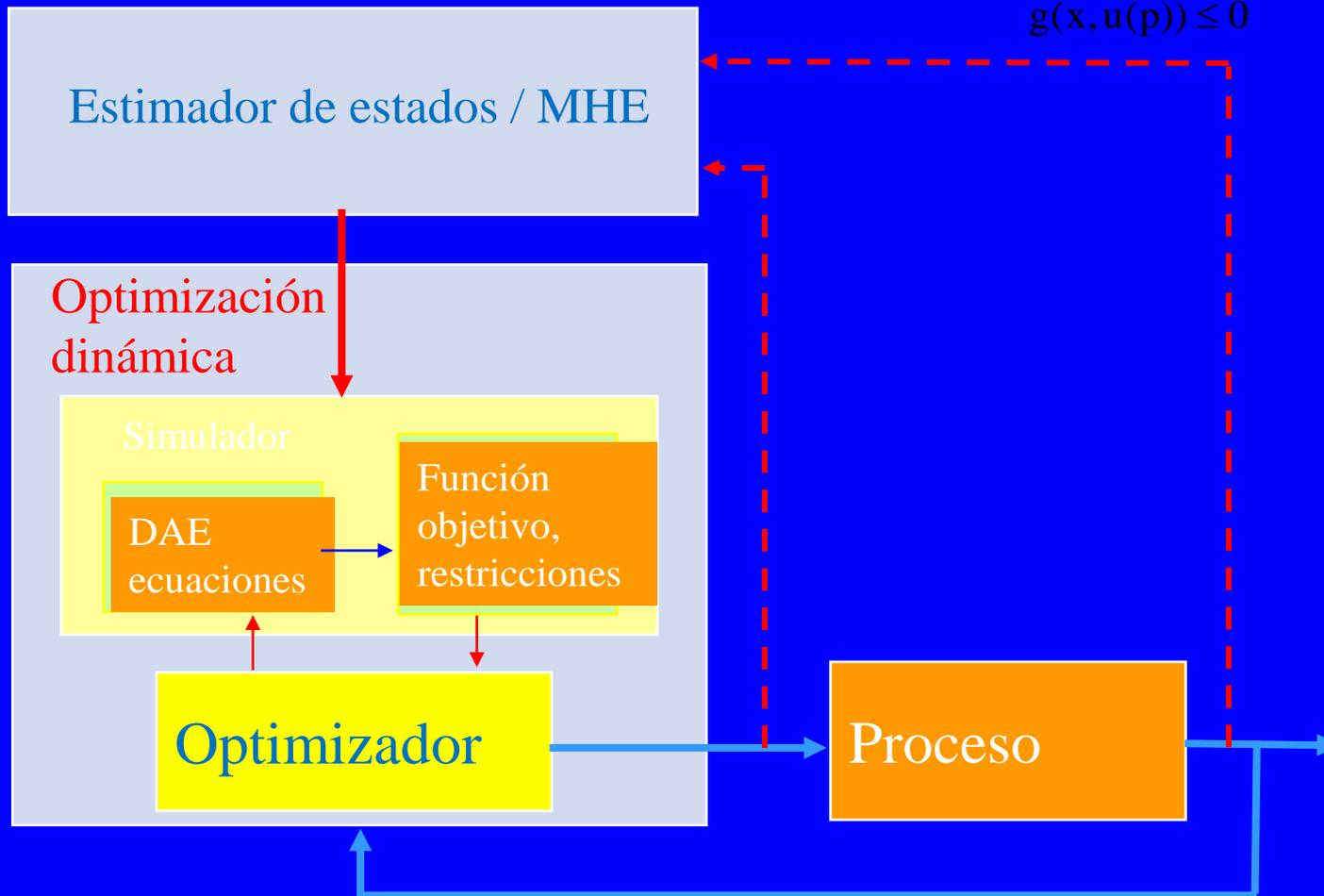
MPC + MHE

$$\min_p J(p) = \int_0^T L(x, u(p)) dt$$

$$F(\dot{x}, x, u(p)) = 0$$

$$g(x, u(p)) \leq 0$$

$$x(0) = x_p$$



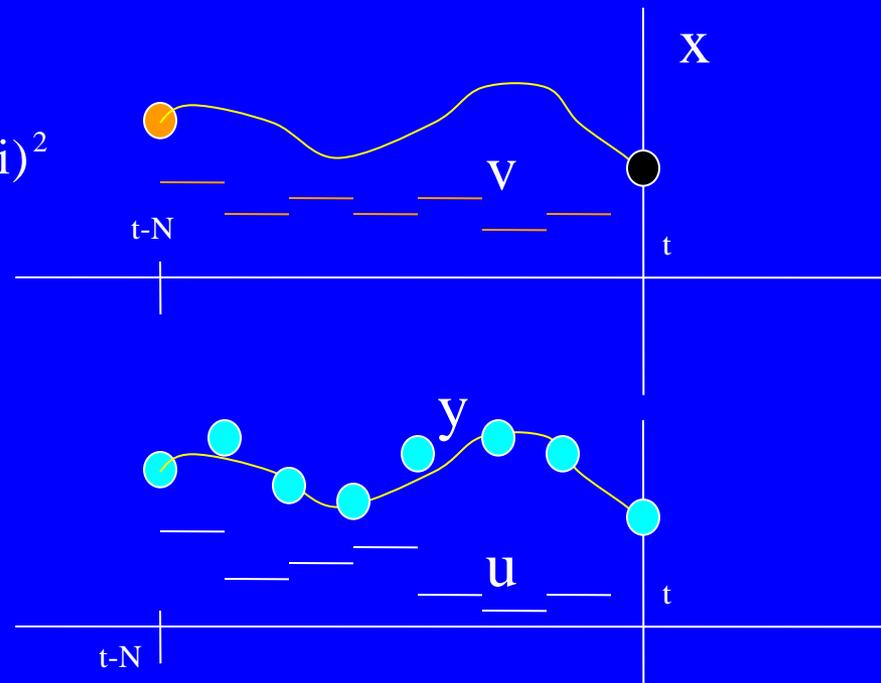
Estimación de estados con horizonte deslizante MHE

$$\min_{x_{t-N}, v_i} \sum_{i=0}^N [y(t-i) - y_m(t-i)]^2 + \gamma v(t-i)^2$$

$$x(t+1) = f(x(t), u(t), v(t))$$

$$y(t) = g(x(t), u(t))$$

$$L_v \leq v(t-i) \leq L_v$$



¿Qué estado inicial pasado en $t-N$ y que mínimas perturbaciones $v(t-i)$ harían evolucionar el sistema de la forma mas próxima a la que lo ha hecho al aplicarle los controles que le han sido aplicados?

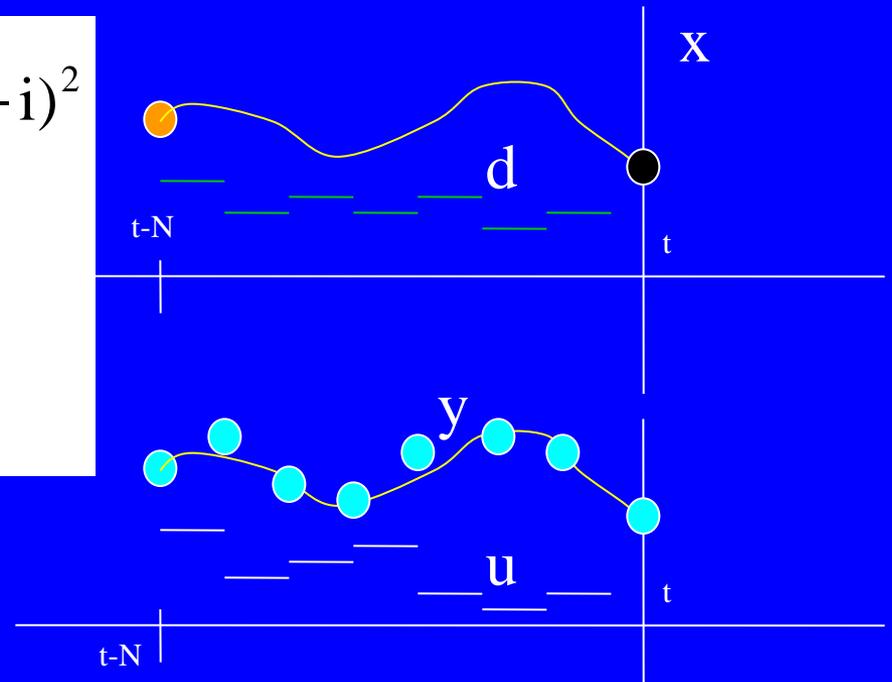
Moving Horizon Estimation (MHE)

$$\min_{x_{t-N}, d_i} \sum_{i=0}^N [y(t-i) - y_m(t-i)]^2 + \gamma d(t-i)^2$$

$$F(\dot{x}(t), x(t), u(t), d(t)) = 0$$

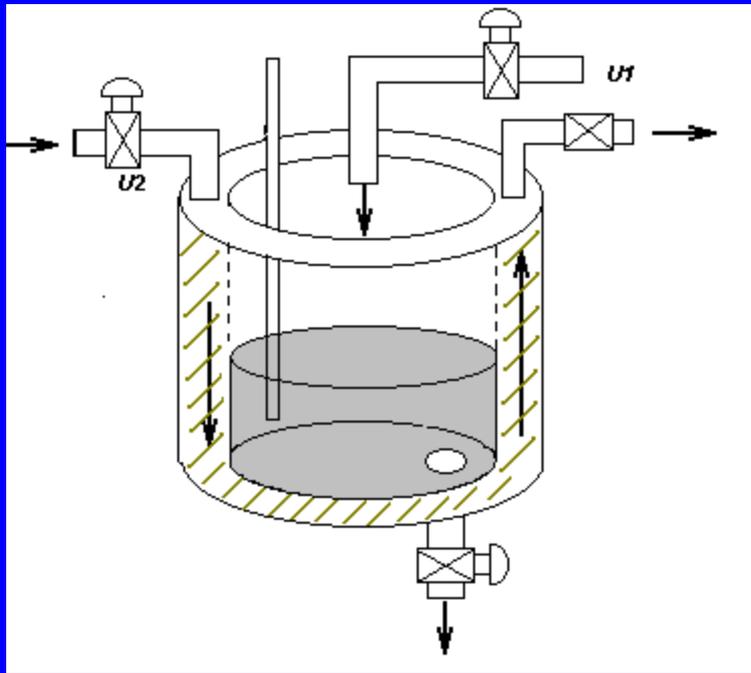
$$y(t) = g(x(t), u(t))$$

$$L_v \leq d(t-i) \leq L_v \quad i = 1, \dots, N$$



Una vez que se han calculado los valores óptimos de $x(t-N)$ y de $d(t-N), d(t-N+1), \dots, x(t)$ puede estimarse por simulación del modelo comenzando en $x(t-N)$ y aplicando entradas $u(t-N), u(t-N+1), \dots$ y perturbaciones $d(t-N), d(t-N+1), \dots$

Reactor de Van der Vusse

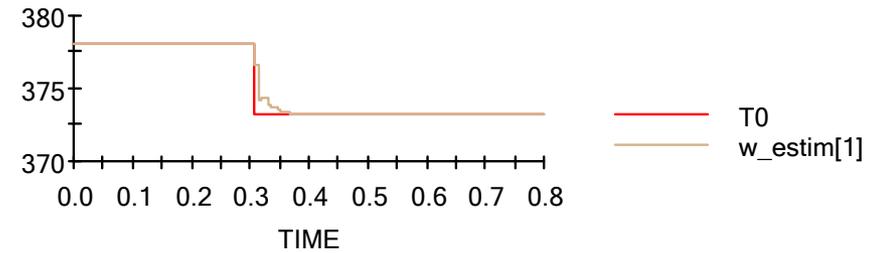
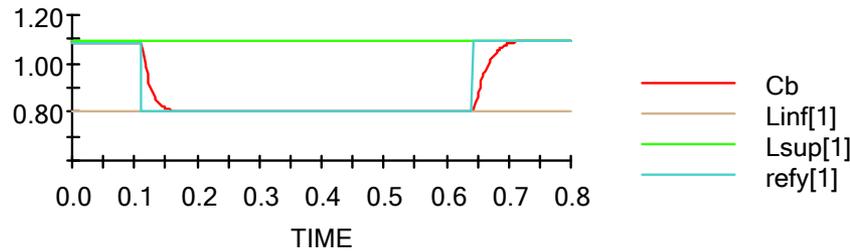
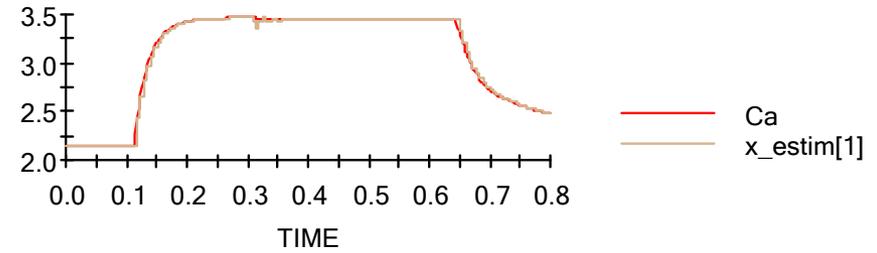


Reactor altamente no lineal y difícil de controlar



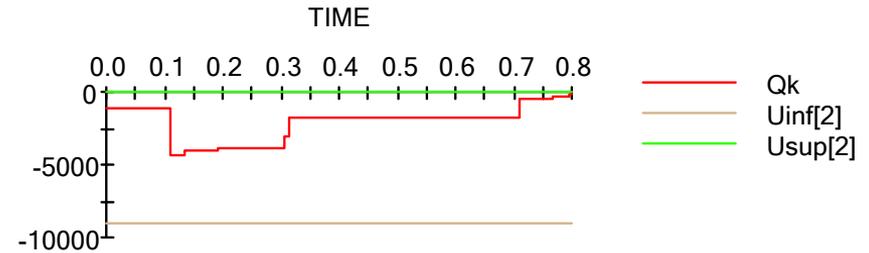
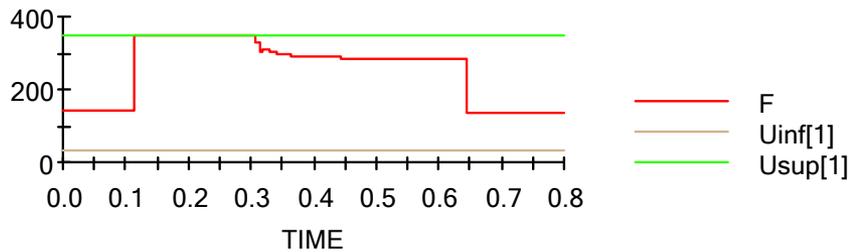
C_A estimada

NMPC



Concentración

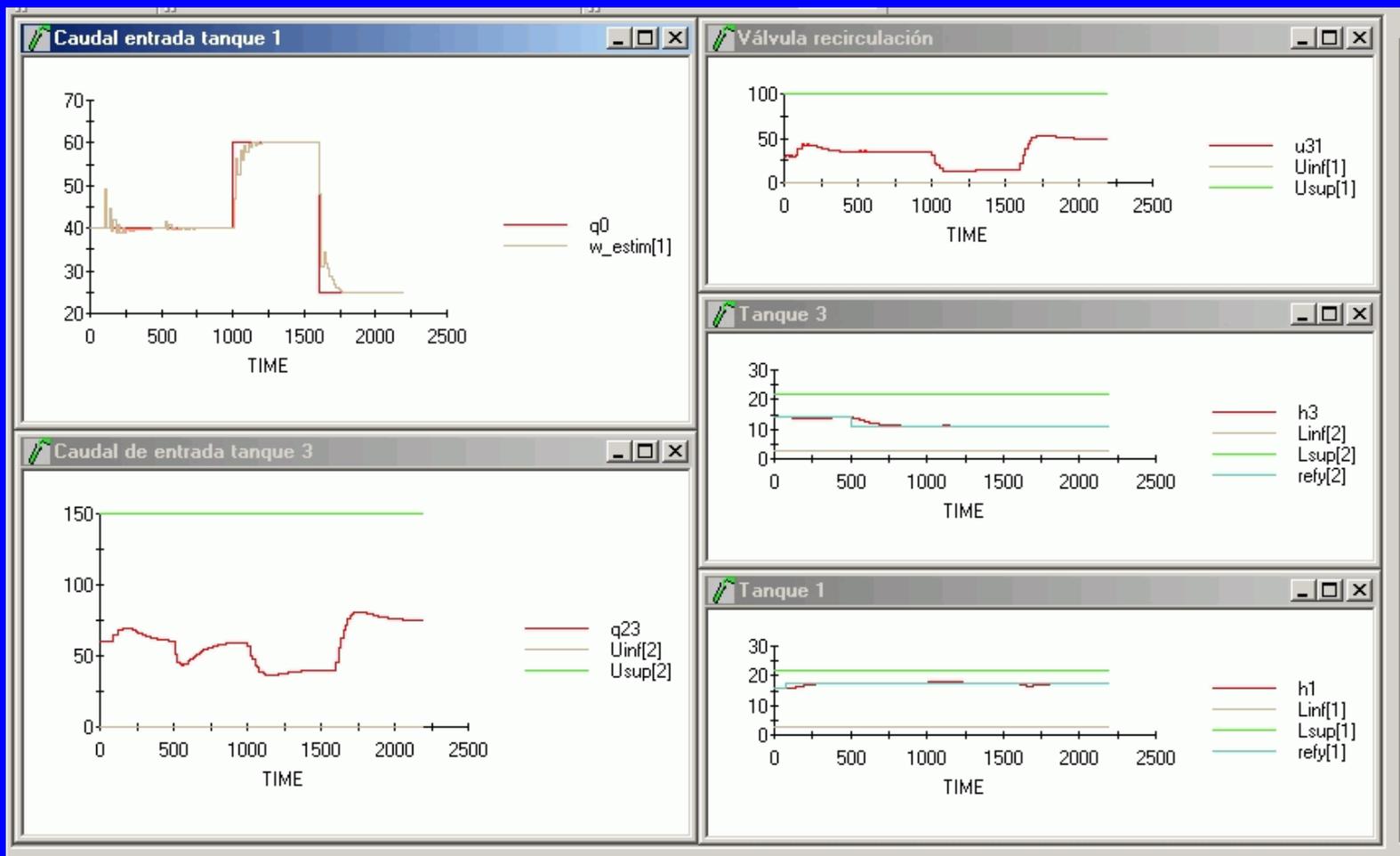
Temp. Entr. estimada



Flujo producto

Calor transferido

Depósitos

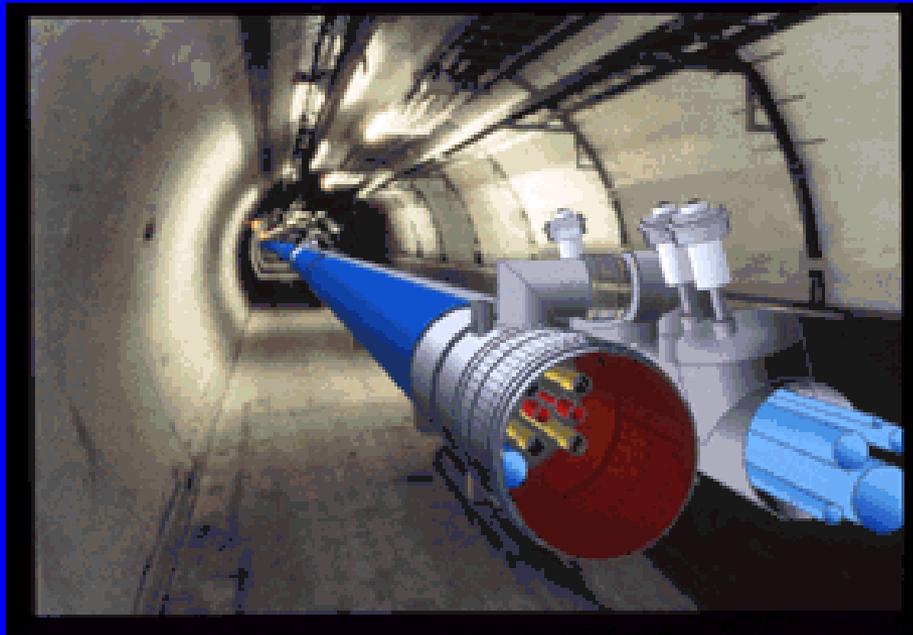


Proyecto LHC

- LHC: Large Hadron Collider
- Nuevo acelerador de partículas del CERN
- 1500 imanes superconductores para el guiado de partículas
- helio a 1.8K



Aceleradores de partículas



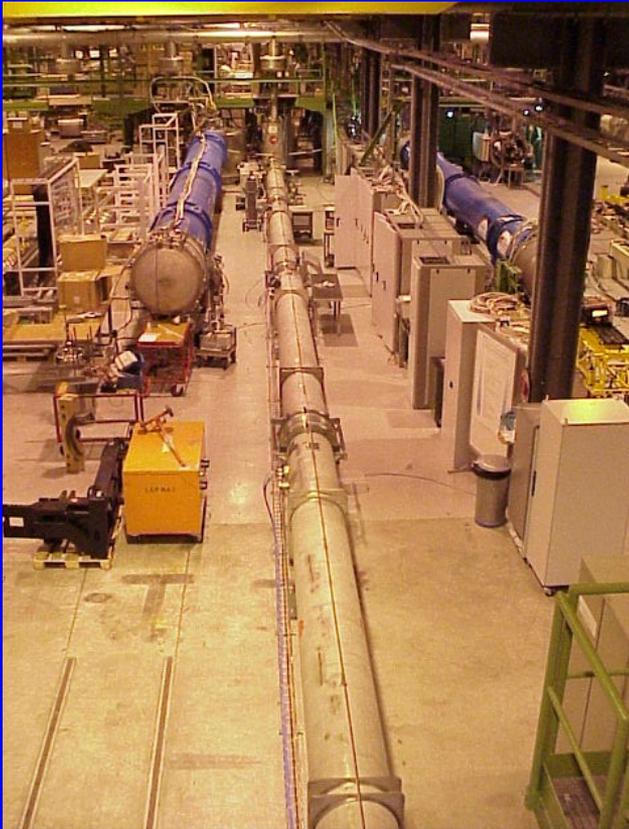
String Test



Inner triplet

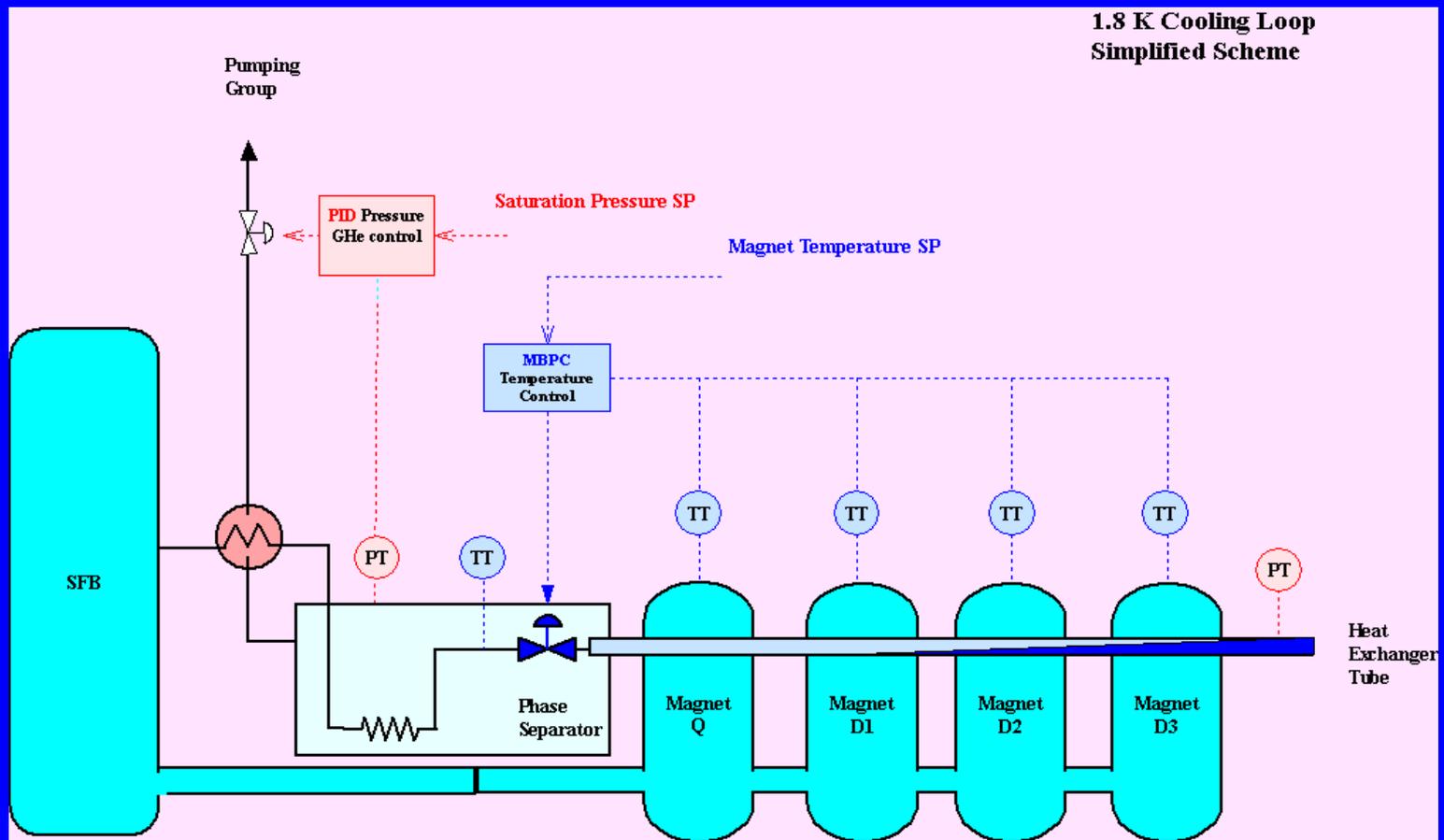


Acelerador LHC-CERN



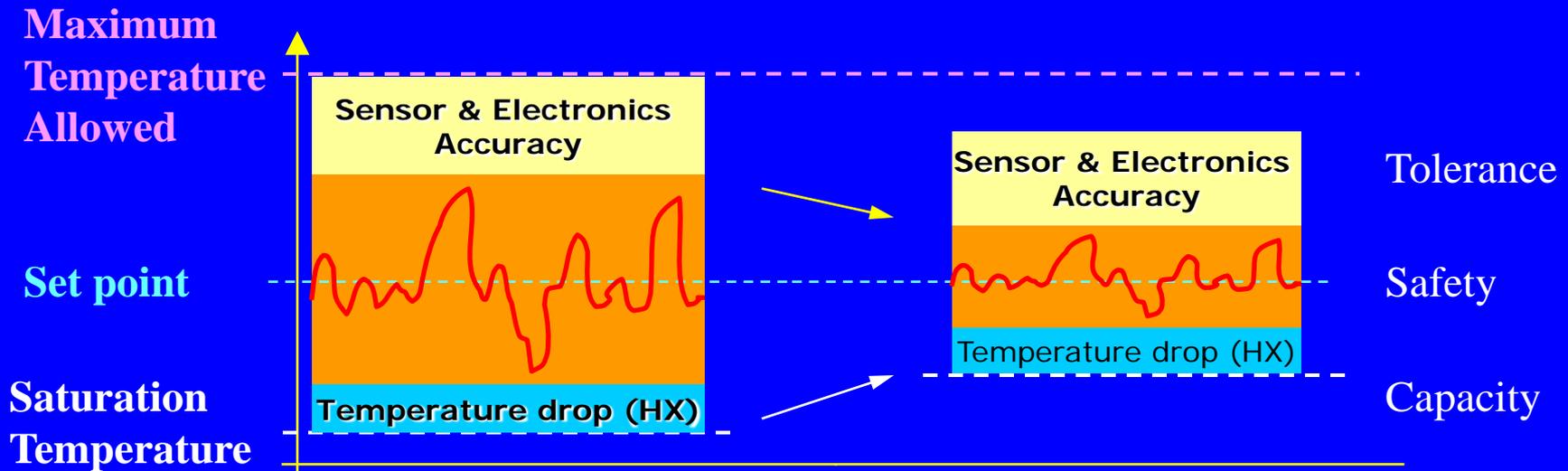
- Control de temperatura de los imanes superconductores
- Operación bajo 2K
- Desviación máxima 40mK
- PC + PLCs M7, S5 de Siemens
- String-1 y US loop

String Temp < 2K



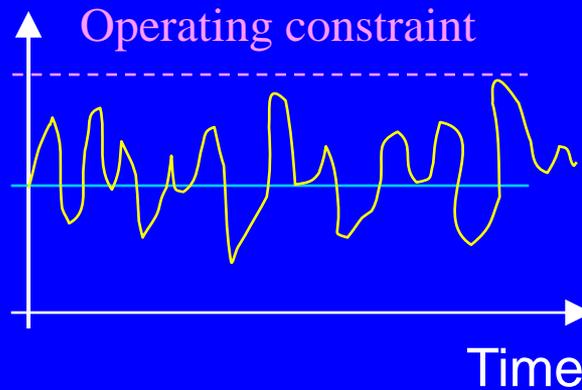
Objetivos

- Reducing temperature variability, squeezing the control band and place it optimally.



Objetivos

Trabajar con menor
coste



Puede desplazarse
el SP si se reduce
la variabilidad



Modelo del LHC 1.8 K Cooling Loop

- Balances de masa y Energia

$$m_{cm} \cdot \frac{d}{dt} (Cp(T_{mag}) \cdot T_{mag}) = Q_{ss} - q_{cool}$$

$$q_{cool} = H \cdot A_w \cdot (T_{mag} - T_{sat})$$

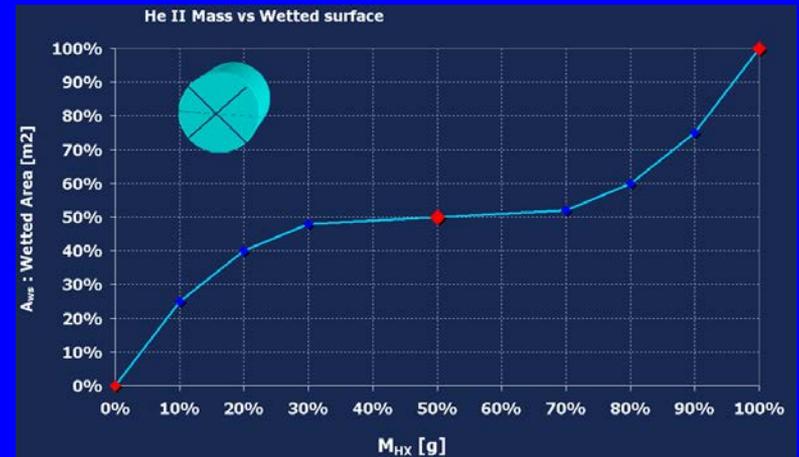
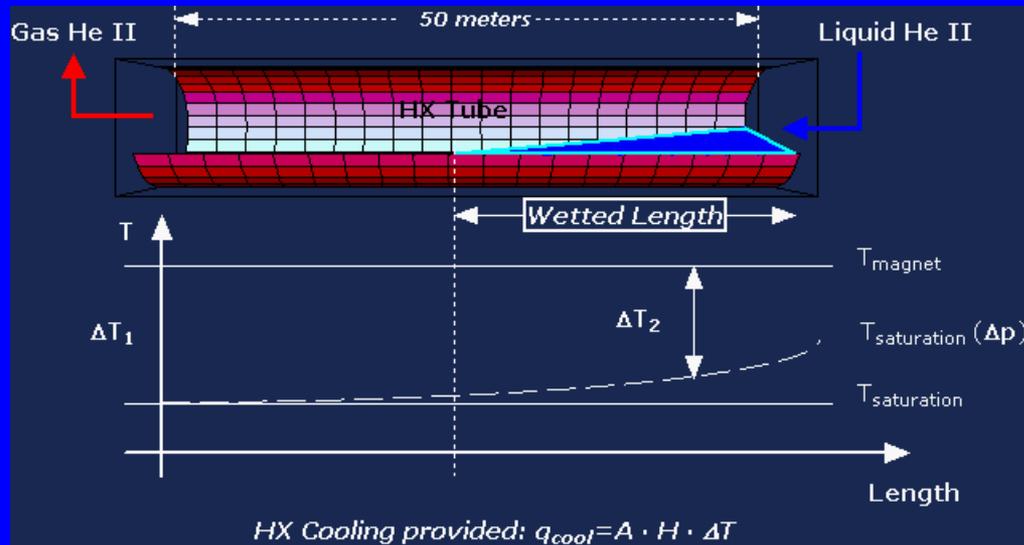
$$\frac{dm_{hx}}{dt} = f_{in} - f_{out} - f_{vap}$$

$$\Delta p = f \frac{\rho \mu_m^2}{2D} \int_{x_1}^{x_2} dx$$

- Variable Controlada
 - Temperatura del iman
- Variable Manipulada
 - JT valvula
- Variables no medidas
 - Masa de He II en el tubo
 - Flujos
- Perturbaciones
 - Cargas de calor

No linealidades

Dificultades: Respuesta inversa, retardo variable, ganancia variable

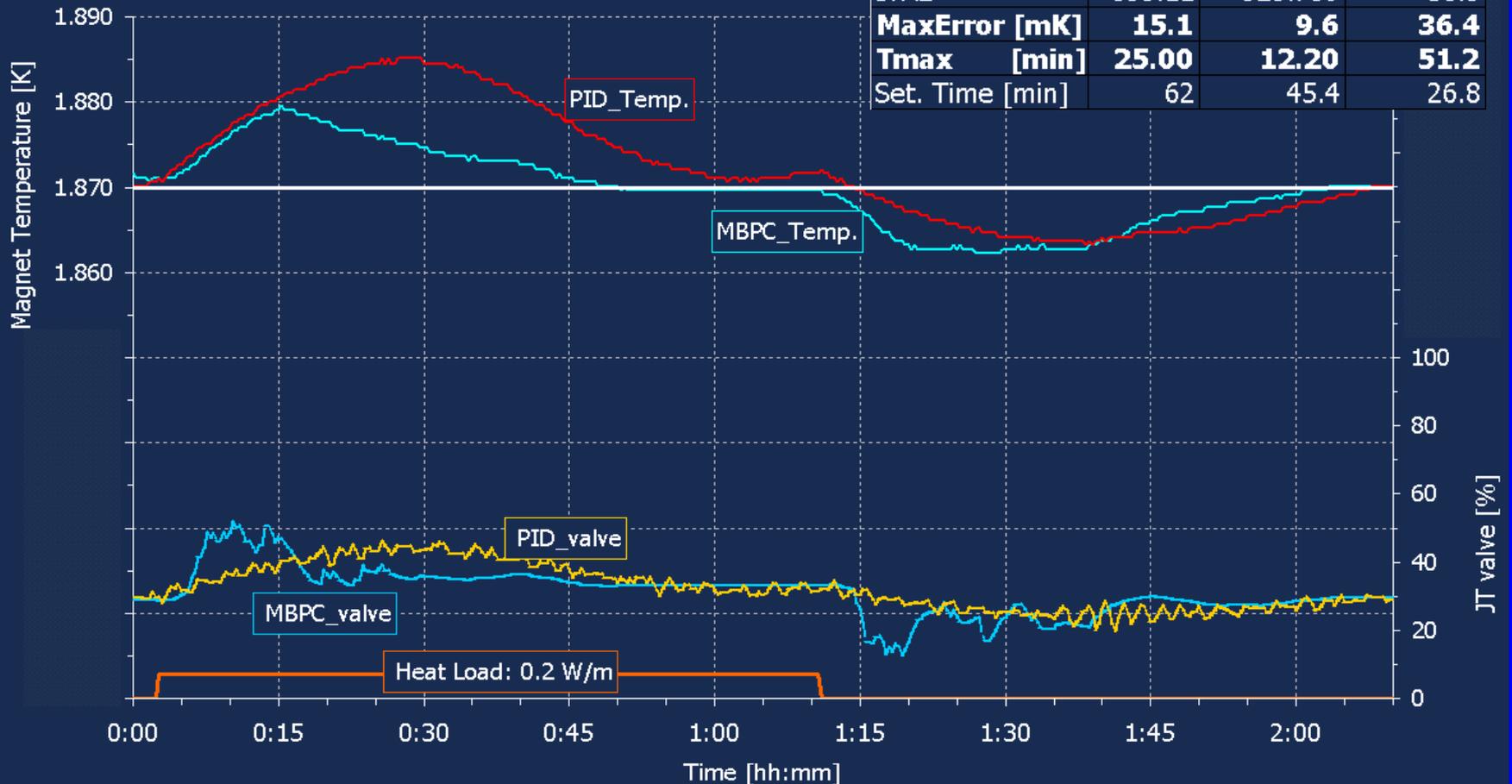


PI - MBPC lineal

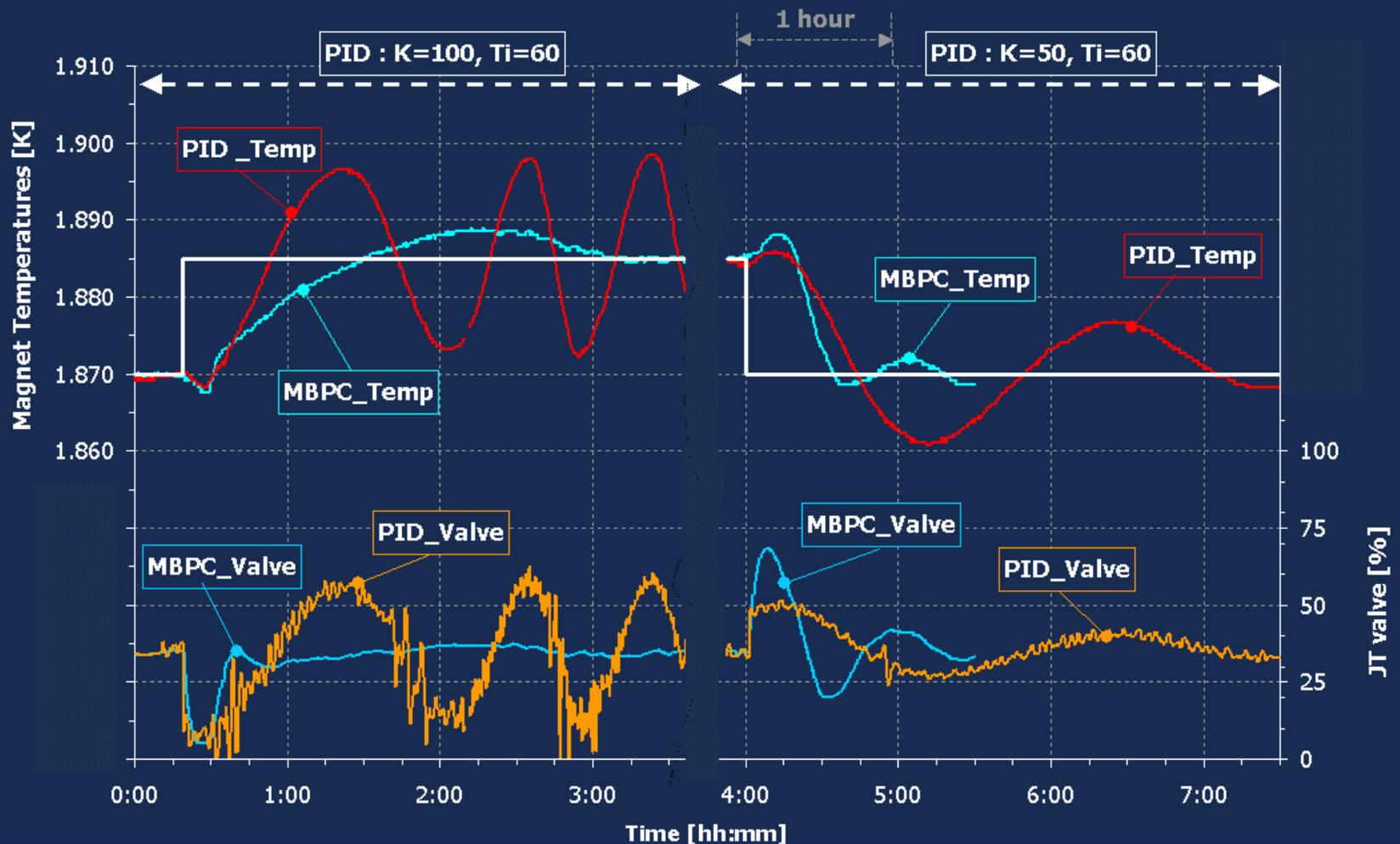
PID-MBPC Comparison

Heat Load (0.2 W/m)

MBPC: [20,55,7,0.01]; $T=(1-0.98q^{-1})^2$



PI - MBPC lineal



MPC no lineal

- Nonlinear Predictive Controller

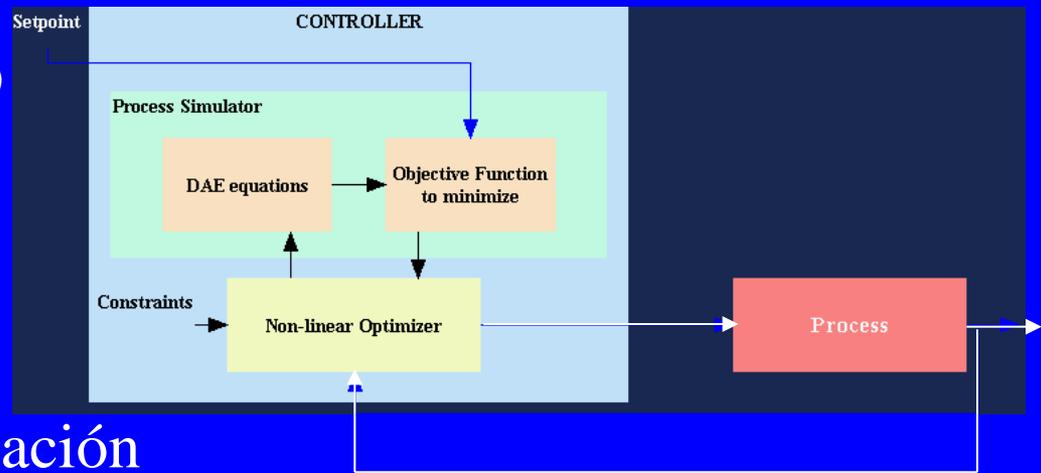
$$\min_{u(t), \dots, u(t+N_u-1)} \int_t^{t+N_2 \cdot T} [y(\tau) - w(\tau)]^2 d\tau + \beta \sum_{i=0}^{N_u-1} \Delta u(t+i)^2$$

Discretización de la variable manipulada

$$\frac{d}{dt} x(t) = f(x(t), u(t), v(t))$$

$$y(t) = g(x(t)) + \zeta$$

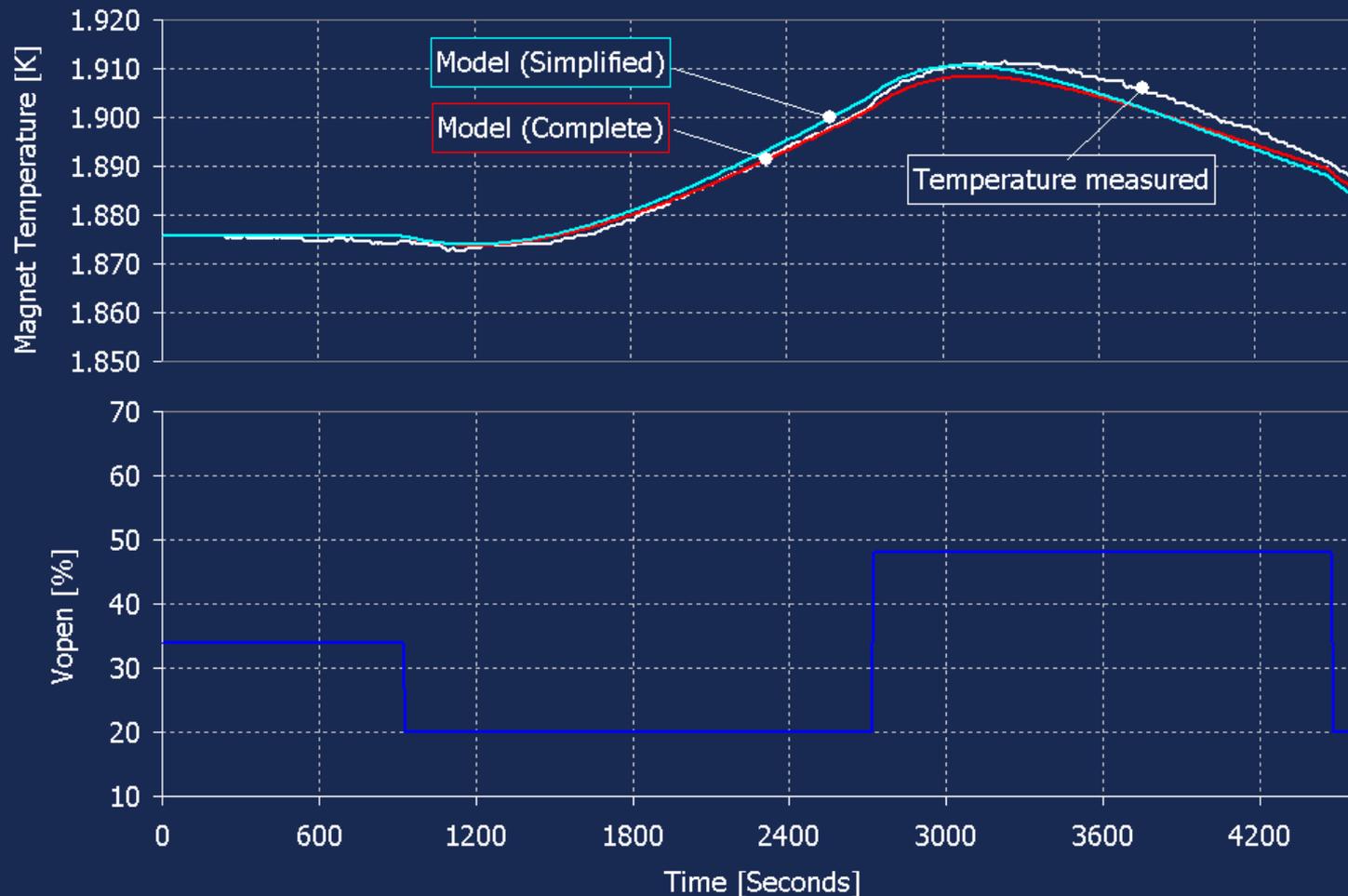
Ecuaciones continuas (DAE)



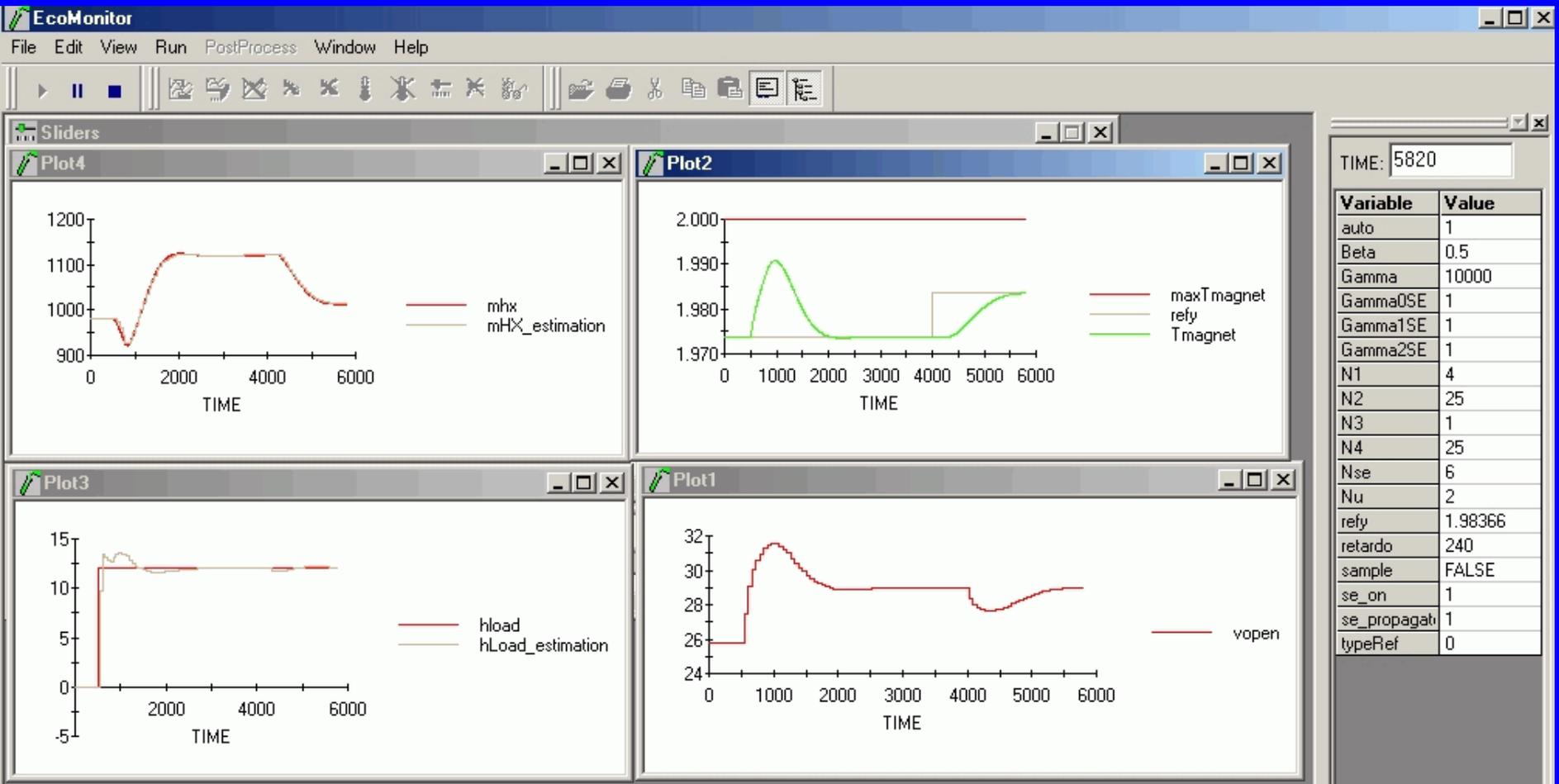
- Probado primero en simulación

Modelo interno no lineal

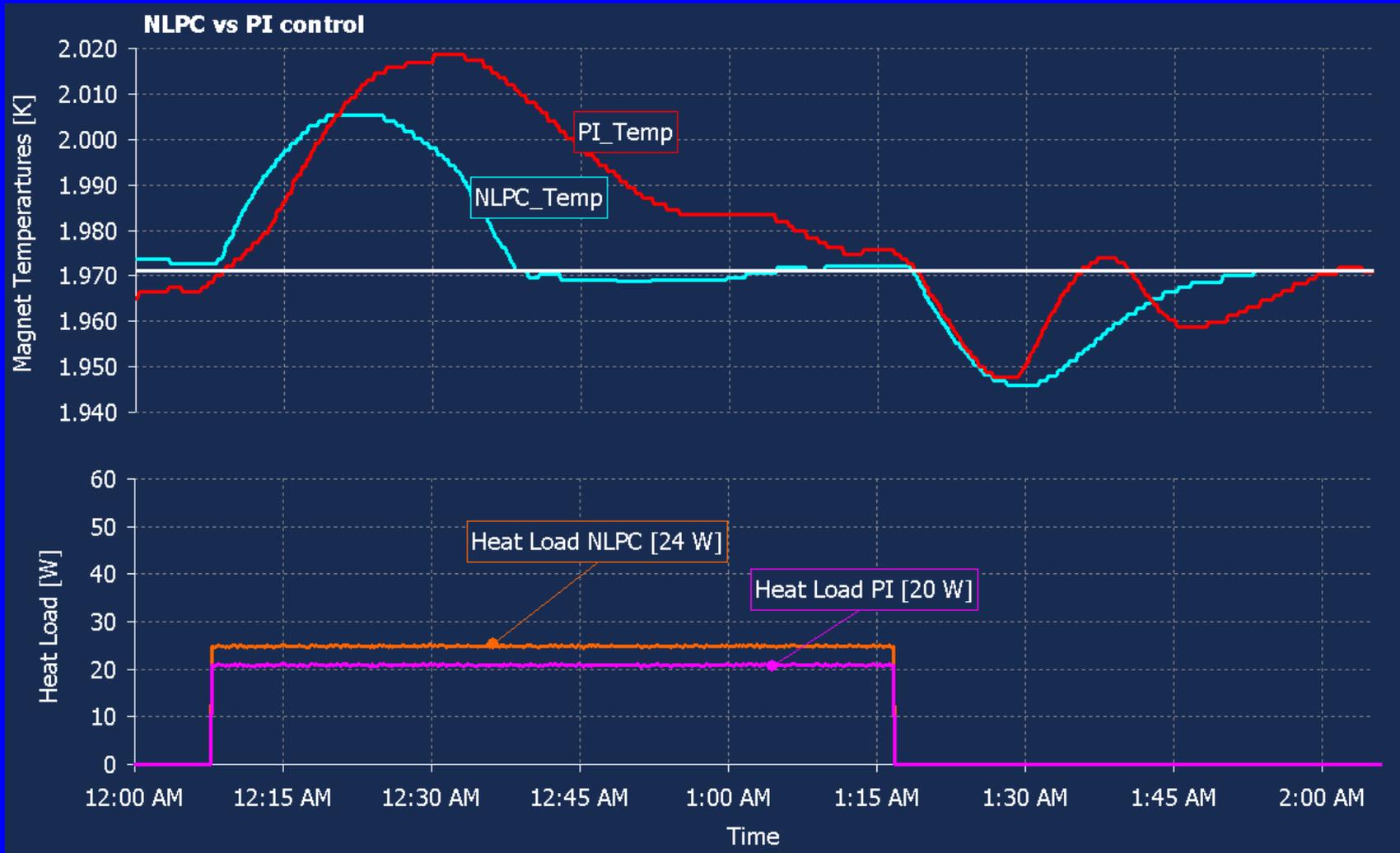
LHC Test String: Exp 71



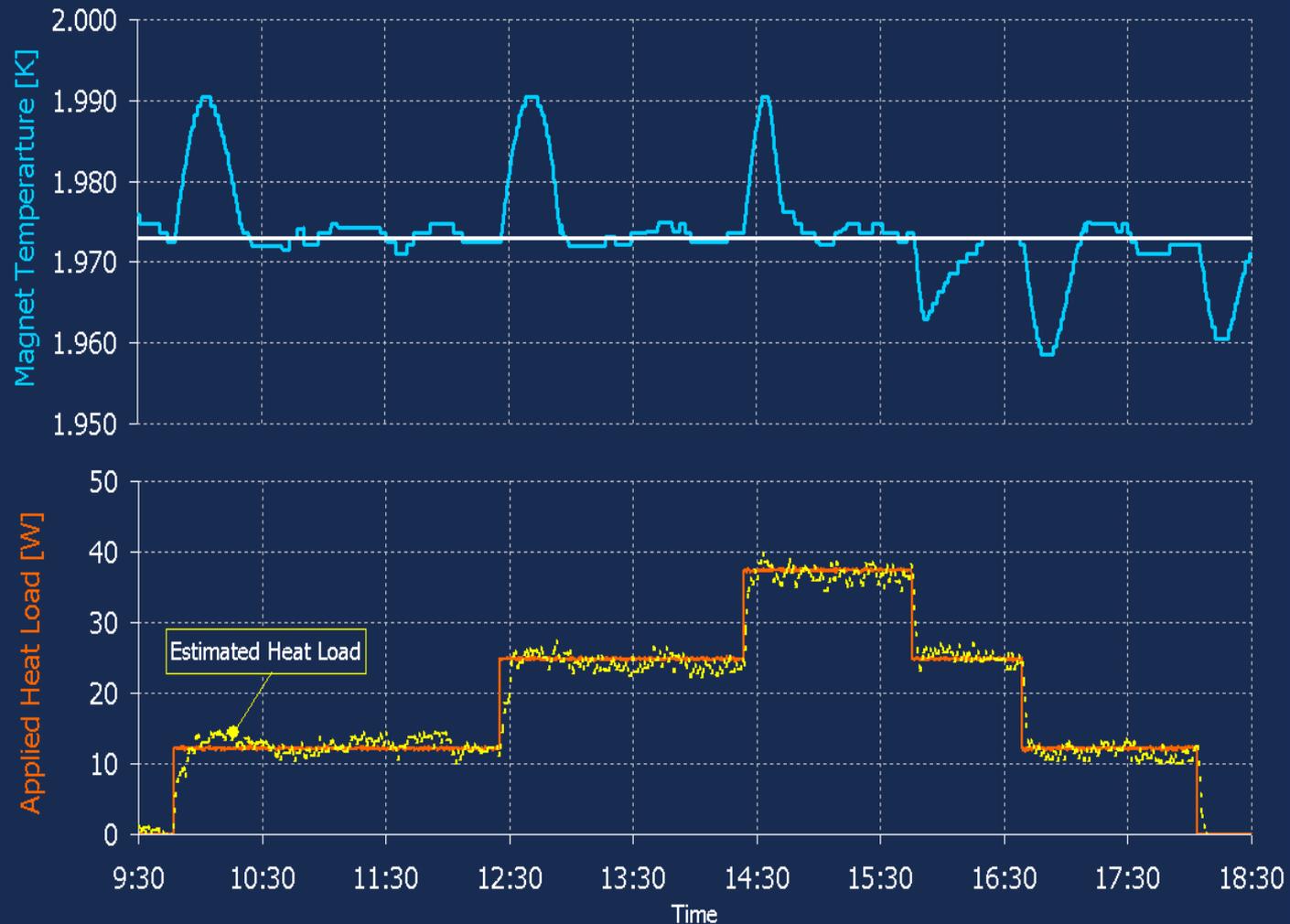
Simulación en ECOSIM



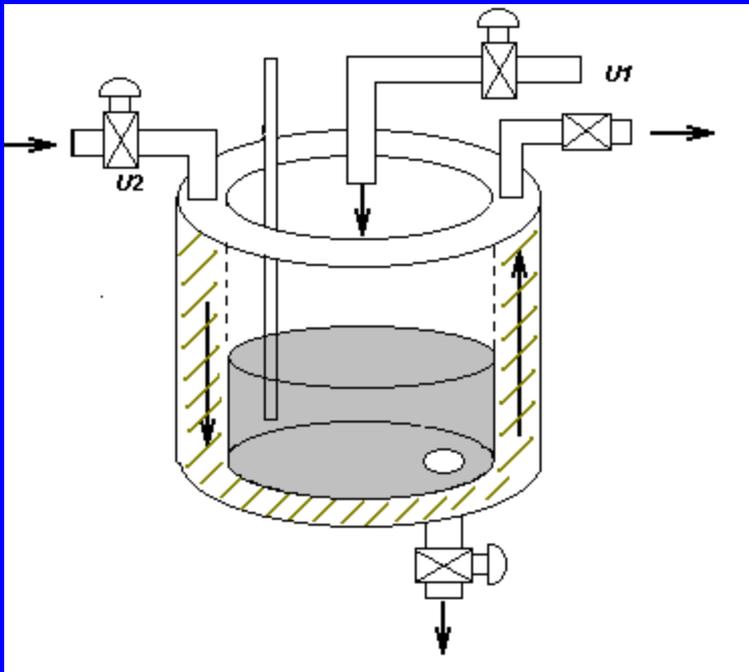
Test Inner Triplet



Test Inner Triplet



Procesos batch



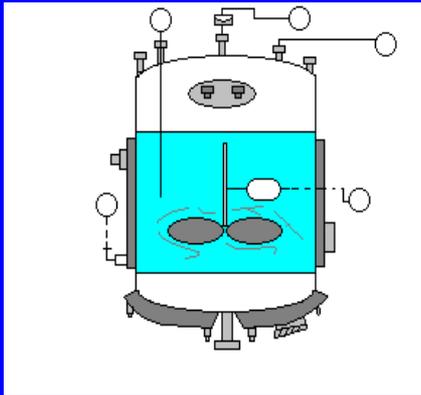
No hay un punto de operación

El objetivo no es mantener las variables próximas a una consigna fija

Dinámicas complejas

Objetivos no convencionales: tiempo mínimo, máxima producción al final del lote, etc.

NMPC para procesos batch



- **Fermentador batch.**
- **Mecanismo de Reacción.**

Células + Glucosa → Más células.
 Glucosa + O₂ $\xrightarrow{\text{células}}$ Gluconolactone.
 Gluconolactone + H₂O → Acido Glucónico

$$\dot{x}_1 = \mu_m \frac{x_1 x_4 x_5}{K_s x_5 + K_o x_4 + x_4 x_5}$$

$$\dot{x}_2 = v_L \frac{x_1 x_4}{K_L + x_4} - 0.9082 K_p x_2$$

$$\dot{x}_3 = K_p x_2$$

$$\dot{x}_4 = -\frac{1}{Y_s} \mu_m \frac{x_1 x_4 x_5}{K_s x_5 + K_o x_4 + x_4 x_5} - 1.01 v_L \frac{x_1 x_4}{K_L + x_4}$$

$$\dot{x}_5 = k_{la} (x_{5p} - x_5) - \frac{1}{Y_o} \mu_m \frac{x_1 x_4 x_5}{K_s x_5 + K_o x_4 + x_4 x_5} - 0.09 v_L \frac{x_1 x_4}{K_L + x_4}$$

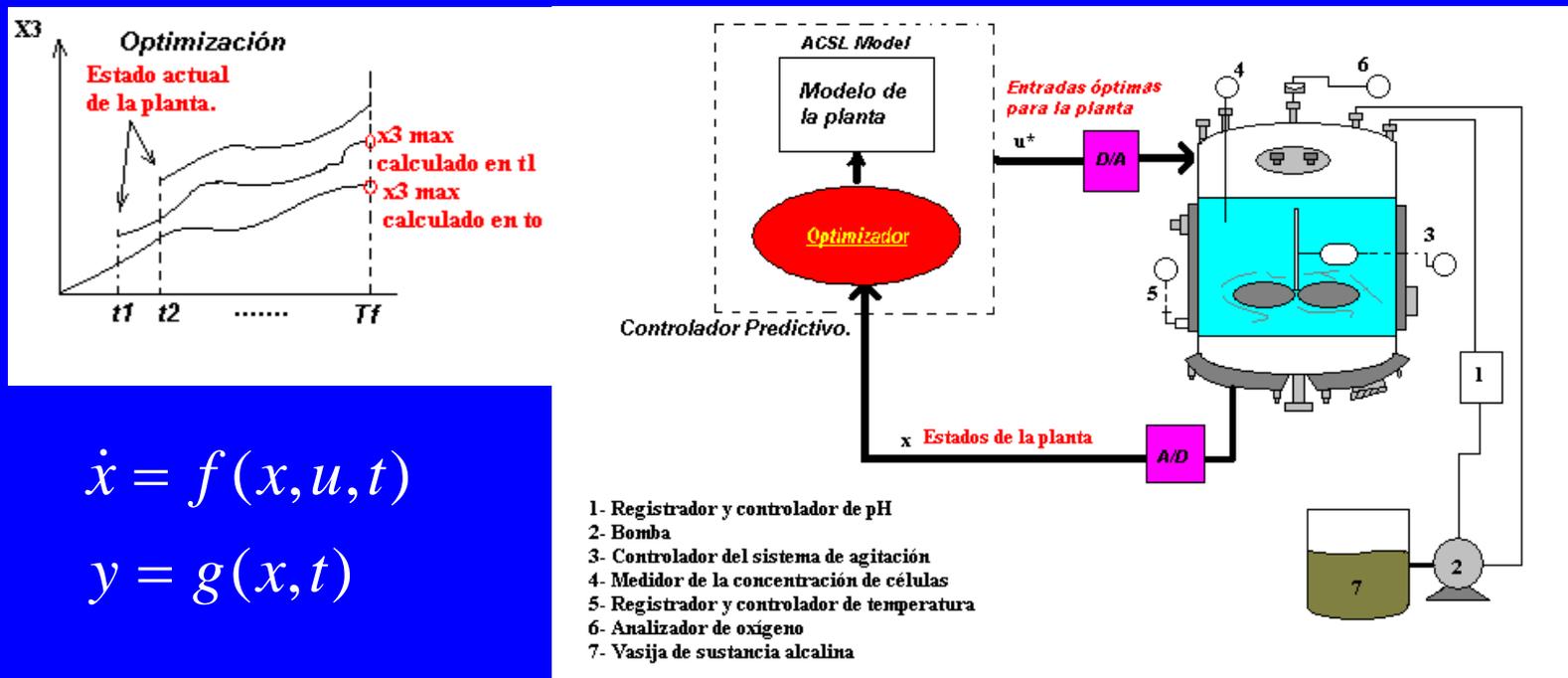
Proceso muy no-lineal

Modelo de conocimiento con 5 estados

Objetivo: tiempo mínimo con un valor de la concentración de acido glucónico x_3 superior a una cota dada

MPC para Procesos Batch

- Modelos internos no lineales de tipo Físico-químico
- Funciones de costo: producción terminal, tiempo mínimo
- Optimización dinámica no lineal



$$\dot{x} = f(x, u, t)$$

$$y = g(x, t)$$

Formulaciones batch típicas

- Formulación de producción

$$\max_u J = V(t_f)x_p(t_f)$$

- Formulación de tiempo mínimo

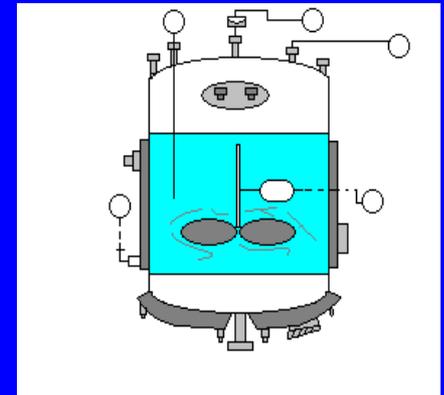
$$\min_{u, t_f} J = t_f$$

- Formulación para múltiples lotes

$$\max_{u, t_f} J = \frac{V(t_f)x_p[t_f]}{t_f + t_c}, t_f > t_{\min}$$

- Formulaciones de coste económico

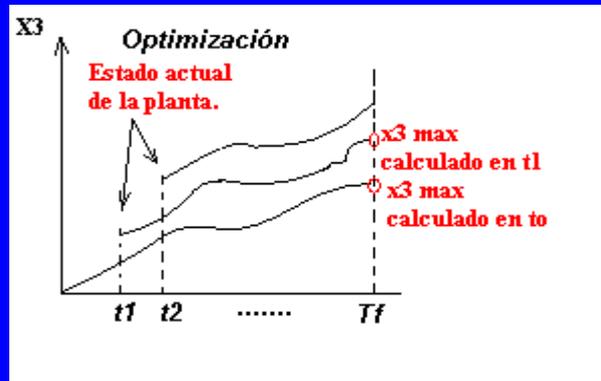
$$\max_u J = \text{prec}_1 V(t_f)x_p(t_f) - \text{prec}_2 \int_{T_p} u dt$$



Estimación de estados

Algunas variables del proceso pueden ser no medidas

Métodos de horizonte deslizante para estimación de estados no medidos



u, y
pasadas

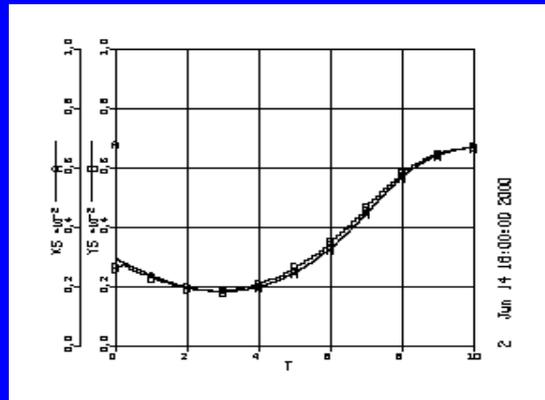
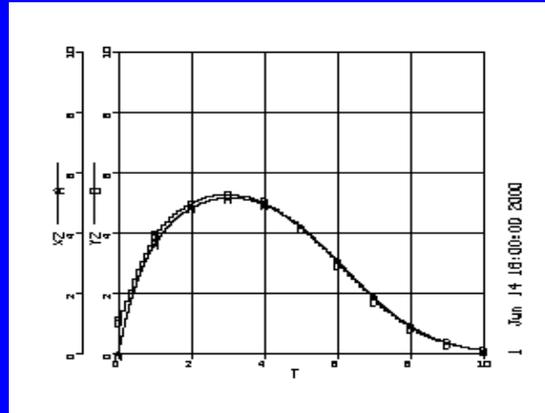
+
modelo



x
actual

Estimación de estados en el fermentador batch

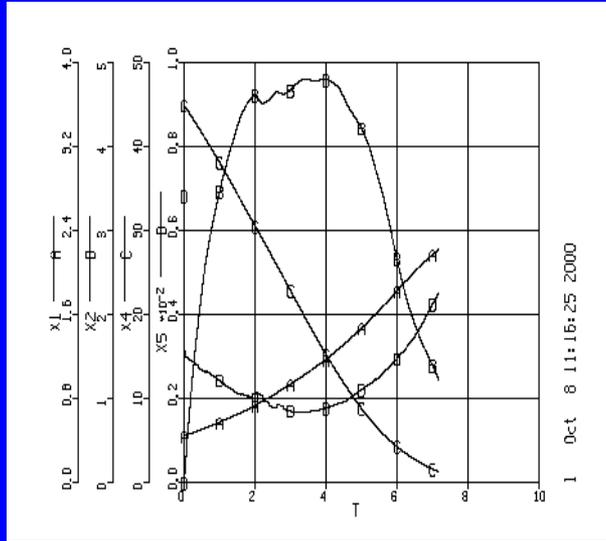
N=3



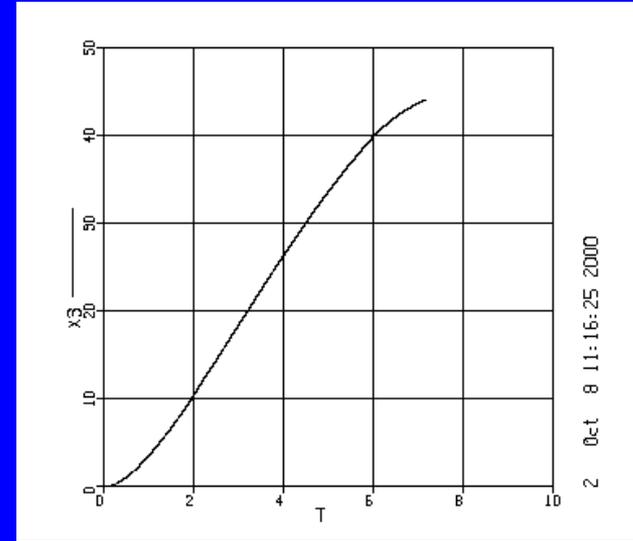
- Estados no medibles: x_2, x_5
- Validación para diferentes horizontes de estimación

MPC batch: tiempo mínimo

Variables
 x_1, x_2, x_4, x_5

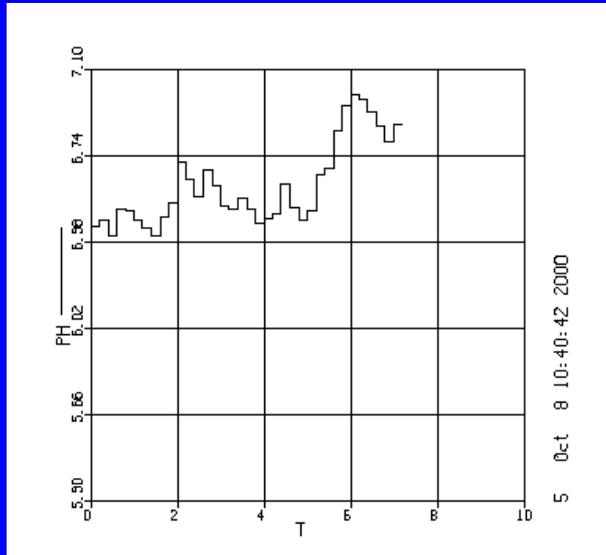


x_3

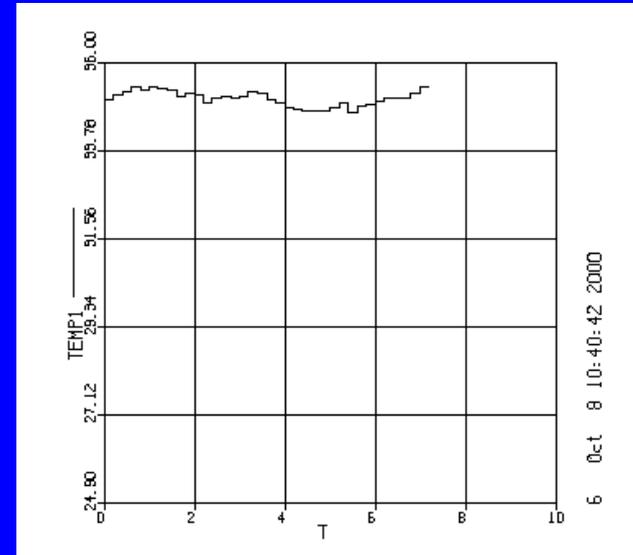


$J=7.17$ h
 $Nu=5$

pH



Temp



MPC No-linear

$$\min_{\Delta u} J = \sum_{j=N_1}^{N_2} [\hat{y}(t+j) - r(t+j)]^2 + \sum_{j=0}^{N_u-1} [\beta \Delta u(t+j)]^2$$
$$x(t+1) = f(x(t), u(t)) \quad y(t) = g(x(t), u(t))$$
$$\underline{y} \leq y(t+j) \leq \bar{y} \quad \underline{u} \leq u(t+j) \leq \bar{u}$$

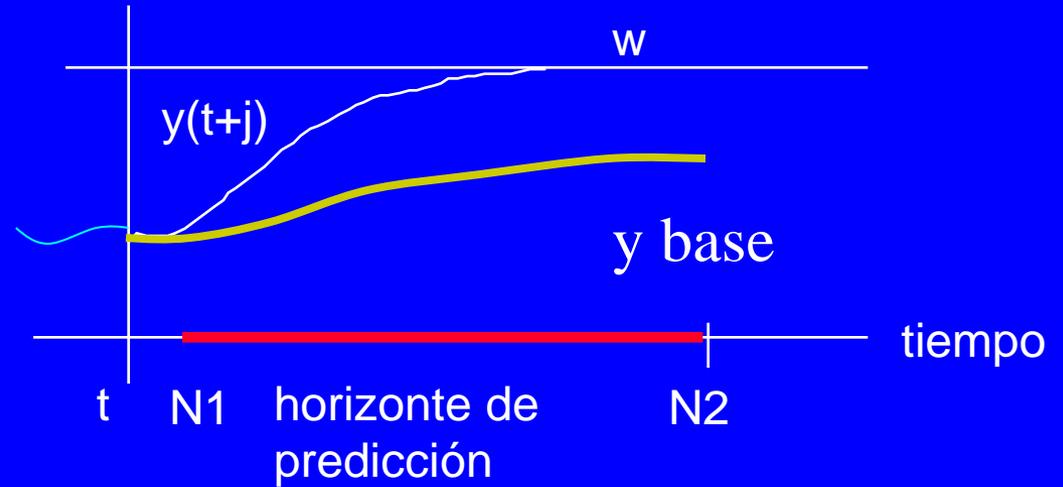
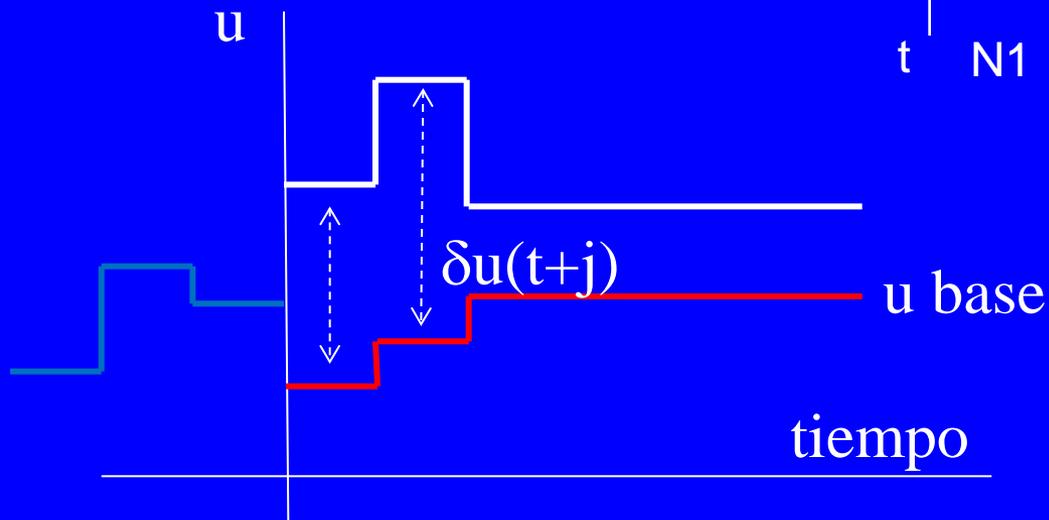
Problemas numéricamente costosos

Técnicas prometedoras:

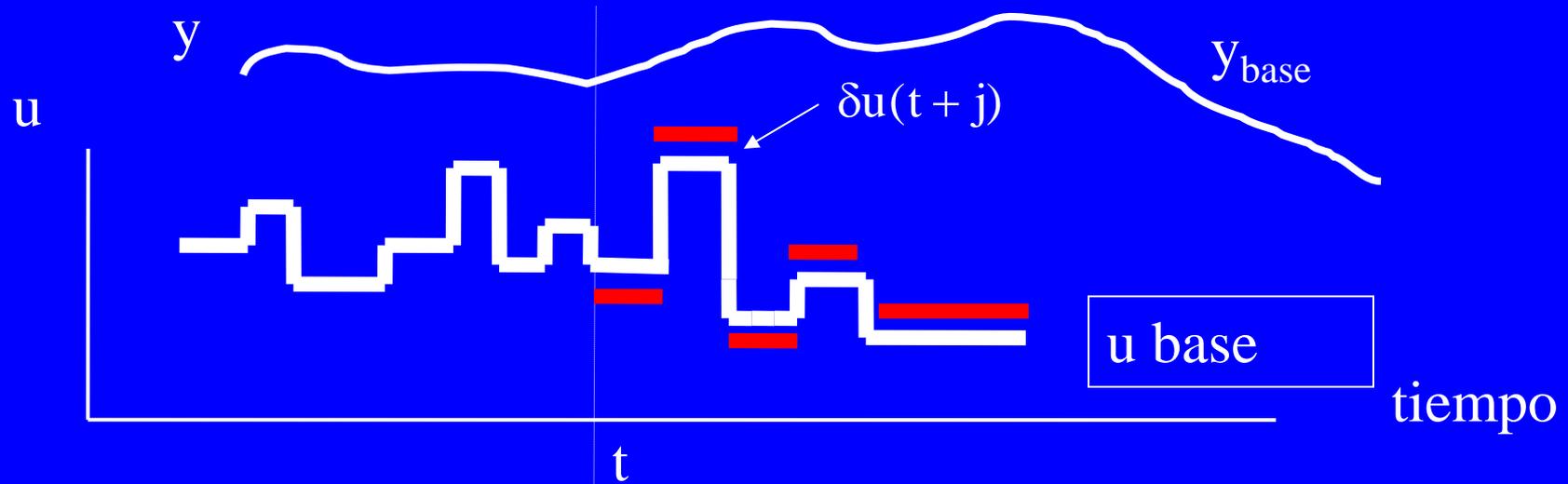
- Multiple shooting
- Optimización multiparamétrica

Linealización recursiva

$$\hat{y}(t+j) = G_j(q^{-1})\Delta u(t+j) + p_j$$



Linealización recursiva NEPSAC



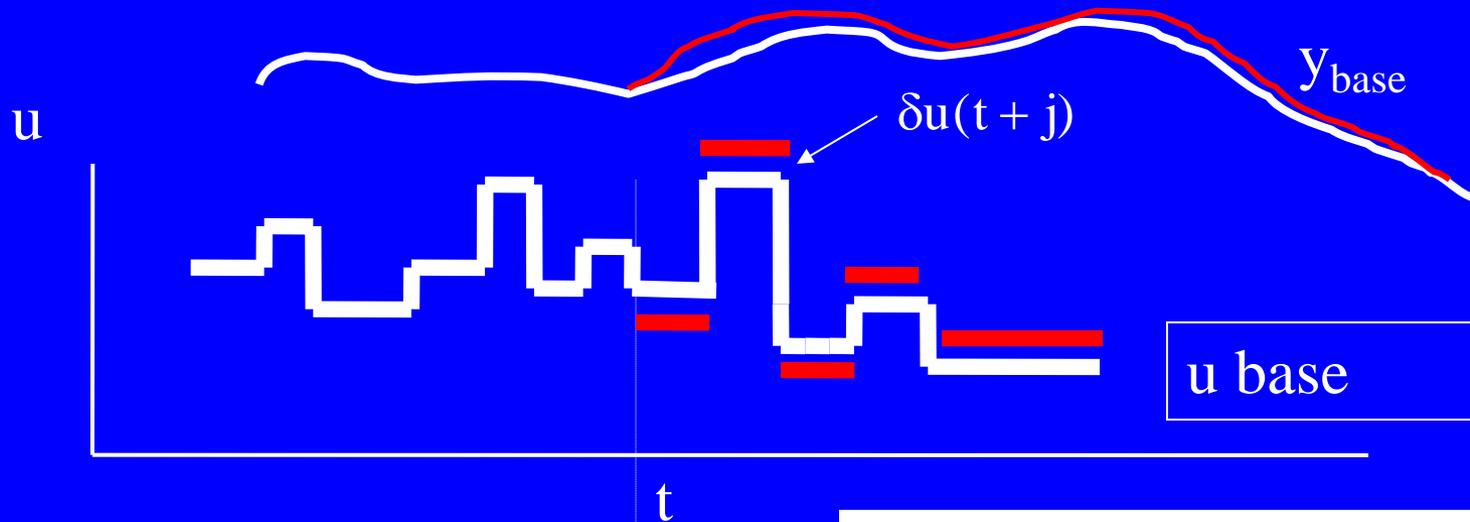
$$\hat{y}(t+j) = G_j(q^{-1})\Delta u(t+j) + y_{libre}$$

$$\hat{y}(t+j) \approx G_j(q^{-1})\delta u(t+j) + g(f(\Delta u(t+j)_{anterior}))$$

y_{base}

Puede resolverse un problema MPC lineal de sobre δu , teniendo presente que no se cumple el principio de superposición

Linealización recursiva



$$\hat{y}(t+j) \approx G_j(q^{-1})\delta u(t+j) + g(f(\Delta u(t+j)_{\text{anterior}}))$$

Respuestas impulso y
respuesta salto final

$$Y = \bar{Y} + GU$$

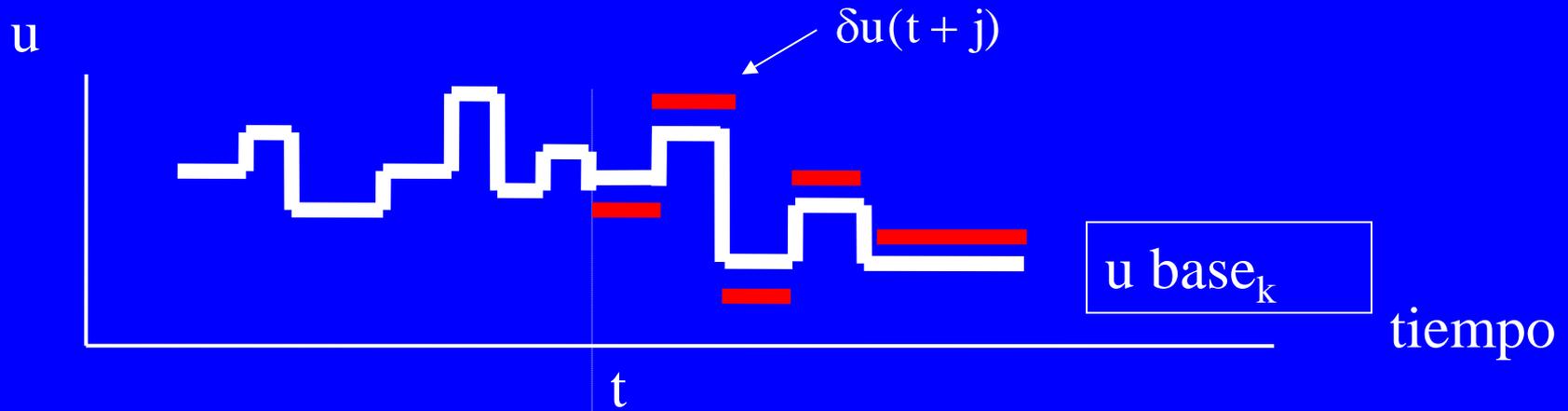
where

$$\bar{Y} = [y_{\text{base}}(t + N_1|t) \cdots y_{\text{base}}(t + N_2|t)]^T,$$

$$U = [\delta u(t|t) \cdots \delta u(t + N_u - 1|t)]^T,$$

$$G = \begin{bmatrix} h_{N_1} & h_{N_1-1} & h_{N_1-2} & \cdots & g_{N_1-N_u+1} \\ h_{N_1+1} & h_{N_1} & h_{N_1-1} & \cdots & g_{N_1-N_u+2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ h_{N_2} & h_{N_2-1} & h_{N_2-2} & \cdots & g_{N_2-N_u+1} \end{bmatrix}$$

Linealización recursiva



La solución se toma como nueva solución base y se repite el problema hasta que $G\Delta u \approx 0$

Si $G\Delta u \approx 0$ el principio de superposición sería válido

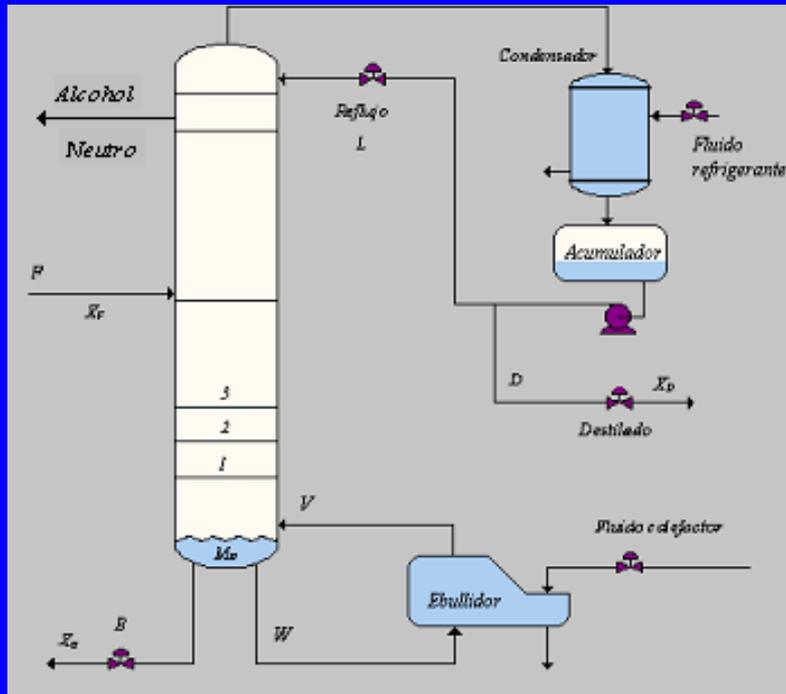
$$\hat{y}(t+j) \approx G_j(q^{-1})\delta u(t+j) + g(f(\Delta u(t+j)_{\text{anterior}}))$$

y_{base}

En pocas iteraciones se cumple

Linealización iterativa

COLUMNA DE DESTILACIÓN DE ETANOL



Especificaciones técnicas:

- 82 platos de paso simple.
- Alimentación: plato 16
- Extracción lateral: alcohol neutro
- Condensador total vertical.
- Ebullidor horizontal.

Condiciones de la Alimentación:

- Multicomponente: etanol
propanol
agua
- Caudal: 35 m³/h
- Temperatura: 85°C
- Presión: 1 bar

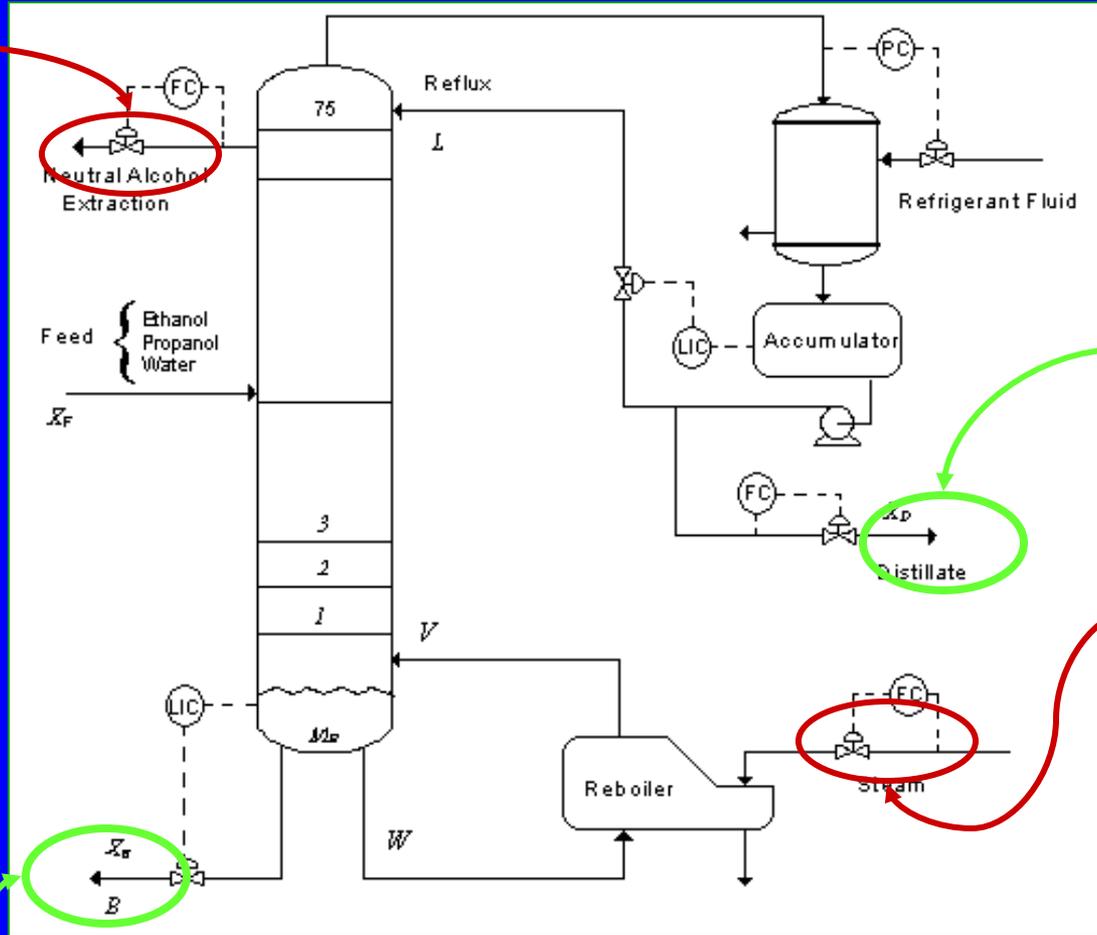
Alcoholera de
Rinconada, AEA



Linealización iterativa

OBJETIVOS DEL CONTROL PREDICTIVO DE LA COLUMNA

Caudal de Alcohol Neutro

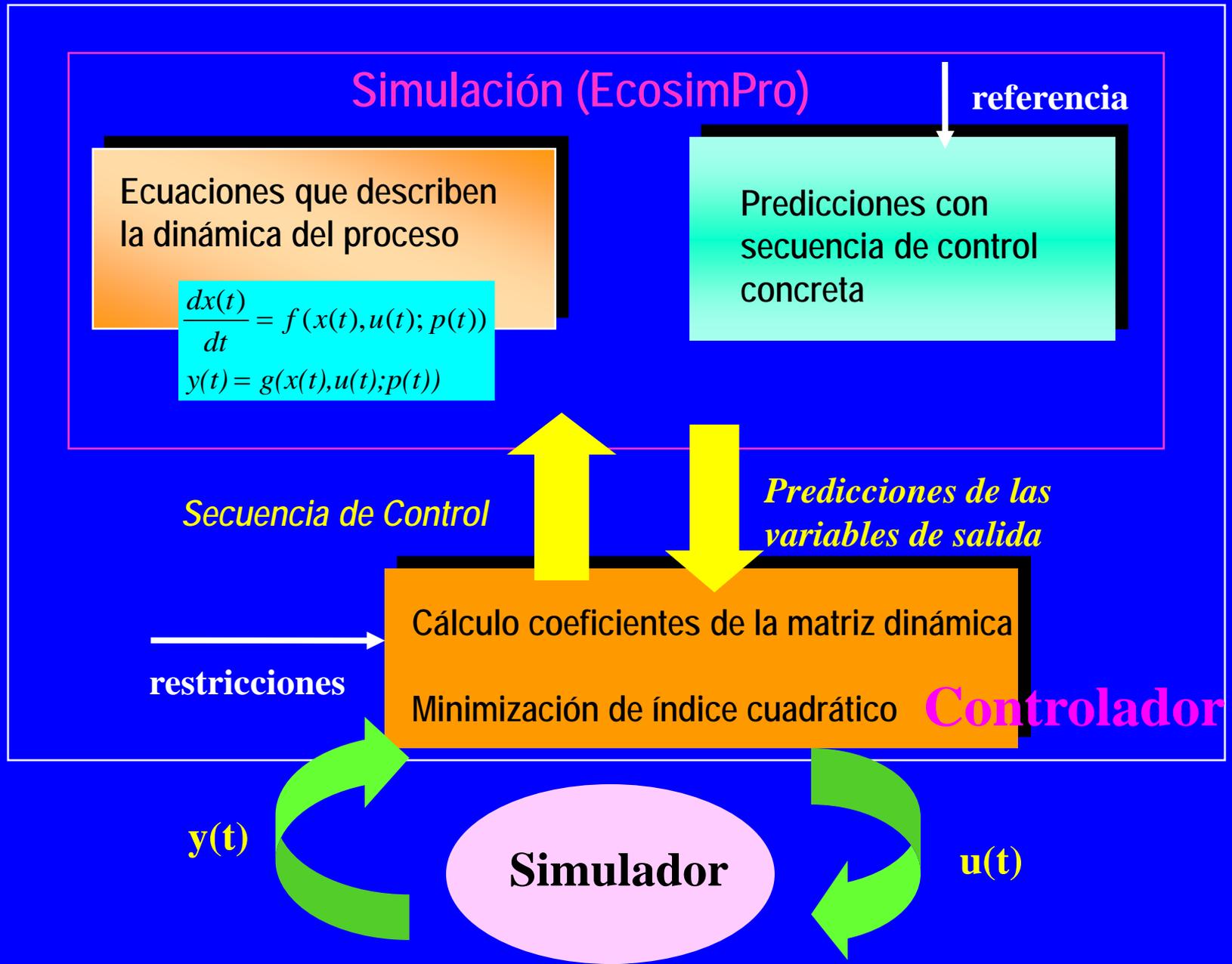


Concentración de Agua en cabezas

Caudal Vapor

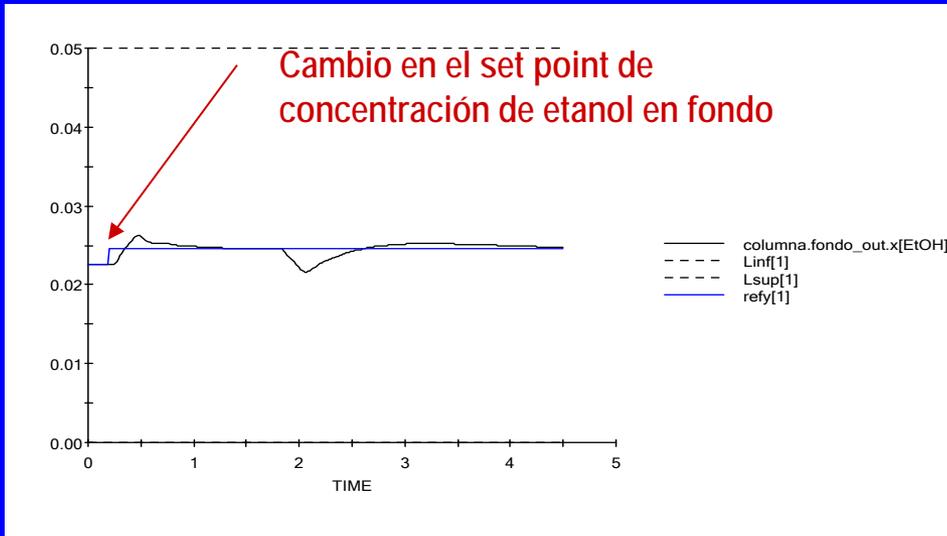
Concentración de Etanol en el Fondo

Implementación en EcosimPro

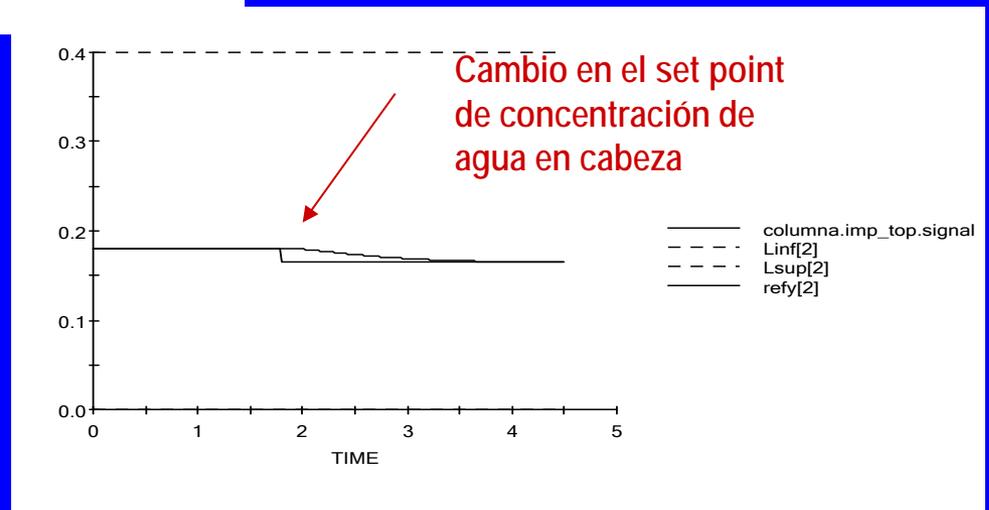


RESULTADOS: NMPC NO LINEAL

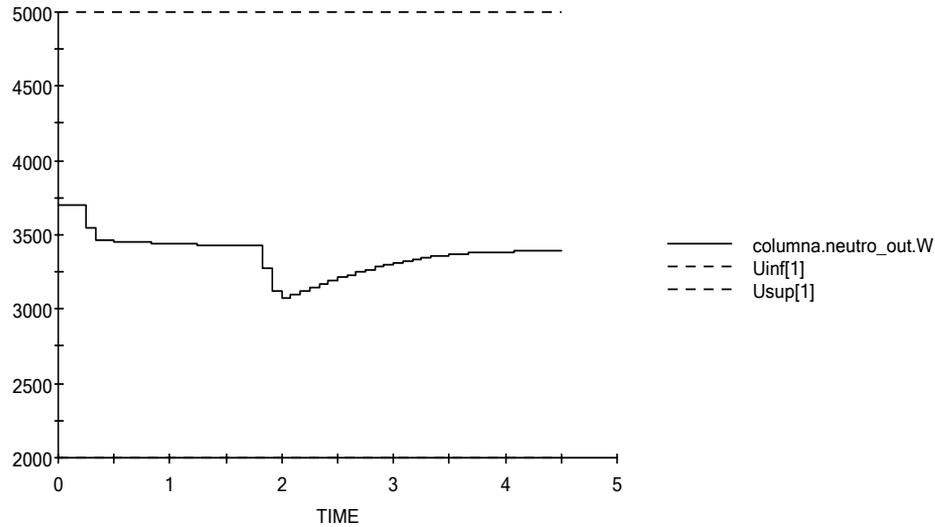
Evolución de la concentración de etanol en el fondo ante un cambio de consigna de dicha variable



Evolución de la concentración de agua en cabeza ante un cambio de consigna de dicha variable



RESULTADOS: NMPC NO LINEAL



Evolución de la variable manipulada:
caudal de alcohol neutro



Evolución de la variable manipulada:
caudal de vapor

